Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Examen

1º semestre 2023 - Profesor David Watts

Ayudante: Elena Contardo (ele.contardo@uc.cl)

Problema 1 (20 puntos)

PARTE A (14 puntos)

a) (3 puntos) Simplifique el circuito lo máximo posible, teniendo en mente que sólo le interesan los nodos V1, V2 y V3. Dibújelo muy ordenadamente.

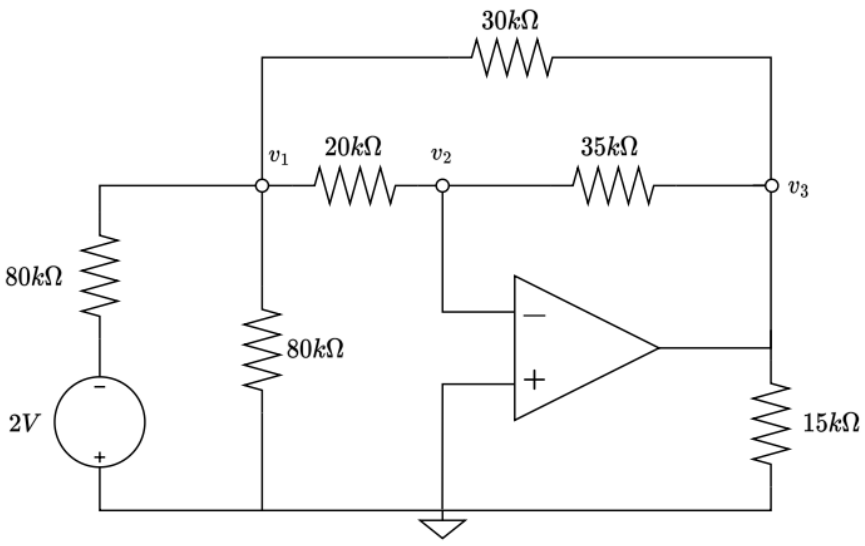


Figura 1: Circuito simplificado

b) (5 puntos) Escriba las ecuaciones (sin resolver) que le permiten calcular los voltajes en los nodos V1, V2 y V3.

$$v_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{-2 - v_1}{80k} + \frac{0 - v_1}{80k} = \frac{v_1 - v_2}{20k} + \frac{v_1 - v_3}{30k} \tag{2}$$

$$\frac{v_1 - v_2}{20k} = \frac{v_2 - v_3}{35k} \tag{3}$$

c) (2 puntos) Escriba el sistema de ecuaciones (sin resolver) que le permita calcular los voltajes en los nodos V4, V5 y V6 del circuito de la figura a partir de V1, V2 y V3.

$$\frac{v_1 - v_2}{20k} = \frac{v_2 - v_4}{25k}$$

$$\frac{v_1 - v_3}{30k} = \frac{v_1 - v_5}{10k} = \frac{v_5 - v_6}{10k}$$

Criterios de corrección:

- **3 ptos.** Simplifica correctamente el circuito (-1 pto por cada error).
- **1 pto.** Obtiene correctamente ecuación de cortocircuito virtual (1).
- **2 ptos.** Obtiene correctamente ecuación (2).
- **2 ptos.** Obtiene correctamente ecuación de continuidad (3).
- **2 ptos.** Obtiene correctamente ecuaciones para obtener v_4, v_5 y v_6 (Si obtiene una o dos 1 pto, si obtiene las tres 2 ptos).

PARTE B (6 puntos)
Diseñe un circuito mezclador que le permita sumar tres señales de voltaje, Va, Vb y Vc, con ganancias independientes en cada uno de los tres canales, que se controlen cambiando el valor de la resistencia o potenciómetro respectivo y donde otra u otras resistencias/potenciómetros permitan controlar la ganancia de la salida total Vout. Preocúpese de que el mezclador no sea inversor.

Debe indicar la topología/dibujo del circuito (2 puntos), plantear las expresiones que permiten llegar a Vout a partir de las reglas de "oro" de corrientes de entrada y voltaje (2 puntos), y plantear la expresión del voltaje de salida Vout, que cumpla las características pedidas (2 puntos). En caso de tener todo correcto, pero utilizar una configuración inversora, se descuentan 2 puntos.

