Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 – Circuitos Eléctricos
Prof. Álvaro Lorca
Segundo Semestre de 2018

Tarea 4
Superposición, Circuitos Equivalentes y Condensadores.

Ayudante encargado: Maximiliano Rivera y marivera3@uc.cl

Instrucciones

- La tarea debe ser entregada el día XX de XXXX hasta las 23:59 horas.
- Debe ser entregada impresa en el Departamento de Ingeniería Eléctrica y todos los archivos con los que se desarrolló deben ser subidos en un archivo ZIP al cuestionario que se abrirá en SIDING. Evite entregar tareas de más de 10 MB de peso debido a imágenes de alta resolución.
- Existirá un bono de XXX pts. por tarea si se escribe en LaTeX.
- La tarea debe ser concisa y autoexplicativa. El trabajo es individual, i.e. una tarea por persona.

Problema 1 (6 puntos)

1. Describa el método de superposición, explicando claramente lo que hay que hacer con las fuentes dependientes e independientes. Mencione para qué tipos de circuitos se puede utilizar este método. (2 puntos)
2. Encuentre la corriente I_x del siguiente circuito utilizando el método de superposición. Encuentre la expresión más simplificada posible. (4 puntos)

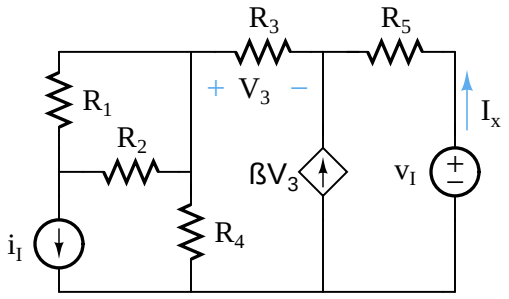


Figure 1: Circuito correspondiente a la pregunta 1.

Problem 2 (6 puntos)

1. Encuentre la corriente I_x que circula por la resistencia R_L, utilizando un circuito equivalente de Norton del siguiente circuito.

   El voltaje $V_{gs} = V_g - V_s$, donde V_g es el voltaje del nodo de la resistencia R_3, y el voltaje V_s es el voltaje del nodo de la resistencia de R_4.

Hint: Desconecte la resistencia R_L y conéctela al circuito equivalente de Norton, formando un divisor de corriente. (3 puntos)

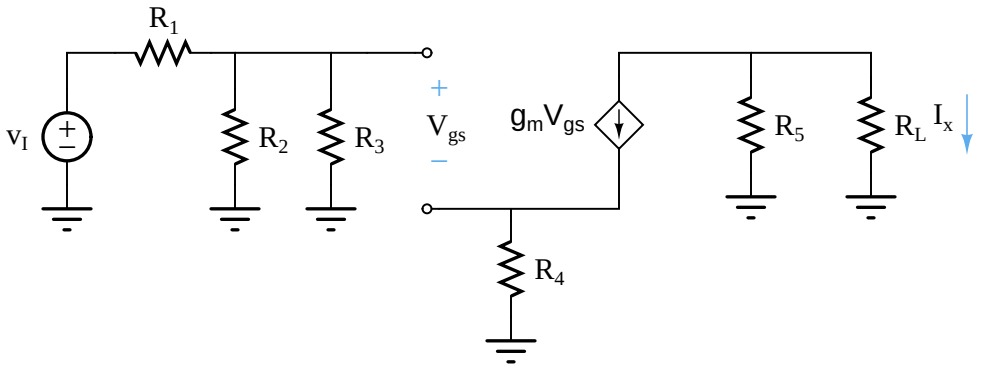


Figure 2: Circuito correspondiente a la pregunta 2a.

2. Encuentre el equivalente de Thévenin del siguiente circuito. (3 puntos)

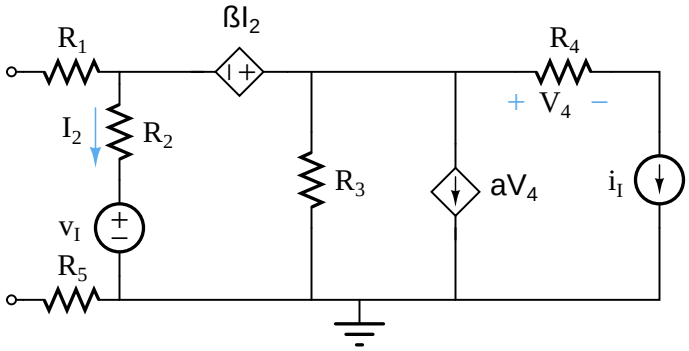


Figure 3: Circuito correspondiente a la pregunta 2b.

