Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 – Circuitos Eléctricos
Prof. Álvaro Lorca
Segundo Semestre de 2018

Tarea 6
Fasores y Circuitos Trifásicos

Ayudante Encargado: Pedro Ariztía (pjariztia@uc.cl)

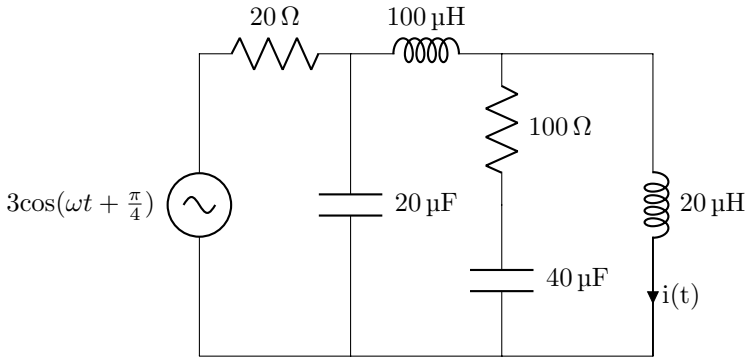
Instrucciones

- La Tarea debe ser entregada el día miércoles 31 de Octubre antes de las 17:00 horas en secretaría de Ingeniería Eléctrica.
- Su reporte debe ser conciso y auto-explicativo, conteniendo cualquier información relevante (sin páginas y páginas de números o cosas por el estilo). En particular, el reporte debe contener cualquier código relevante desarrollado, si este fuera el caso.
- Existirá un bono de 1 décima en la nota final de la Tarea si es que ésta se escribe completamente en LaTeX (siempre que la nota final no resulte mayor a 7).
- El trabajo es individual, i.e. una Tarea por persona, sin embargo, se incentiva a que colaboren con sus compañeros en las estrategias más efectivas para abordar los diferentes problemas.

Problema 1 (2 puntos)

Considere el circuito presentado en la figura mostrada más abajo. Utilice fasores para contestar las siguientes preguntas:

1. Determine $i_(t)$ en el inductor de la figura. Considere que la fuente oscila a 300Hz.
2. ¿Qué tipo de impedancia domina en el circuito?



Solución:

Para facilitar la solución del problema se consideran las siguientes equivalencias para la resolución algebraica:

$$R_1 = 20\Omega;\ R_2 = 100\Omega;\ C_1 = 20\mu F;\ C_2 = 40\mu F;\ L_1 = 100\mu H;\ L_2 = 20\mu H$$

Del circuito mostrado en la figura anterior podemos notarque la fuente en fasor es la siguiente:

$$3cos(\omega t + \frac{\pi}{4}) = 3\angle 45^\circ$$

Trabajamos todo como impedancias, donde la impedancia equivalente del circuito es:

$$Z_{eq} = R_1 + \left[\frac{1}{C_1 j\omega}\right] || \left[L_1 j\omega + (R_2 + \frac{1}{C_2 j\omega}) || (L_2 j\omega)\right]$$

Con ello podemos calcular la corriente que circula por el circuito de la siguiente forma:

$$I = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{3\angle 45°}{20\angle 0.6534°} = 0.15\angle 44.35°$$

Ahora, a partir de divisores de corrientes podemos calcular la corriente que fluye por el inductor 1 es:

$$I_{L1} = I \cdot \frac{\frac{1}{C_1 j\omega}}{\frac{1}{C_1 j\omega} + L_1 j\omega + (R_2 + \frac{1}{C_2 j\omega}) || (L_2 j\omega)}$$

Luego la corriente pedida:

$$i_1(t) = I_{L1} \cdot \frac{R_2 + \frac{1}{C_2 j\omega}}{R_2 + \frac{1}{C_2 j\omega} + L_2 j\omega}$$

Reemplazando los valores:

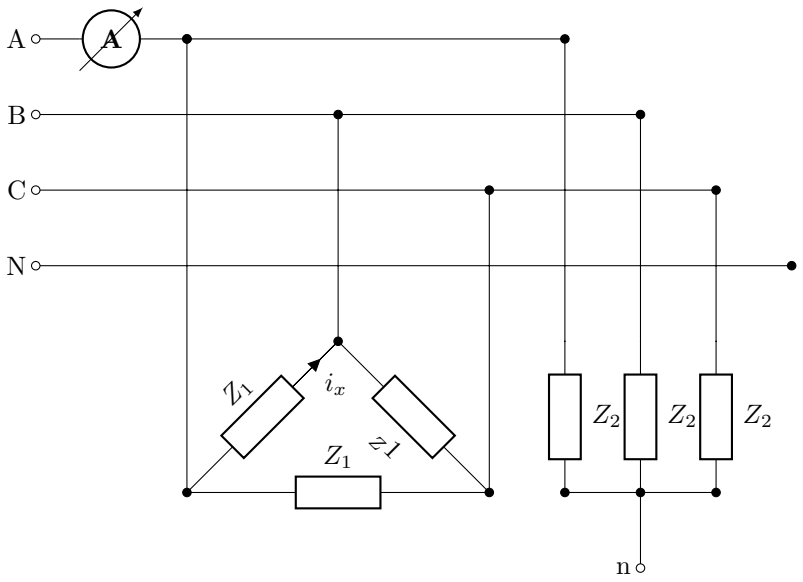
$$0.108228 + 0.105708j = 0.1512\angle 44.325°$$

La impedancia que domina en el circuito es de tipo inductiva.

Problema 2 (2 puntos)

Un sistema trifásico balanceado de secuencia positiva, 380 V *fase-fase*, tiene dos cargas en paralelo compuestas por las impedancias Z_1 y Z_2 conectadas en delta y estrella respectivamente. Los valores de las impedancias son: $Z_1 = 5 + 11j$ y $Z_2 = 12 + 4j$. En base a lo anterior responda:

1. Calcule el valor de la corriente i_x.
2. Calcule cuál es la corriente que se registra el amperímetro y su desfase.
3. ¿Qué ocurre al conectar los nodos N con n? Donde N corresponde al cable neutro de los generadores conectados en *Estrella*. Explique.



Solución:

En primer lugar escribimos el valor de las impedancias en su foma polar:

$$Z_1 = (5 + 11j) = 12.083\angle 65.55^\circ$$

$$Z_1 = (5 + 11j) = 12.083\angle 65.55^\circ$$

1. Primero comenzamos obteniendo las corrientes con la conexión Delta. Es importante notar que en este tipo de conexión la tensión que "ve" cada impedancia es la misma tensión que *fase-fase*

$$I_{zba} = \frac{V_{ff}}{Z_1} = \frac{380\angle 0^\circ}{12.083\angle 65.55^\circ} = 31.45\angle -65.55^\circ$$

$$I_{zac} = \frac{V_{ff}}{Z_1} = \frac{380\angle 120^\circ}{12.083\angle 65.55^\circ} = 31.45\angle 54.45^\circ$$

$$I_{zcb} = \frac{V_{ff}}{Z_1} = \frac{380\angle -120^\circ}{12.083\angle 65.55^\circ} = 31.45\angle -185.55^\circ$$

   Por LKC: (Observación: El valor también se puede obtener como: $I = I_z \cdot \sqrt{3} \angle X_{+30}$)

$$I_{b1} = I_{zba} - I_{zcb} = 44.319 - 31.67j = 54.472\angle -35.55^\circ$$

$$I_{a1} = I_{zac} - I_{zba} = 5.268 + 54.21j = 54.472\angle 84.45^\circ$$

$$I_{c1} = I_{zcb} - I_{zac} = -49.58 - 22.54j = 54.472\angle -155.55^\circ$$

2. Ahora para la conexión Estrella se puede notar que cada impedancia recibe la misma corriente que alimenta la conexión ya que no se divide como en el caso de conexión Delta. Además, las impedancias no reciben la tensión *fase-fase*.