Solución:

Existen varias formas de lograr lo pedido. Una de ellas es utilizar topologías de amplificador no inversor y un sumador.

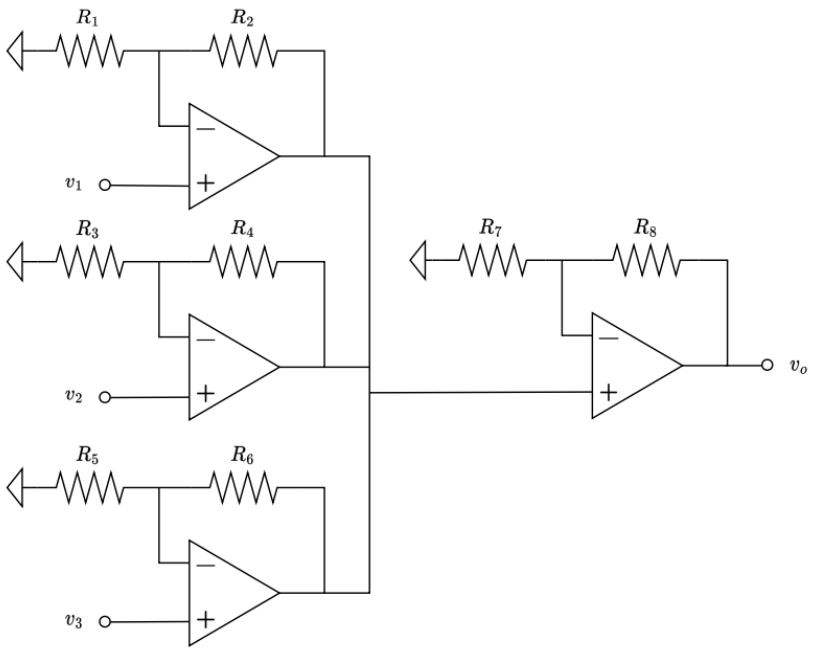


Figura 2: Sumador no inversor

Para obtener v_o:

$$v_1' = (1 + \frac{R_2}{R_1}) \cdot v_1$$
$$v_2' = (1 + \frac{R_4}{R_3}) \cdot v_2$$
$$v_3' = (1 + \frac{R_6}{R_5}) \cdot v_3$$

$$v_o = (1 + \frac{R_8}{R_7})(v_1' + v_2' + v_3')$$

Resolviendo:

$$v_{out} = (1 + \frac{R_8}{R_7}) \left((1 + \frac{R_2}{R_1}) \cdot v_1 + (1 + \frac{R_4}{R_3}) \cdot v_2 + (1 + \frac{R_6}{R_5}) \cdot v_3 \right)$$

Criterios de corrección:

- **2 ptos.** Realiza dibujo del circuito (no basta con dibujar cualquier cosa, sino que el dibujo debe corresponder a un circuito sumador no inversor).
- **2 ptos.** Plantea expresiones individuales que le permiten obtener el voltaje de salida final (expresiones correctas).
- **2 ptos.** Obtiene v_{out} de manera correcta, mostrando claramente una amplificación global para la suma de las señales amplificadas, y además una amplificación individual para cada señal de entrada v_a, v_b y v_c.

Problema 2 (18 puntos)

Desarrolle sólo 3 de las siguientes preguntas, donde cada pregunta vale 6 puntos. Se corregirán las primeras 3 preguntas respondidas.

PREGUNTA 1

Dibuje la forma de la curva de potencia instantánea p(t) y media P que consume el profesor cuando se peina su hermosa cabellera siendo alimentado por la central nueva renca y con un secador de 2000 W que utiliza a máxima capacidad.

a) ¿Se puede ver la potencia reactiva? Si/no.

b) ¿Se puede ver algo relacionado con la potencia reactiva?

c) En caso de que la respuesta a la pregunta b) sea positiva, ¿qué se puede observar?

