IEE2123-1 Circuitos Eléctricos - 1er Semestre 2018
Profesor: Daniel Olivares Q.
Ayudantes: Christian Escobar, Nicolás Garrido, Alonso Lizana, Maximiliano Rivera, Rodrigo Troncoso

Tarea 7

Circuitos Trifásicos

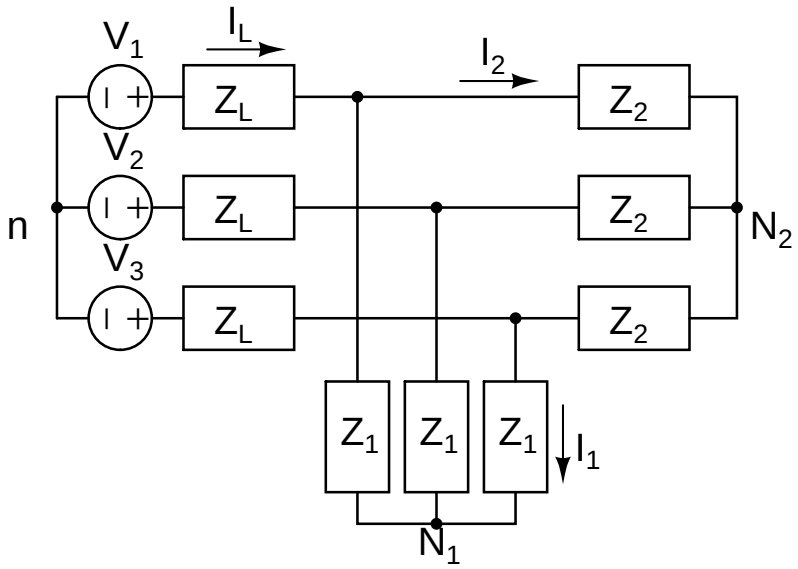
Fecha de Entrega: Martes 22 de Mayo hasta las 23:59 horas.

Ayudante encargado: Rodrigo Troncoso - rftroncoso@uc.cl

- La solución debe entregarse en un único archivo PDF en Siding. También debe adjuntar archivos anexos (e.g., códigos) en formato comprimido RAR o ZIP.
- No se aceptarán fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc. podrán ser hechas a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. por tarea si se escribe en LaTeX.
- Limite el tamaño de sus archivos a 10 MB.

Trifásico Balanceado

En el circuito trifásico balanceado de secuencia positiva de la figura considere $\dot{V}_{ab} = 220\sqrt{3}\angle 0°$, $Z_L = 0{,}1 + j0.5\,\Omega$, $Z_1 = 20 + j5\,\Omega$, $Z_L = 10 + j10\,\Omega$.



1. Dibujar un diagrama fasorial con las tensiones fase-fase y fase-neutro de la fuente.
2. Calcular los fasores de la corriente de línea $\dot{I}_L$ y de carga $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$.

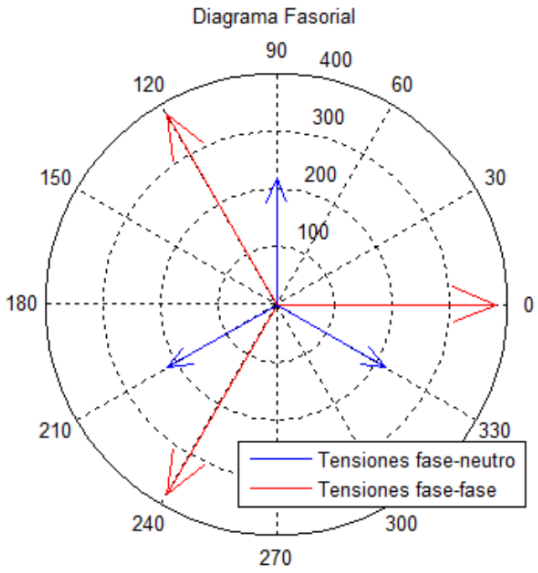
3. Calcular las corrientes anteriores para todas las fases. Por ejemplo la fase a de la corriente en la carga 1 sería llamada $\dot{I}_{1a}$.

4. Calcular el factor de potencia de las cargas 1 y 2 individualmente y luego en conjunto.

5. Suponga que los neutros de cada una de las cargas se conectan al neutro de la fuente con una impedancia de linea de $Z_L = 0{,}1 + j0.5\,\Omega$ ¿Cómo cambia el voltaje de la carga 2?

