IEE2123-1 Circuitos Eléctricos - 1er Semestre 2017
Profesor: Daniel Olivares Q.
Ayudantes: Rodrigo Bernal Christian Busse Martín Cepeda
Tomás Herrera Yoav Navon Rodrigo Troncoso

Tarea 3

Leyes de Ohm y de Kirchoff.
Fecha de Entrega: Día XX de XXXXX hasta las 23:59 horas.

- La Tarea debe ser subida en formato .pdf al Siding, junto a los archivos adjuntos necesarios en un formato .rar o .zip.
- No se aceptarán fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc. podrán ser hechas a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. por tarea si se escribe en LaTeX.
- Evite entregar tareas de más de 10 MB de peso debido a imágenes de alta resolución.

Problema 1

Escriba la ecuación matricial (en orden según los subíndices de las corrientes) para el siguiente ejercicio utilizando los nombres de voltajes y corrientes utilizados en la figura.

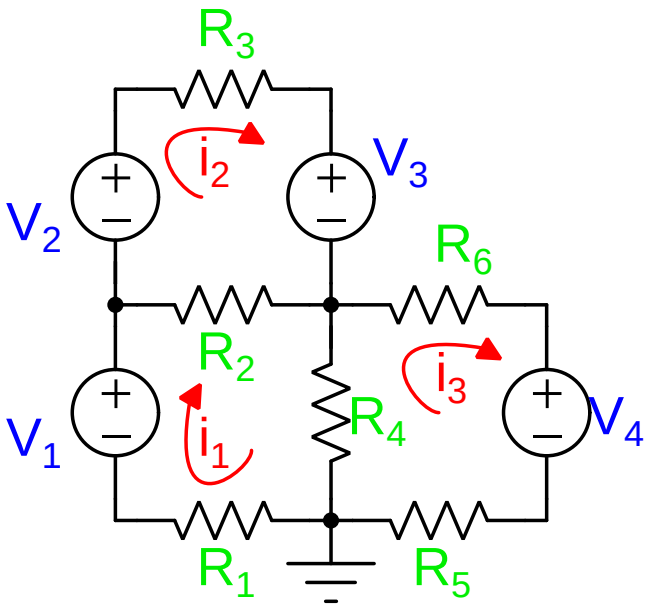


Figura 1: Método de Mallas

Solución:

Se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\textbf{m1}: &\quad V_1 = (i_1 - i_2)R_2 + (i_1 - i_3)R_4 + i_1 R_1 \\
\textbf{m2}: &\quad V_2 = i_2 R_3 + V_3 + (i_2 - i_1)R_2 \\
\textbf{m3}: &\quad -i_3 R_6 = V_4 + i_3 R_5 + (i_3 - i_1)R_4
\end{aligned}$$

Luego la matriz queda:

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2 + R_3 & 0 \\ -R_4 & 0 & R_4 + R_5 + R_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 - V_3 \\ -V_4 \end{pmatrix}$$

Problema 2

Escriba la ecuación matricial (en orden según los subíndices de los voltajes) para el siguiente ejercicio utilizando los nombres de voltajes y corrientes utilizados en la figura. ¿Qué puede decir respecto al ejercicio anterior?

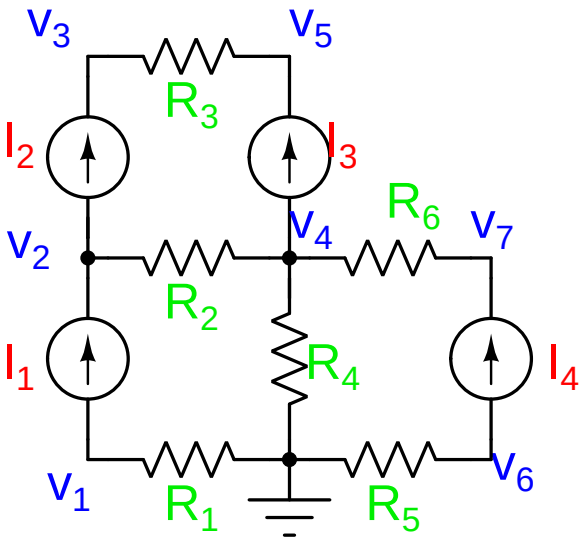


Figura 2: Método de Nodos

Solución: Se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\textbf{n1}: &\quad I_1 = -\tfrac{V_1}{R_1} \\
\textbf{n2}: &\quad I_1 = I_2 + \tfrac{v_2 - v_4}{R_2} \\
\textbf{n3}: &\quad I_2 = \tfrac{v_3 - v_5}{R_3} \\
\textbf{n4}: &\quad \tfrac{v_2 - v_4}{R_2} = I_3 + \tfrac{v_4}{R_4} + \tfrac{v_4 - v_7}{R_6} \\
\textbf{n5}: &\quad I_3 = \tfrac{v_5 - v_3}{R_3} \\
\textbf{n6}: &\quad I_4 = -\tfrac{v_6}{R_5} \\
\textbf{n7}: &\quad I_4 = \tfrac{v_7 - v_4}{R_6}
\end{aligned}$$

