Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Ayudantía 6

Funciones de Transferencia, Bode, Filtros y OpAmps.

2º semestre 2022 - Profesor Samuel Córdova

Ayudante Joaquín Canelo L. - jcanelopez@uc.cl

Problema 1 - [Tarea 9 2020-2]

Para la figura 1, determine:

- Ganancia de voltaje (Vo/Vin).
- Diagramas de Bode de amplitud y de fase de la ganancia anterior.

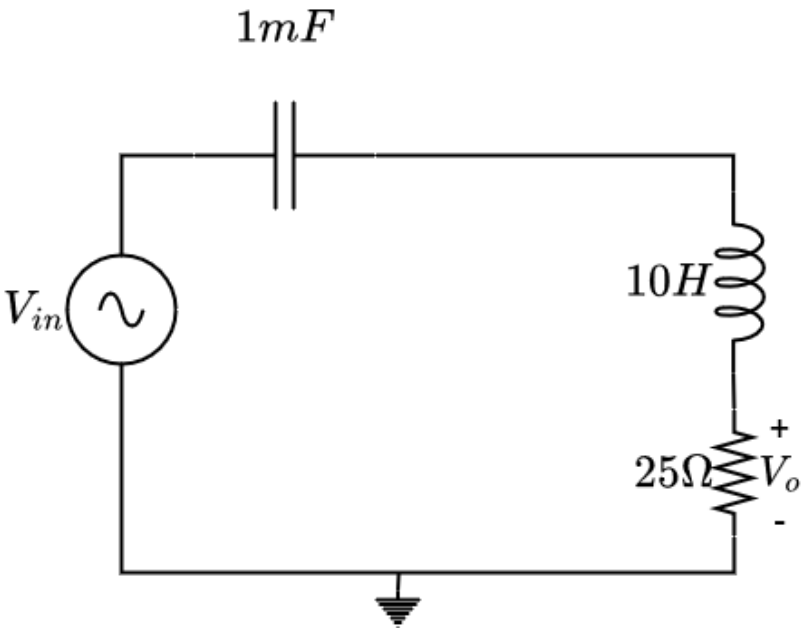


Figura 1: Circuito problema 1

Solución P1

→ Mediante divisor de voltaje se obtiene:

$$V_o = V_{in} \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{sC} + sL} = V_{in} \cdot \frac{sCR}{s^2CL + sCR + 1}$$

Luego:

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{sCR}{s^2LC + sCR + 1} = \frac{0.025\,s}{0.01\,s^2 + 0.025s + 1}$$

→ Para los gráficos de Bode, identificamos los diferentes aportes de cada elemento de la F.T.

→ Ceros : 1 cero en el origen

→ Polos : 2 polos conjugados

→ Ganancia de 0.025

Ceros

1) Origen → Aporte de $20\left[\frac{dB}{dc}\right]$ desde un inicio (Amplitud)

→ $+90°$ en todo el Bode de Fase

Polos

1) 2 polos conjugados:

$$\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + \left(\frac{2\xi}{\omega_n}\right)\cdot s + 1 \Longrightarrow \quad 0.01 = \left(\frac{1}{\omega_n}\right)^2$$

$$\omega_n = 10 \left[\frac{rad}{s}\right] //$$

Luego: $\frac{2}{\omega_n}\xi = \frac{2}{10}\cdot\xi = 0.025$

$$\Longrightarrow \quad \xi = 0.125 //$$

Así: $Q = \frac{1}{2\xi} = 4 //$

$\longrightarrow$ Aporte de $40\left[\frac{dB}{dec}\right]$ desde ω_n. (Amplitud)

$\longrightarrow$ Aporte de $-180°$ en Bode Fase.