Problem 3 (6 puntos)

En el siguiente circuito el capacitor esta inicialmente descargado y los switches están abiertos. En $t = t_1$ se cierra el switch de la izquierda, luego en $t = t_2$, con $t_2 > t_1$, el switch de la izquierda se abre y el switch de la derecha se cierra.

1. Encuentre el voltaje en el capacitor en función de V_1, V_2, R_1 y $R + 2$. Especifique el voltaje en cada intervalo de tiempo, $t < t_1$, $t_1 \leq t < t_2$ y $t \geq t_2$. (2 puntos)

2. Sea $C = 1$ $[mF]$, $V_1 = 5$ $[V]$, $V_2 = 10$ $[V]$, $R_1 = 10$ $[k\Omega]$, $R_2 = 2$ $[k\Omega]$, $t_1 = 1$ $[s]$ y $t_2 = 6$ $[s]$. Considere que el switch de la derecha se abre luego de 4 segundos, es decir, en $t = 10$ $[s]$. Calcule el voltaje final del condensador, es decir, $V_C(t = 10)$. (1 punto)

3. Utilizando los datos del punto anterior. Grafique, en un solo gráfico, el voltaje del capacitor en función del tiempo. Utilice Matlab, Python, Octave u otro programa que estime conveniente. (1 punto)

4. Utilizando los datos del punto 2, realice una simulación del circuito en LTSpice y verifique sus resultados. Busque como utilizar un switch (Voltage Controlled Switch). Coloque una condición inicial al condensador para que comience descargado, para esto investigue como utilizar ".ic" (2 puntos)

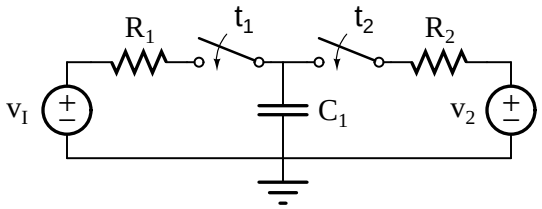


Figure 4: Circuito correspondiente a la pregunta 3.

Solución Problema 1

1. El método de superposición consiste en calcular la exitación de cada fuente independientemente, y luego el efecto total será una superposición lineal de cada una de estas. Para lograr esto, se apagan todas las fuentes independientes, las fuentes de voltaje quedan como cortocircuitos y las fuentes de corriente como circuito abierto. Luego, se prende una a una para así conocer el efecto individual. Por último, se suman todos estos efectos. Las fuentes dependientes no se apagan.
   Este método es solo para circuitos lineales.

2. Para encontrar I_x, se apaga todas las fuentes a excepto:

   - $V_1 \neq 0$
     El circuito resultante es el siguiente:

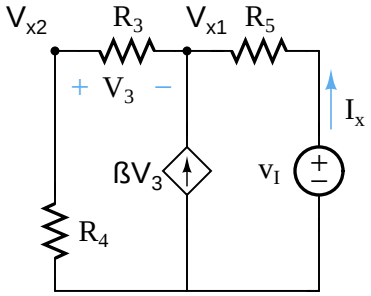


Figure 5: Circuito solo con la fuente V_1 encendida.

Realizando el método de nodos, tenemos:

$$\beta V_3 = \frac{V_{x_1} - V_1}{R_5} + \frac{V_{x_1} - V_{x_2}}{R_3} \tag{1}$$

$$\frac{V_{x_2}}{R_4} - \frac{V_{x_1} - V_{x_2}}{R_3} = 0 \tag{2}$$

$$V_3 = V_{x_2} - V_{x_1} \tag{3}$$

Obteniendo:

$$V_{x_1} = \frac{(R_3 + R_4)V_1}{R_3 + R_4 + R_5 + \beta R_3 R_5}$$

Y además, tenemos que:

$$I_{x_{(V_1 \neq 0)}} = \frac{V_1 - V_{x_1}}{R_5} = \frac{V_1(1 + \beta R_3)}{R_4 + R_5 + R_3(1 + \beta R_5)}$$

   - $I_1 \neq 0$
     El circuito resultante es el siguiente:

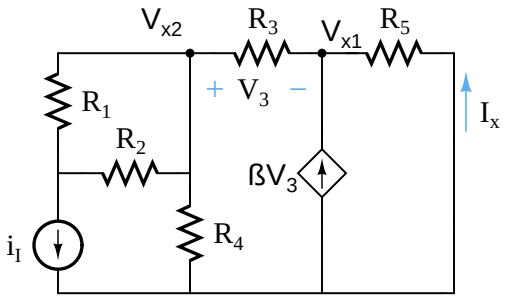


Figure 6: Circuito solo con la fuente I_1 encendida.

