Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 – Circuitos Eléctricos

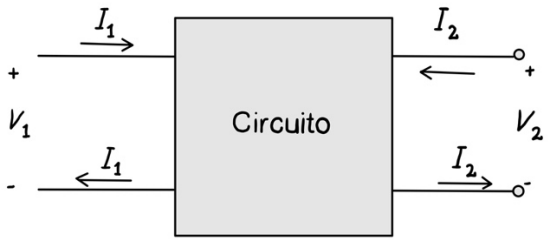
Ayudantía 14

Profesor David Watts – 2023-1
Ayudante Ignacio Barrientos M. (Ignacio.barrientos@uc.cl)

Resumen

1. Definiciones

Todos los modelos están descritos en base al siguiente esquema general:



Del cual se desprenden seis modelos Tetrapolos o Redes de dos puertas, los cuales se describen como los siguientes sistemas:

Impedancia Z	$V_1=Z_{11}I_1+Z_{12}I_2$ $V_2=Z_{21}I_1+Z_{22}I_2$
Admitancia Y	$I_1=Y_{11}V_1+Y_{12}V_2$ $I_2=Y_{21}V_1+Y_{22}V_2$
Híbrido h	$V_1=h_{11}I_1+h_{12}V_2$ $I_2=h_{21}I_1+h_{22}V_2$
Híbrido inv. g	$I_1=g_{11}V_1+g_{12}I_2$ $V_2=g_{21}V_1+g_{22}I_2$
Transmisión T	$V_1=AV_2-BI_2$ $I_1=CV_2-DI_2$
Transmisión inv. T´	$V_2=A´V_1-B´I_1$ $I_2=C´V_1-D´I_1$

2. Formas matriciales

Matricialmente, los sistemas anteriores se representan de la siguiente manera:

Parámetros híbridos

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Parámetros híbridos inversos:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Parámetros de transmisión:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

Parámetros de admitancia:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

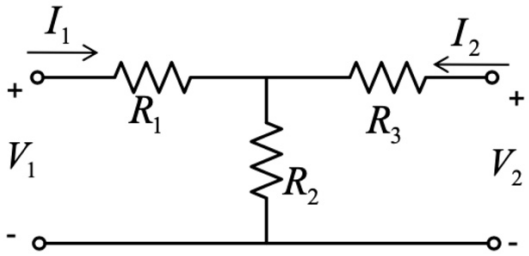
Parámetros de impedancia:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

3. Ejemplos de conversión generalizada a partir de topologías delta y estrella

Adicionalmente, se pueden generalizar diferentes conversiones, tales como las que se muestran a continuación:

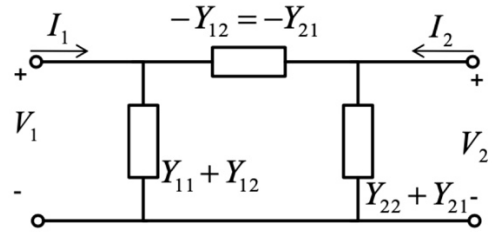
Tomando como referencia el siguiente circuito en Y:



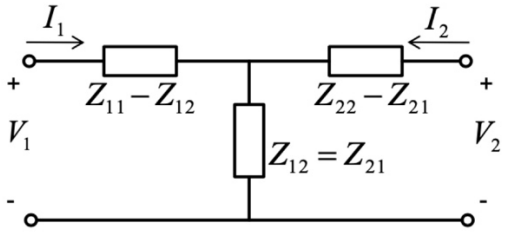
Se puede demostrar que sus parámetros H, en función de las resistencias, son los siguientes:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} & \dfrac{R_2}{R_2 + R_3} \\ \dfrac{-R_2}{R_2 + R_3} & \dfrac{1}{R_2 + R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Por otro lado, también se puede ver que se pueden tener los siguientes dos ejemplo que establecen relaciones entre las impedancias de conexiones en delta y estrella:



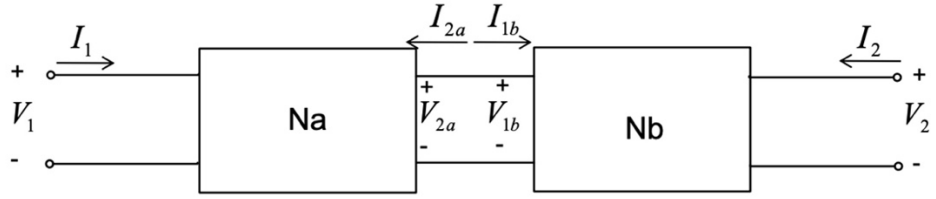
Circuito π que representa los parámetros de admitancia



Circuito T que representa los parámetros de impedancia

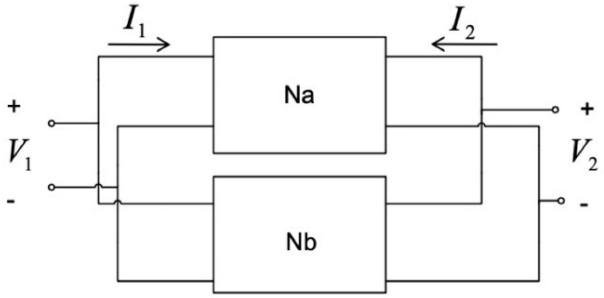
Finalmente, los parámetros de transmisión, admitancia e impedancias son útiles para generar conexiones en cascada, paralelo y seria, respectivamente. Tal como se muestra a continuación:

Conexión en cascada:



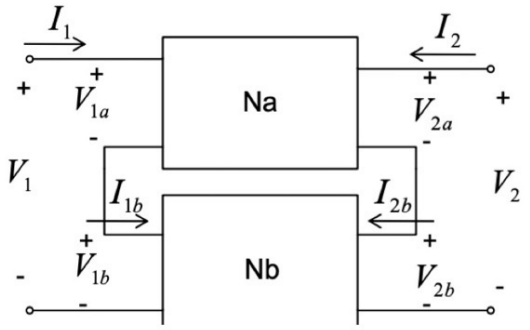
$$T = T_a T_b$$

Conexión en paralelo:



$$Y = Y_a + Y_b$$

Conexión en serie:



$$Z = Z_a + Z_b$$

Problemas

Problema 1

Considerando los circuitos de la Figura 1 encuentre sus parámetros H y Z.

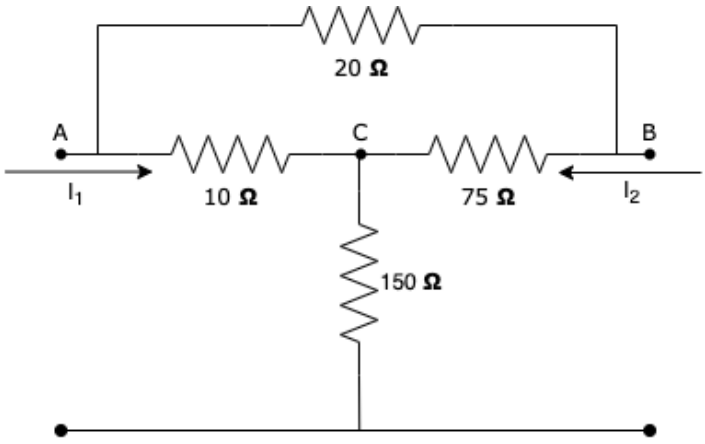


Figura 1: Tetrapolo

Problema 2

Considerando el circuito de la Figura 2 encuentre sus parámetros de Transmisión T.

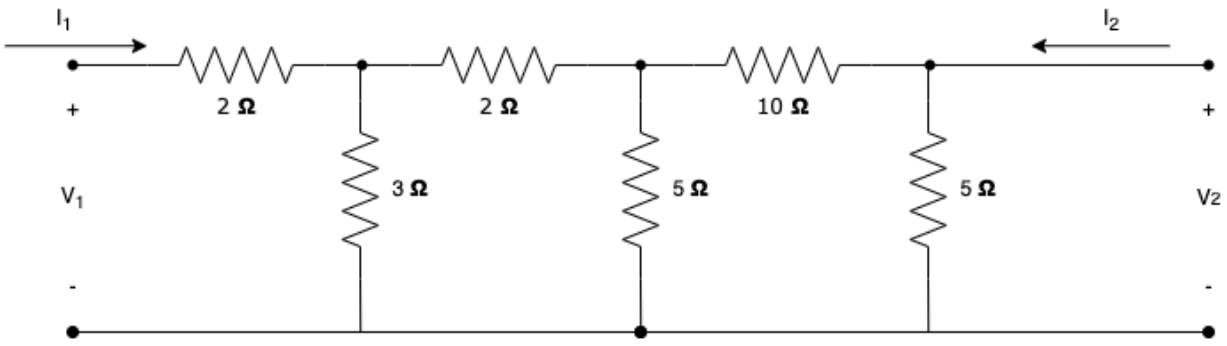


Figura 2: Tetrapolos en cascadas

Problema 3

Considerando el circuito de la Figura 3 encuentre sus parámetros H.

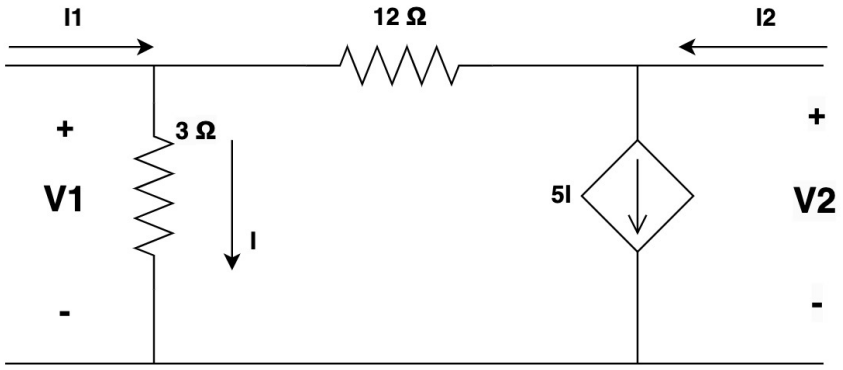


Figura 3: Red de dos puertas con fuente de corriente dependiente.