Solución:

1. El diagrama queda:



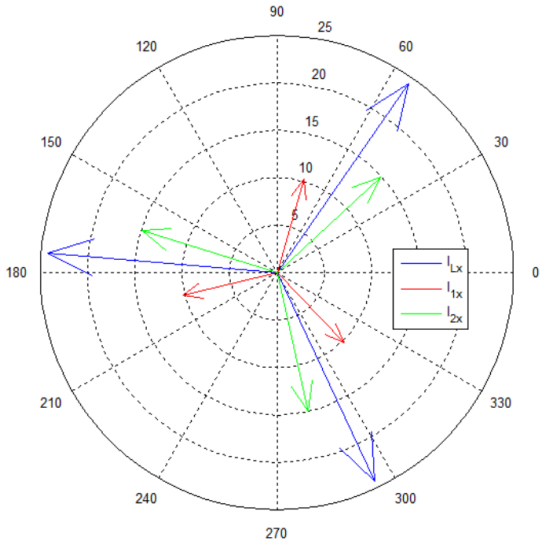
2. Se analiza una sola fase y con divisores de corriente se puede llegar a:

$$I_1 = 10{,}246\angle -46.367^\circ$$

$$I_2 = 14{,}937\angle -77.33^\circ$$

$$I_L = 24{,}298\angle -64.81^\circ$$

3. El diagrama queda:



4. El factor de potencia está dado por el mismo ángulo que el de la impedancia correspondiente:

$$fp1 = \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)\right] = \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{5}{20}\right)\right] = 0{,}97$$

$$fp2 = \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{10}{10}\right)\right] = 0{,}707$$

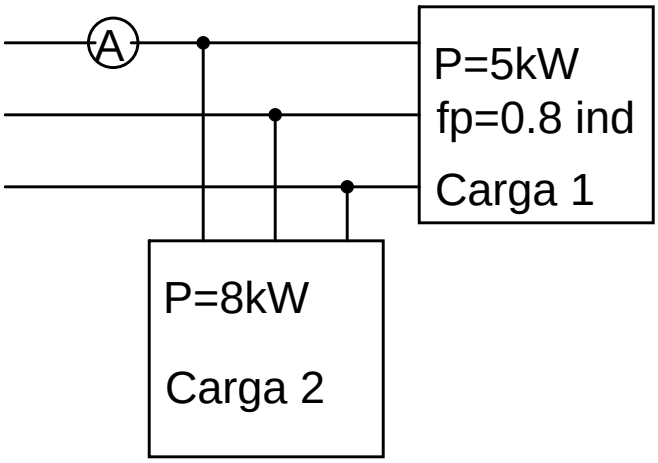
Por último las impedancias en paralelo quedan

$$Z = Z_1||Z_2 = 8{,}692\angle 32.47^\circ \implies fpZ = 0{,}844$$

5. Se sabe que el voltaje de entre neutros de una carga balanceada es de cero, por lo tanto, al conectar los neutros entre sí no hay corriente que pase entre ellos.

Factor de potencia

El siguiente circuito está formado por cargas trifásicas balanceadas en paralelo con los datos que muestra la figura. El voltaje fase-fase de la línea es 380 V RMS y el amperímetro indica un valor de 22 A RMS.



1. Determinar el factor de potencia de la carga 2.
2. Suponga que la carga 1 está formada por 3 impedancias Z_1 conectadas en estrella mientras que la carga 2 lo está para 3 impedancias en delta. Calcular los valores de Z_1 y Z_2.
3. Calcular el banco de condensadores conectados en delta para que el factor e potencia del conjunto sea unitario.

Solución:

1. Primero se determina la potencia activa total y aparente del circuito como:

$$P_{pT} = 13\,\text{kW}\ ;\ |\dot{S}_T| = 14.479\,\text{kV A}$$

Luego calculamos la potencia reactiva total como:

$$\theta_T = \cos^{-1}\left(\frac{P_{pt}}{|\dot{S}_T|}\right) = 26.122^\circ \implies Q_T = P_{pT}\tan\theta = 6{,}377 kVA_r$$

Ahora teniendo la potencia reactiva total se le resta la potencia reactiva de la carga 1 para obtener la de la carga 2 y con esto el factor de potencia:

$$Q_2 = Q_T - Q_1 = Q_T - P_1\tan(\cos^{-1}(fp_1)) = 2{,}627 VA_r$$
$$fp_2 = \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{Q_2}{P_2}\right)\right] = 0{,}95$$

2. Utilizando las ecuaciones

$$P = V^2 G \text{ y } Q = -V^2 B$$

Se llega a que la impedancia de la primera carga en estrella es:

$$Z_1 = 3\frac{1}{Y_1} = \frac{3}{G + jB} = 59 + 49{,}1j$$

y de la misma forma

$$Z_2 = 16{,}4 + 5{,}4j$$

3. Para calcular el banco de condensadores se considera el caso de un condensador para un voltaje e impedancias del circuito y luego se extrapola para el resto de las fases, sin embargo esto se puede hacer siempre y cuando los capacitores estén en estrella por lo cual al final solo se debe multiplicar por 3 para obtener el equivalente en delta.