Realizando el método de nodos, tenemos:

$$\beta(V_{x_2} - V_{x_1}) = \frac{V_{x_1}}{R_5} + \frac{V_{x_1} - V_{x_2}}{R_3} \tag{4}$$

$$-\frac{V_{x_1} - V_{x_2}}{R_3} + \frac{V_{x_2}}{R_4} + \frac{V_{x_2} - V_{x_3}}{R_1} + \frac{V_{x_2} - V_{x_3}}{R_2} = 0 \tag{5}$$

$$-\frac{V_{x_2} - V_{x_3}}{R_2} - \frac{V_{x_2} - V_{x_3}}{R_1} + I_1 = 0 \tag{6}$$

De estas ecuaciones se obtiene:

$$V_{x_1} = \frac{-I_1 R_4 R_5 (1 + \beta R_3)}{R_3 + R_4 + R_5 \beta R_3 R_5}$$

$$I_{x_{(I_1 \neq 0)}} = \frac{0 - V_{x_1}}{R_5} = \frac{I_1 (1 + \beta R_3) R_4}{R_3 + R_4 + R_5 \beta R_3 R_5}$$

Luego,

$$I_x = I_{x_{(V_1 \neq 0)}} + I_{x_{(I_1 \neq 0)}} = \frac{(1 + \beta R_3)(I_1 R_4 + V_1)}{R_4 + R_5 + R_3(1 + \beta R_5)}$$

Solución Problema 2

1. Primero que todo, quitamos la resistencia R_L, y luego cortocircuitamos la salida. El voltaje $V_{gs} = V_g - V_s$, V_g viene dado por un divisor resistivo, por lo que falta conocer el voltaje V_s. Además, la resistencia R_5 queda en paralelo con un cortocircuito, por lo que no fluye corriente por esta.
   EL circuito resultante es el siguiente:

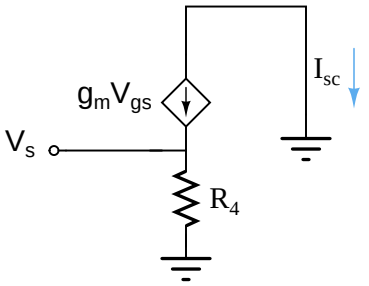


Figure 7: Circuito resultante al cortocircuitar la salida.

De esta figura obtenemos:

$$I_{sc} = -g_m V_{gs} \tag{7}$$

$$V_s = R_4 g_m (V_g - V_s) \Leftrightarrow V_s = \frac{R_4 g_m}{1 + R_4 g_m} V_g \tag{8}$$

$$\Rightarrow I_{sc} = -\frac{g_m V_g}{1 + R_4 g_m} \tag{9}$$

Luego, nos falta encontrar la resistencia equivalente. Para esto utilizaremos la siguiente fórmula:

$$R_{eq} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$$

Como ya conocemos I_{sc}, buscaremos V_{oc}.
El circuito utilizado es el siguiente:

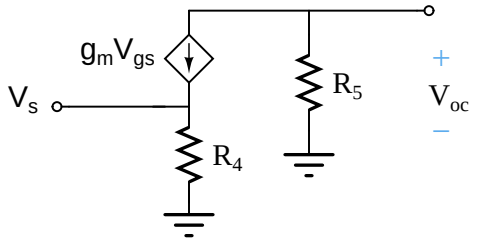


Figure 8: Circuito resultante para encontrar el voltaje de circuito abierto.

Del circuito tenemos:

$$g_m V_{gs} + \frac{V_x}{R_5}$$

Pero, por (7), obtenemos:

$$R_{eq} = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = R_5 \tag{10}$$

Por lo tanto, el circuito equivalente de Norton es:

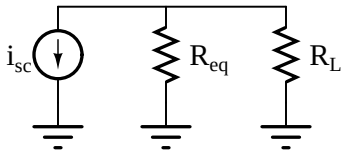


Figure 9: Circuito equivalente de Norton.