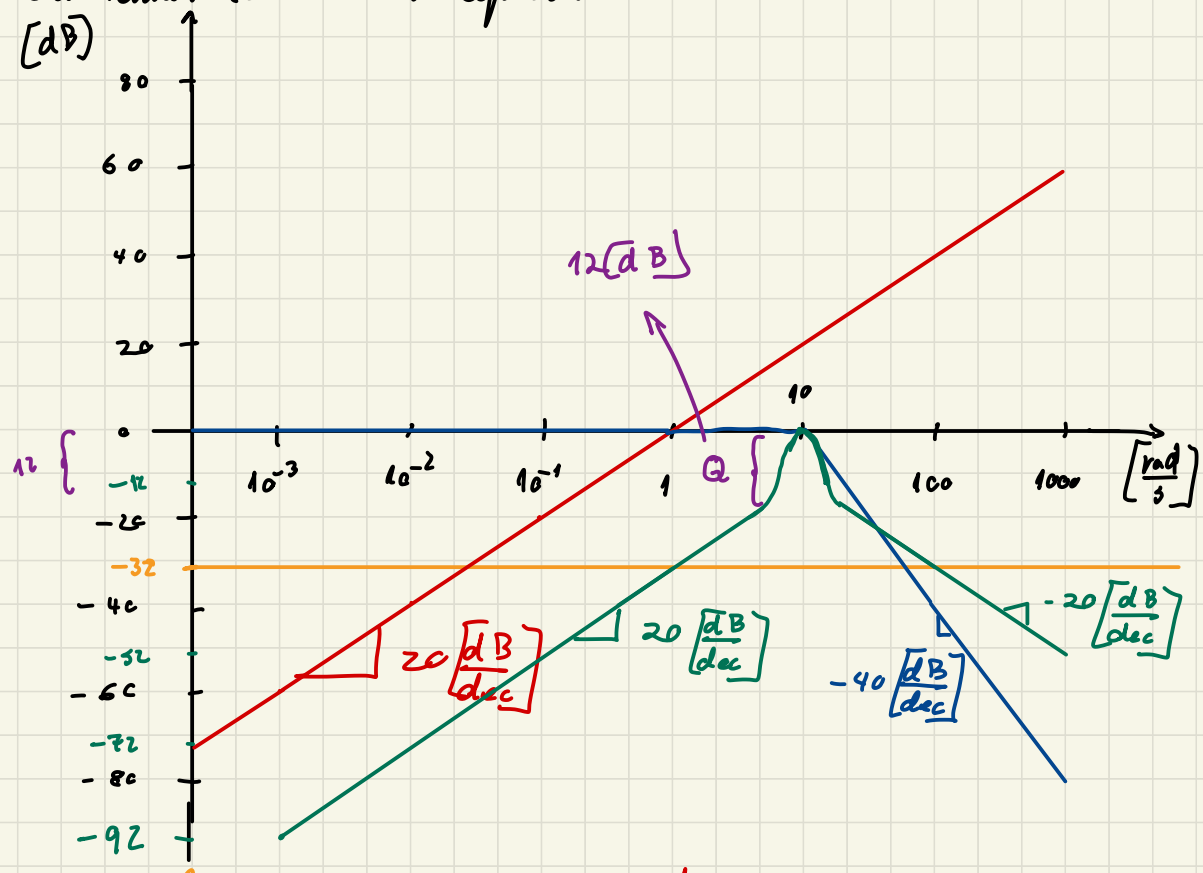
$\rightarrow$ Overshoot $\rightarrow$ $20 \log Q = 12\,[dB]$

Ganancia

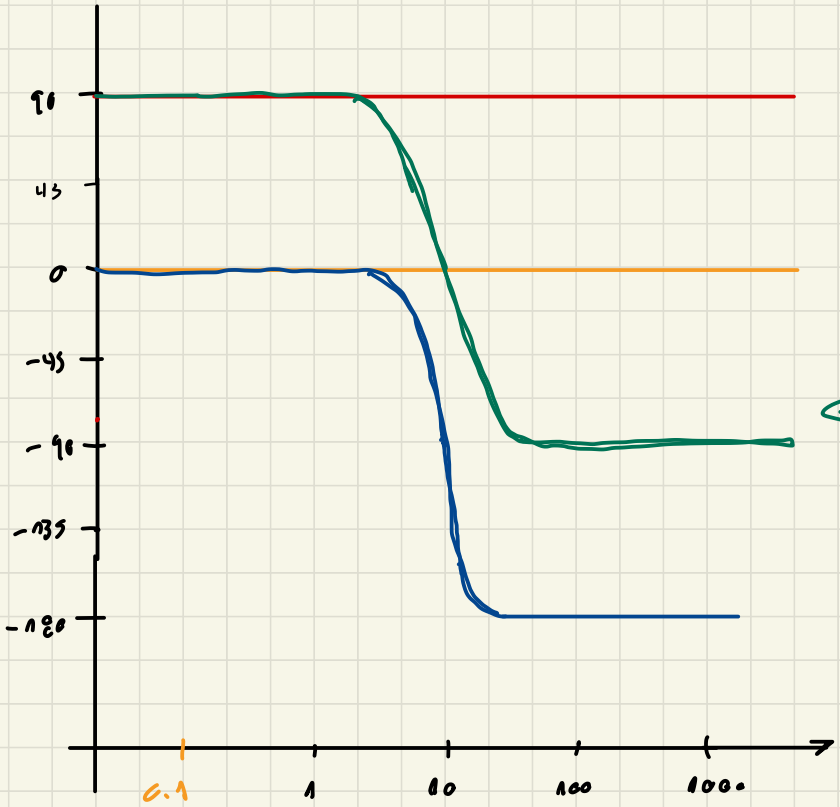
1) Aporte de $20 \log 0.025 = -32\,[dB]$