$$\frac{V_{ff} \angle X_0}{\sqrt{3}} = V_f = 220V \angle X_{-30} \tag{1}$$

   Entonces:

$$I_{a2} = \frac{V_f}{Z_2} = \frac{220\angle -30^\circ}{12.649\angle 18.435^\circ} = 17.39\angle -48.435^\circ$$

$$I_{b2} = \frac{V_f}{Z_2} = \frac{220\angle -150^\circ}{12.649\angle 18.435^\circ} = 17.39\angle -168.435^\circ$$

$$I_{c2} = \frac{V_f}{Z_2} = \frac{220\angle 90^\circ}{12.649\angle 18.435^\circ} = 17.39\angle 71.565^\circ$$

   Entonces, las corriente que mide el amperímetro está dado por:

$$I_{amperimetro} = I_{a1} + I_{a2} = 16.805 + 41.2j = 44.49\angle 67.81^\circ \tag{2}$$

3. No ocurre nada al conectar los neutros, esto es debido a que el sistema está balanceado por lo que no existiría ningún flujo de corriente.

Problema 3 (2 puntos)

En la vida real, el consumo de potencia reactiva perjudica a los equipos generadores, haciendo que los transformadores de abastecimiento trabajen en un régimen mayor del necesario. Por esto las compañías eléctricas cobran más cuando por parte de una empresa existe un consumo de potencia reactiva mayor al permitido (En Chile, factor de potencia menor a 0.93).

En este contexto, suponga que usted trabaja en una fábrica, donde en un sistema trifásico de 380V fase-fase y 50Hz al cual está conectada una carga de 4KW (consumo activo) y un banco de condensadores conectado en *Delta* de $70\mu F$ cada uno. Usted sabe que este banco de condensadores ya corrige perfectamente el factor de potencia del sistema ($fp = 1$).
Con lo anterior, calcule:

1. El factor de potencia de la carga.
2. La potencia reactiva de la carga.

Ahora, en la fábrica se realizará una ampliación, por lo que se conectará en paralelo una carga de P=12KW. Para calcular el nuevo banco de condensadores necesario para corregir el nuevo factor de potencia, usted conecta ambas cargas por un momento y mide con un amperímetro el cual registra 25 A.

1. Calcule el nuevo valor de cada condensador conectado en delta necesario para que el factor de potencia nuevamente sea unitario.
2. Comente las diferencias vista desde un condensador al conectarlo en Estrella o en Delta.
   Hint: Revise la tensión y capacidad del condensador.

Solución:

1. Primero revisamos cuanto es el factor de potencia que corrige el banco de capacitores y de esta manera conocer el factor de potencia de la carga. Sabemos:
$$X_c = \frac{1}{2\pi f C_1}$$
$$Q_{c1} = \frac{V^2}{X_c}$$
   Dado que son tres capacitores, cada uno opera un tercio de la capacidad. Con ello reemplazamos:
$$Q_{c1} = \frac{C_1 V_{ff}^2 2\pi f}{3} = 1058.51$$
   Con ello podemos obtener el ángulo pedido:
$$\varphi = \cos\left(\arctan\left(\frac{Q_1}{P_1}\right)\right) = 0.966$$
   La carga es de tipo inductivo.

2. Ahora, al conectar la segunda carga:
$$S_t = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 25 = 16454.5VA$$
$$S_2 = S_t - S_1 = 12316.8VA$$
   Por pitagóricas, $Q_2 = 2775.03$ inductivo, Entonces::
$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 1058.51 + 2775.03 = 3834.03$$
   Entonces:
$$C_\Delta = \frac{3Q_T}{V_{ff}^2 2\pi f} = 2.535 \cdot 10^{-4} F$$
   En el caso de conectarlos en estrella:
$$C_{Est} = \frac{3Q_t}{(\frac{V_{ff}}{\sqrt{3}})^2 2\pi f} = \frac{9Q_t}{V_f^2 2\pi f}$$
   Lo que la capacitancia es mayor que el caso delta. Por lo que se puede concluir que en estrella la tensión que tiene que soportar el capacitor es menor, pero la capacidad que debe tener (C) es mayor.