Luego, la corriente por R_L es $I_L = I_{sc}\frac{R_5}{R_5+R_L}$.

2. Para encontrar el Thévenin equivalente, buscamos primero el V_{oc}, y luego la R_{eq}.
Como el circuito está abierto, no fluye corriente por R_1 ni R_5, por lo que se pueden obviar.

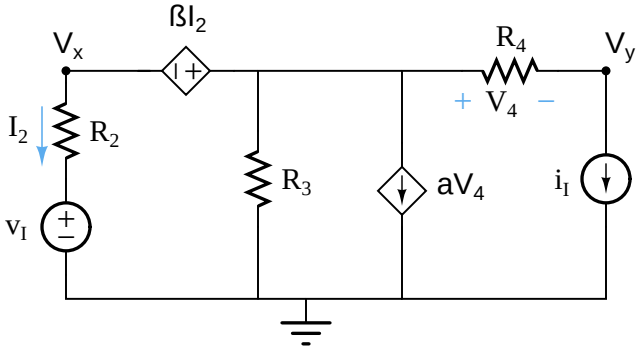


Figure 10: Circuito a trabajar.

Basta con encontrar el voltaje V_x y obtendremos V_{oc}. Haciendo supernodo en V_x y nodos en V_y, tenemos:

$$\frac{\beta i_{R_2} + V_x}{R_3} + \frac{\beta i_{R_2} + V_x - V_y}{R_4} + \alpha V_{R_4} + \frac{V_x - V_1}{R_2} = 0 \tag{11}$$

$$i_{R_2} = \frac{V_x - V_1}{R_2} \tag{12}$$

$$V_{R_4} = -\beta i_{R_2} - V_x + V_y \tag{13}$$

$$i_1 = \frac{-\beta i_{R_2} - V_x + V_y}{R_4} \tag{14}$$

Dando como resultado:

$$V_{oc} = V_x = \frac{i_1 R_2 R_3 \left(1 - \alpha R_4\right) + V_1 \left(\beta + R_3\right)}{\beta + R_2 + R_3} \tag{15}$$

Por otra parte, para encontrar la resistencia equivalente, apagamos todas las fuentes independientes y conectamos la salida a una fuente de prueba. El circuito queda de la siguiente forma:

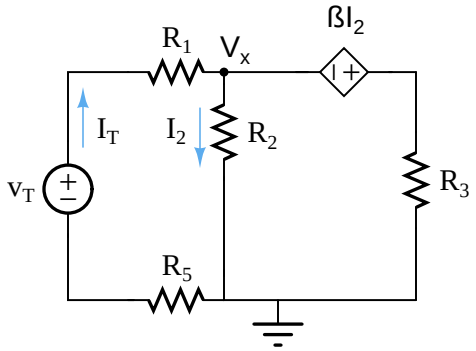


Figure 11: Circuito a trabajar.

Realizando el método de mallas tenemos:

$$-\left(i_1 - i_2\right) R_2 - i_1 \left(R_1 + R_5\right) + V_T = 0 \tag{16}$$

$$-\left(i_2 - i_1\right) R_2 - i_2 R_3 + \beta I_2 = 0 \tag{17}$$

$$I_2 = i_1 - i_2 \tag{18}$$

$$I_T = i_1 \tag{19}$$

Obteniendo,

$$R_{eq} = \frac{V_T}{I_T} = \frac{R_2 R_3}{\beta + R_2 + R_3} + R_1 + R_5 \tag{20}$$

Solución Problema 3

1. Calculamos el voltaje del capacitor para diferentes intervalos

   - $t < t_1$

     El capacitor está descargado, por lo que $V_c(t) = 0$.

   - $t_1 \leq t < t_2$

     El circuito resultando es un RC. El voltaje del capacitor es de la forma:

     $$V_c(t) = V - Ke^{-\frac{t}{RC}} \tag{21}$$

     Por lo que, reemplazando y utilizando que la condición inical es cero, obtenemos:

     $$V_c(t) = V_1(1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}}) \tag{22}$$

- $t \geq t_2$ Utilizamos la ecuación (21), con condición inicial la ecuación (22) evaluada en t_2, obtenemos

$$V_c(t) = V_2(1 - e^{-\frac{t}{R_2 C}}) + V_1 e^{-\frac{t}{R_2 C}}(1 - e^{-\frac{t_2}{R_1 C}}) \tag{23}$$