-

Juntamos todos los aportes:



- Aporte ganancia
- Aporte cero origen
- Aporte polos conjugados
- final



← Bode face final

Problema 2

A partir de los diagramas de Bode de las figuras 2 y 3, determine la función de transferencia.

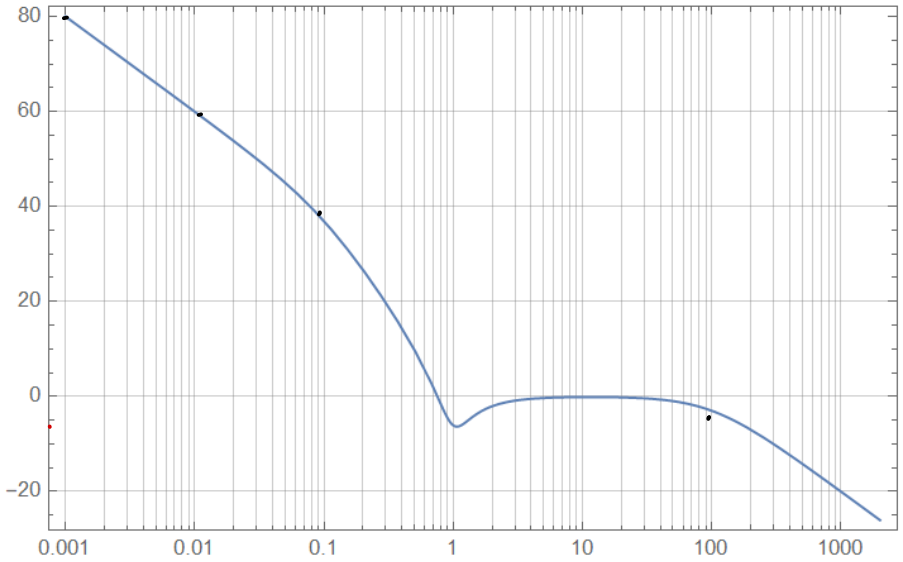


Figura 2: Bode amplitud P2

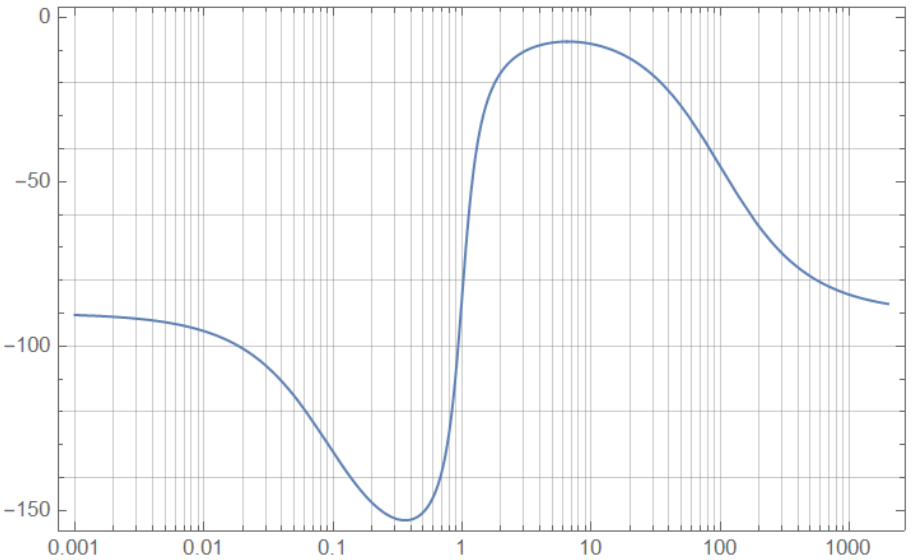


Figura 3: Bode fase P2

Primero identificamos la forma de la función de transferencia:

1) Notamos que el Bode de fase parte $-90°$ lo que nos indica la existencia de un **polo en el origen.**

2) Entre 0.001 y 0.1 hay una pendiente de $-20\left[\frac{dB}{dec}\right]$ correspondiente al polo de origen anterior.