Si se desea un nuevo factor de potencia 1 entonces el ángulo de la impedancia equivalente será

$$fp = \cos\theta = 1 \implies \theta = 0$$

Luego se desea encontrar una potencia reactiva negativa que sea opuesta a la potencia reactiva de las 2 impedancias en paralelo.

$$Q_{Z1} + Q_{Z2} + Q_C = 0 \implies Q_C = -Q_{Z1} - Q_{Z2}$$

$$-\omega C V_c^2 = -(Q_{Z1} + Q_{Z2}) \implies C = \frac{1}{2\pi f V_c^2}(Q_{Z1} + Q_{Z2}) = \frac{1}{2\pi f V_c^2}(Q_T)$$

$$\therefore C = \frac{1}{2\pi f V_c^2}(Q_T) = \frac{1}{2\pi * 50 * 380^2}(6377) = \frac{1}{2\pi * 50 * 200^2}(6377/3)$$

Considerando la frecuencia de la norma chilena y reemplazando datos se llega a

$$C_Y = 1{,}4 * 10^{-4} F$$

y el capacitor en delta:

$$Z_\Delta = 3 Z_Y$$

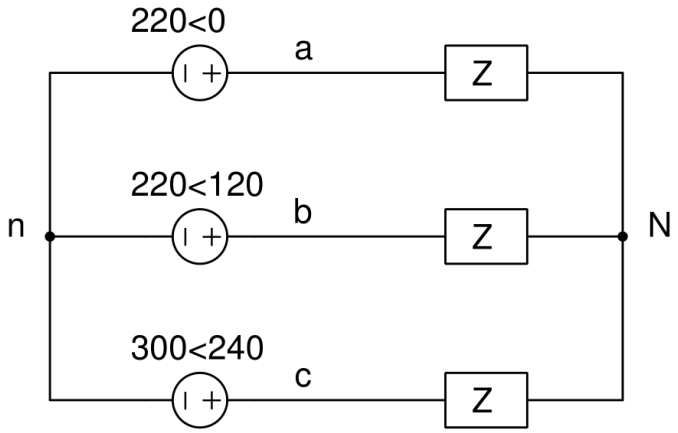
$$\frac{1}{jwC_\Delta} = \frac{3}{jwC_Y}$$

$$\frac{1}{jwC_\Delta} = \frac{1}{jw(C_Y/3)}$$

$$\therefore C_\Delta = C_Y/3 = 4{,}67 \times 10^{-5} F$$

Trifásico Desbalanceado

Para el circuito de la figura considere $Z = 10 + j5\,\Omega$



1. Dado que las cargas están balanceadas y los neutros aislados demuestre que

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn}}{3}$$

2. En base a este resultado calcule el voltaje en las cargas ($\dot{V}_{xN}$) y las corrientes de línea ($\dot{I}_{Lx}$).
3. Calcular la potencia promedio consumida por las cargas en total ¿Es constante?

4. Considere que los neutros se conectan por una impedancia $Z_{Nn} = 0{,}1 + j0.2\,\Omega$. Calcule el nuevo valor de $\dot{V}_{Nn}$ y la corriente que circula por esta línea.

Solución:

1. Pasando cada combinación de fuente con impedancia a su equivalente de Norton se tienen 3 fuentes de corriente en paralelo (que se suman) y 3 impedancias en paralelo. La fuente de corriente tendrá valor:
$$I_{eq} = \frac{\dot{V}_{an}}{Z} + \frac{\dot{V}_{bn}}{Z} + \frac{\dot{V}_{cn}}{Z}$$
Y la impedancia equivalente será $Z_{eq} = Z||Z||Z = \frac{Z}{3}$ Luego por ley de Ohm, el voltaje será:
$$\dot{V}_{Nn} = \frac{\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn}}{Z}\frac{Z}{3} = \frac{\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn}}{3}$$
Reemplazando se llega a $\dot{V}_{Nn} = 26{,}666\angle -120°$.

2. Hacemos una resta de voltajes y dividimos por el valor de la impedancia:
$$\dot{I}_{La} = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z} = 20{,}972\angle 159.085°$$
$$\dot{I}_{Lb} = \frac{\dot{V}_{bn} - \dot{V}_{Nn}}{Z} = 20{,}972\angle 267.785°$$
$$\dot{I}_{Lc} = \frac{\dot{V}_{cn} - \dot{V}_{Nn}}{Z} = 24{,}448\angle 33.435°$$

3. La potencia promedio total consumida por las cargas se puede calcular como la potencia consumida por la carga equivalente $\frac{Z}{3}$. En cualquier caso, la potencia solo se puede dejar expresada en términos de la impedancia Z, la conductancia, o el ángulo entre el voltaje y la corriente, que teniendo uno se puede llegar al otro.
$$Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}} = G + jB = 0{,}08 - 0{,}04j$$
$$\bar{P} = V_{Nn}^2 G = 56.888\,\mathrm{W}$$

4. La diferencia con el caso anterior (pregunta 3.1), es que ahora a la impedancia equivalente hay que agregarle Z_{Nn} en paralelo, la corriente equivalente sigue siendo la misma.
$$Z_{eq} = \frac{Z}{3}||Z_{Nn} = 0{,}22\angle 62.758°$$
Luego
$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Z_{eq}}{Z}(\dot{V}_a n + \dot{V}_b n + \dot{V}_c n) = 0{,}524\angle -83.807°$$
Y la corriente será:
$$\dot{I}_{Nn} = \frac{\dot{V}_{Nn}}{Z_{Nn}} = 2{,}339\angle -147.242°$$