2. El voltaje del condensador se obtiene evaluando (23) en $t = 4$, ya que está 4 segundo cargándose.

$$V_c(t = 4) = 8.9129;$$

3. Se grafica el resultado como una función por partes, obteniendo:

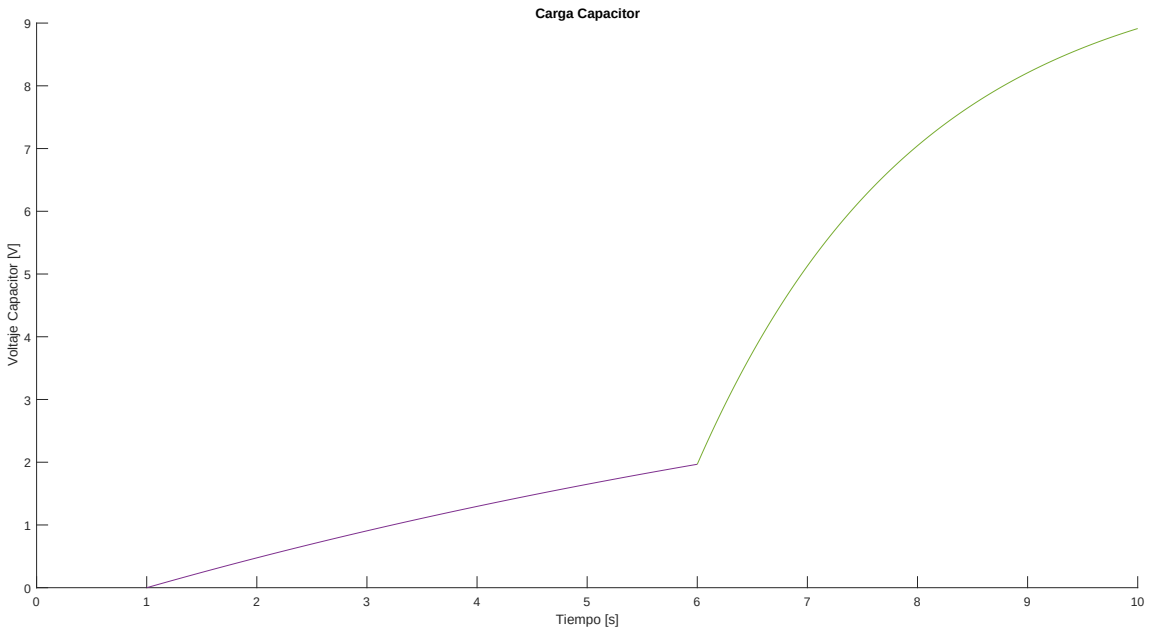


Figure 12: Gráfico de la carga del condensador del circuito de la pregunta 3 realizado en MATLAB.