3) Entre 0.1 y 1 hay una pendiente de $-40\left[\frac{dB}{dec}\right]$ lo que nos indica la existencia de un **polo en** $0.1\left[\frac{rad}{s}\right]$

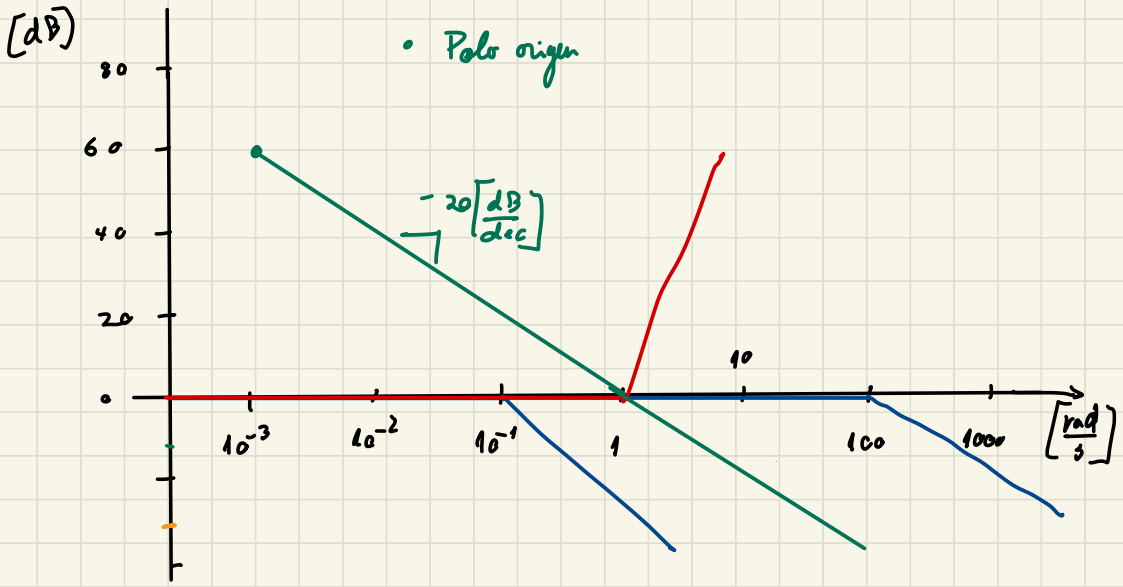
4) En $1\left[\frac{rad}{s}\right]$ hay una existencia de Overshoot lo que nos indica la existencia de **ceros conjugados en** $1\left[\frac{rad}{s}\right]$

5) En $100\left[\frac{rad}{s}\right]$ comienza un decaimiento de $-20\left[\frac{dB}{dec}\right]$ por lo tanto hay un **polo en** $100\left[\frac{rad}{s}\right]$.

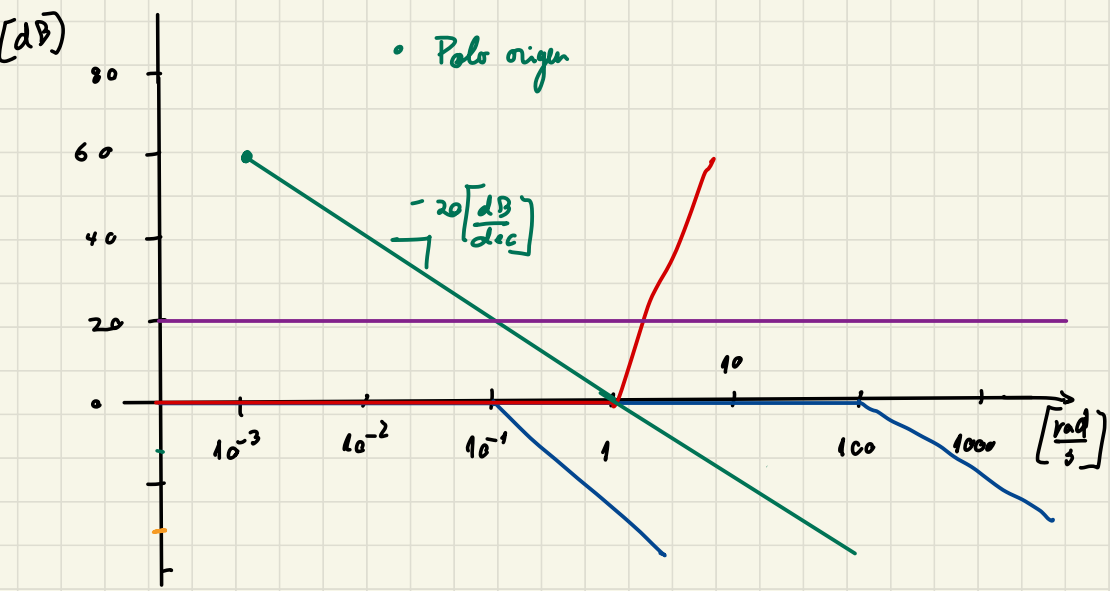
→ Luego:

$$F.T = |A| \cdot \frac{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n} \cdot s + 1\right)}{s\left(1 + \frac{s}{0.1}\right)\left(1 + \frac{s}{100}\right)}$$

6) Falta encontrar A (Ganancia) para eso, notamos que la amplitud parte desde $80[dB]$. Esto nos lleva a concluir que existe un aporte de ganancia de $20[dB]$ ya que:



→ Vemos que los aportes individuales en 0.001 al sumarlos dan 60 [dB]. Sin embargo, vemos que en el gráfico en 0.001 $\left[\frac{rad}{s}\right]$ corta en 80 [dB]. Así, faltan 20 [dB] de aporte para completar el gráfico.



Así, $20 \log A = 20$

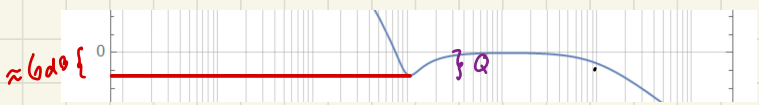
$$\boxed{A = 10}$$ → positivo ya que no hay desfase de $-180°$ en Bode Fase.

7) Finalmente, calculamos ξ. Para esto se tiene:

$$\left(\frac{s^2}{\omega n^2}\right) + \frac{2\xi}{\omega n} \cdot s + 1$$

↳ Ya se sabe que $\omega n = 1 \left[\frac{rad}{s}\right]$

→ Desde el overshoot se tiene:



* El overshoot mide 6 [dB] aprox. Este valor equivale a:

$$20 \log Q = 6$$

$$Q \approx 2$$

$$Q = \frac{1}{2\xi} = 2 \Rightarrow \boxed{\xi = 0.25}$$

→ Completando la F.T:

$$F.T = 10 \; \frac{\left(\frac{s^2}{1^2} + \frac{2 \cdot 0.25 \cdot s}{1} + 1\right)}{s\left(1 + \frac{s}{0.1}\right)\left(1 + \frac{s}{100}\right)}$$

$$F.T = 10 \frac{\left(s^2 + 0.5s + 1\right)}{s\left(1 + \frac{s}{0.1}\right)\left(1 + \frac{s}{100}\right)}$$

Problema 3 - [IEE2413 - I1 2021-1]

Asumiendo que los opAmps son ideales, encuentre una expresión analítica para V_o para el circuito de la Figura 4, en función de V_1 y V_2.