Luego la matriz queda:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_3} & 0 & -\frac{1}{R_3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & 0 & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_6} & 0 & 0 & -\frac{1}{R_6} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_3} & 0 & \frac{1}{R_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_6} & 0 & 0 & \frac{1}{R_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_1 \\ I_1 - I_2 \\ I_2 \\ -I_3 \\ I_3 \\ -I_4 \\ I_4 \end{pmatrix}$$

Problema 3

Escriba la ecuación matricial del ejercicio utilizando método de nodos y supernodos y utilizando los nombres de voltajes y corrientes utilizados en la figura. Deje su vector de voltajes en función de v_1, v_2, v_5, v_6.

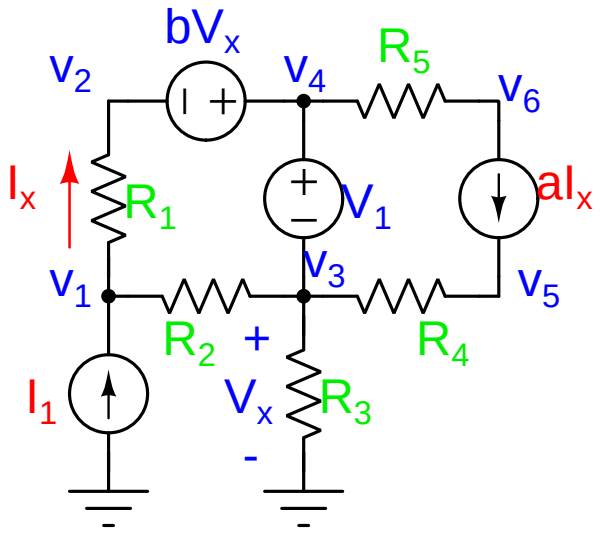


Figura 3: Más fuentes

Solución:

Se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \textbf{n1}: &\quad I_1 = \tfrac{v_1-v_2}{R_1} + \tfrac{v_1-v_3}{R_2} \\ \textbf{sn2}: &\quad \tfrac{v_1-v_2}{R_1} = \tfrac{v_4-v_6}{R_5} + \tfrac{v_3}{R_3} + \tfrac{v_3-v_5}{R_4} + \tfrac{v_3-v_1}{R_2} \\ \textbf{n5}: &\quad \alpha I_x = \tfrac{v_5-v_3}{R_4} \\ \textbf{n6}: &\quad \tfrac{v_4-v_6}{R_5} = \alpha I_x \end{aligned}$$

Y las siguientes ecuaciones adicionales:

$$\begin{array}{ll} \textbf{a1}: & I_x = \frac{v_1 - v_2}{R_1} \\ \textbf{a2}: & v_x = v_3 \\ \textbf{a3}: & v_4 - v_2 = bV_x \\ \textbf{a4}: & v_4 - v_3 = V_1 \end{array}$$

Como se quiere dejar todo en función de v_1, v_2, v_5, v_6 hay que expresar v_3 y v_4 en función de estos voltajes. Despejando de las ecuaciones adicionales se llega a:

$$v_4 = \frac{b}{b-1}V_1 - \frac{1}{b_1}v_2$$

$$v_3 = \frac{V_1}{b-1} - \frac{v_2}{b-1}$$

Finalmente reemplazando estos voltajes en las ecuaciones nodales la matriz queda:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_1||R_2} & \frac{1}{(b-1)R_2} - \frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_1||R_2} & \frac{1}{R_1} - \frac{1}{(b-1)R_2||R_3||R_4||R_5} & -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_5} \\ -\frac{\alpha}{R_1} & \frac{1}{(b-1)R_4} + \frac{\alpha}{R_1} & \frac{1}{R_4} & 0 \\ \frac{\alpha}{R_1} & \frac{1}{(b-1)R_5} - \frac{\alpha}{R_1} & 0 & \frac{1}{R_5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_5 \\ v_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 + \frac{V_1}{(b-1)R_2} \\ -\left[\frac{b}{(b-1)R_5} + \frac{1}{(b-1)]R_2||R_3||R_4}\right]V_1 \\ \frac{V_1}{(b-1)R_4} \\ \frac{b}{(b-1)R_5}V_1 \end{pmatrix}$$