4. Luego, el resultado queda comprobado por la simulación el LTSpice.

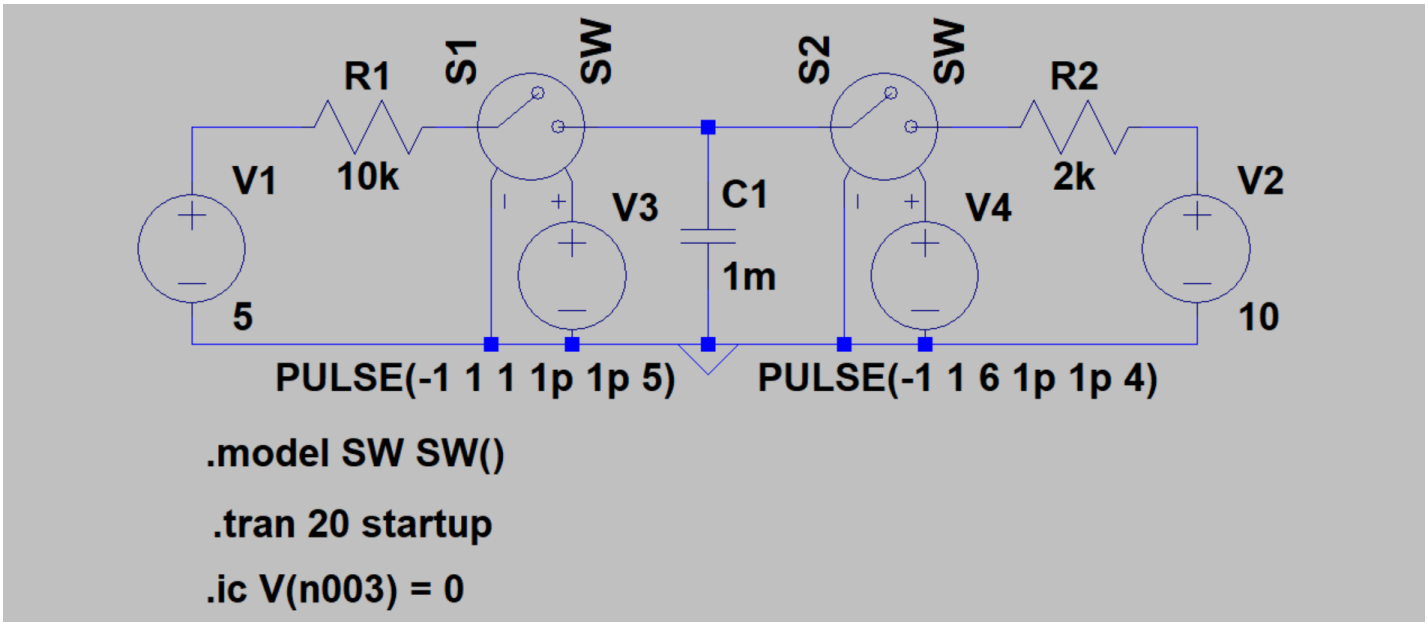


Figure 13: Circuito implementado en LTSpice

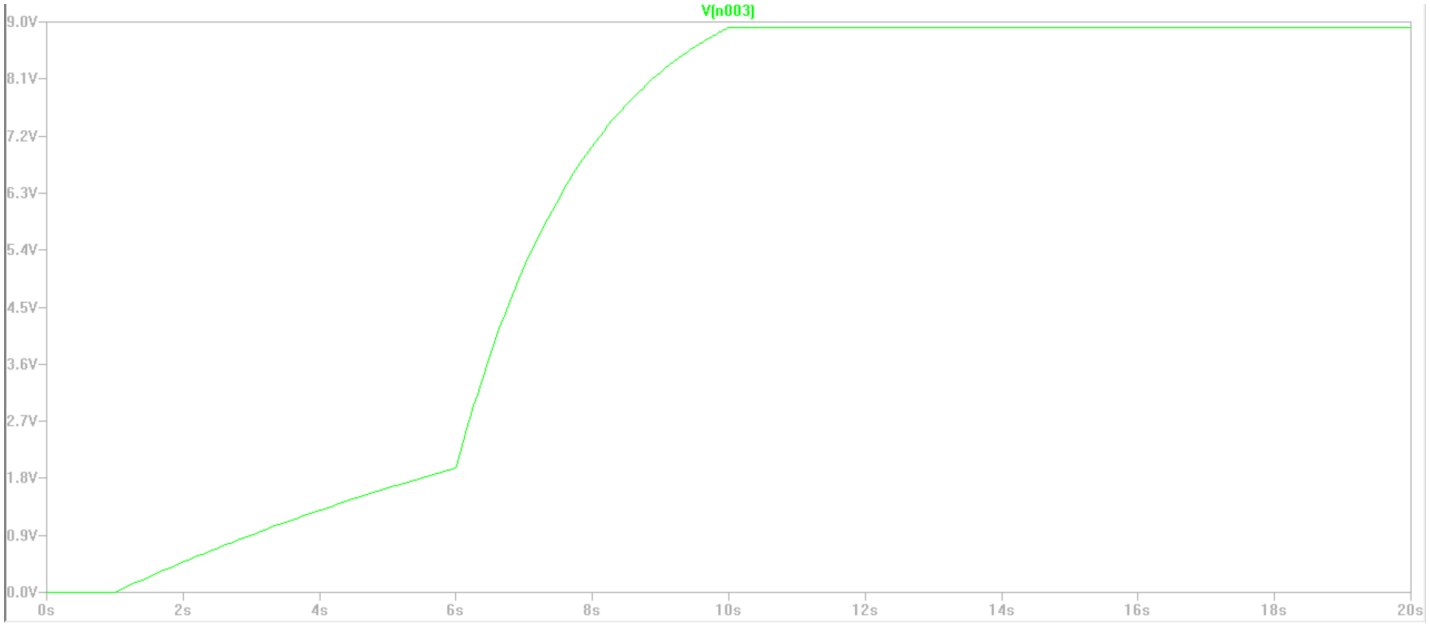


Figure 14: Gráfico del circuito implementado en LTSpice