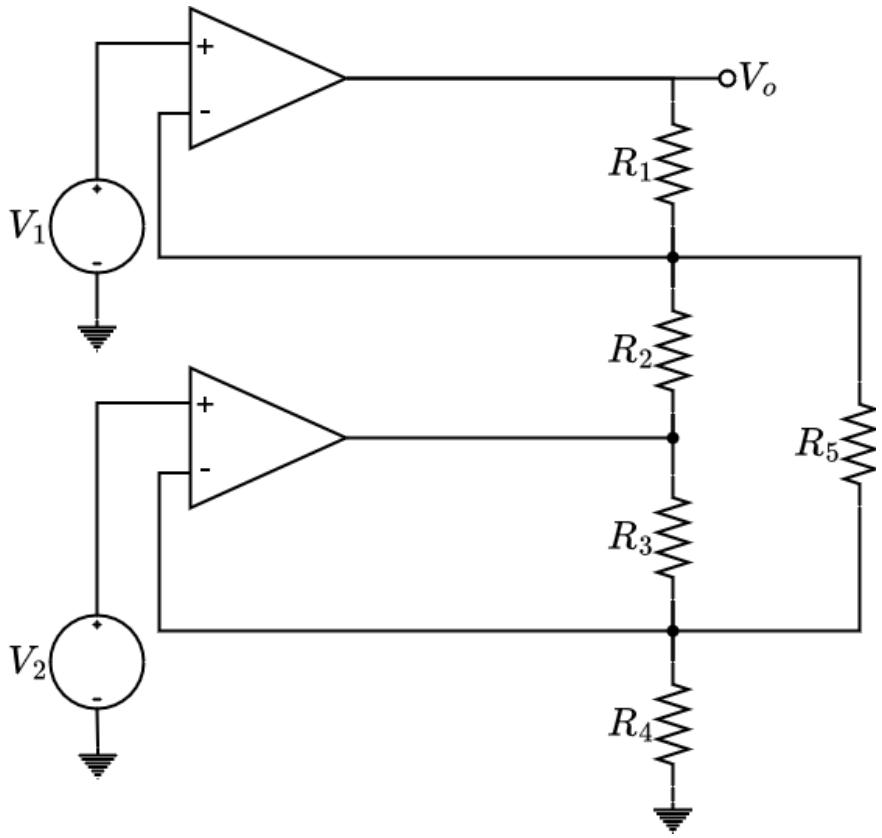
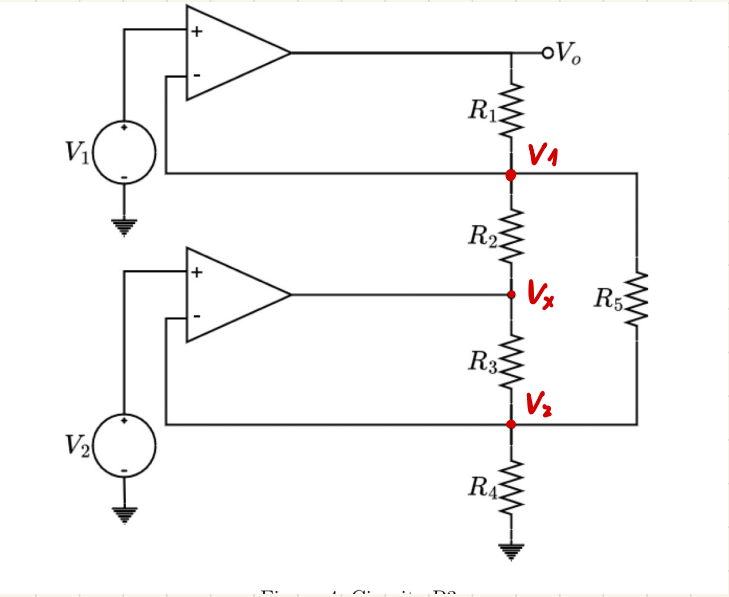


Figura 4: Circuito P3

P3 - Solución



(1) $\frac{V_1 - V_o}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_5} + \frac{V_1 - V_x}{R_2} = 0$

(2) $\frac{V_2}{R_4} + \frac{V_2 - V_x}{R_3} + \frac{V_2 - V_1}{R_5} = 0$

→ De la segunda ecuación despejamos V_x en función de V_1 y V_2:

$$V_x = V_2 \left(\frac{R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_4 R_5}{R_4 R_5} \right) - V_1 \left(\frac{R_3}{R_5} \right)$$

Reemplazando V_x en (1), pero reordenamos (1) primero:

$$\frac{V_0}{R_1} = V_1\left(\frac{R_1R_2 + R_1R_5 + R_2R_5}{R_1R_2R_5}\right) - V_2\left(\frac{1}{R_5}\right) - V_x\left(\frac{1}{R_2}\right)$$

Ahora, reemplazamos:

$$\frac{V_0}{R_1} = V_1\left(\frac{R_1R_2 + R_1R_5 + R_2R_5}{R_1R_2R_5}\right) - V_2\left(\frac{1}{R_5}\right) + V_1\left(\frac{R_3}{R_2R_5}\right) - V_2\left(\frac{R_3R_4 + R_3R_5 + R_4R_5}{R_2R_4R_5}\right)$$

Simplificando:

$$V_0 = V_1\left(\frac{R_1R_2 + R_1R_5 + R_2R_5 + R_1R_3}{R_2R_5}\right) - V_2\left(\frac{R_1\left(R_3R_4 + R_3R_5 + R_4R_5 + R_2R_4\right)}{R_2R_4R_5}\right)$$

//