Deje muy claras las respuestas a las preguntas a) y b), la frecuencia de la señal, el valor medio y picos superiores e inferiores.

Solución:

La potencia instantánea corresponde al producto de la tensión instantánea y la corriente instantánea. En el caso de que el circuito sea puramente resistivo el voltaje se encuentra en fase con la corriente, por lo que la potencia instantánea se encuentra completamente sobre el eje x, tal como se ve en la siguiente figura:

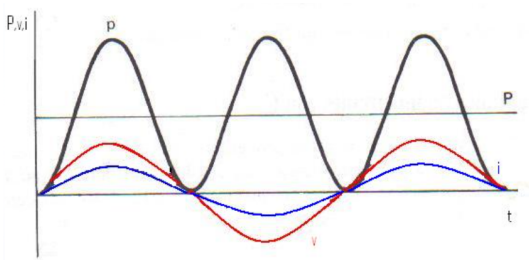


Figura 3: Potencia instantánea resistivo puro

La potencia instantánea para el caso capacitivo puro o inductivo puro la curva de potencia se centra en 0 en el eje y, puesto que la potencia promedio en estos casos es nula. Por otro lado, cuando se tiene un circuito con componentes capacitivos o inductivos, la corriente no se encuentra en fase con el voltaje, pero tampoco se encuentran desfasadas exactamente en 90 grados, por lo que la curva cruza el eje y en 0.

En el caso presentado, un secador tiene resistencia y un poco de inductancia, por lo que el gráfico se verá de la siguiente forma:

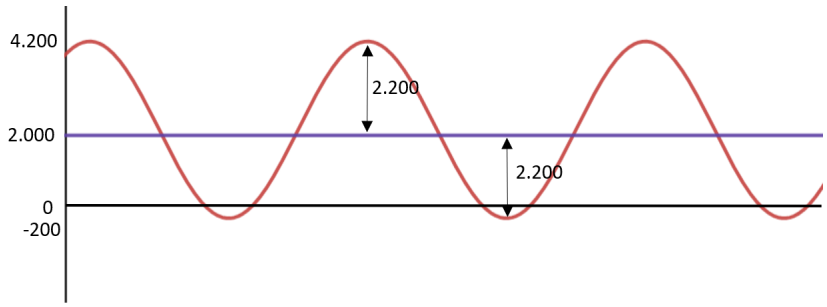


Figura 4: Potencia instantánea

Siendo la curva roja la potencia instantánea y la recta morada la potencia promedio (o valor medio), que equivale a 2.000W. Donde:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = Vcos(wt) \cdot Icos(wt - \phi)$$

$$p(t) = \frac{VI}{2}(cos(\phi) + cos(2wt + \phi))$$

Se ilustró la potencia negativa igual a 200W, donde por simetría el peak positivo se encuentra a 4.200W (se podría haber asignado otro valor para la potencia negativa, basta con que no sea muy grande).

Además, como en Chile la frecuencia de voltaje y corriente es 50Hz, la frecuencia de la potencia instantánea es de 100Hz.

Por otro lado, la potencia reactiva se define como VIsin(ángulo), donde el ángulo corresponde al desfase entre voltaje y corriente, pero no es una magnitud que se pueda medir directamente en el gráfico (a diferencia de la potencia activa o media). Lo que sí se puede observar es que la potencia instantánea se va hacia los negativos devolviendo energía a la fuente y es este ir y venir de potencia instantánea lo que caracteriza a los condensadores e inductancias en régimen sinusoidal permanente y que origina el concepto de potencia reactiva, pues la carga/descarga tiene media cero en el tiempo.

Criterios de corrección:

- Se asignarán 2 puntos por dibujar correctamente (con frecuencias y picos). Se asignará puntaje parcial.
- Se asignará 1 punto para la a) y 1 punto para la b). Se asignará puntaje parcial.
- Se asignarán 2 puntos para la c) por mencionar qué se observa y ahondar en la respuesta. Se asignará puntaje parcial.

PREGUNTA 2

Un alimentador trifásico de baja tensión rural y largo en Chile alimenta a dos comunidades o cargas, una primera (1) a mitad de camino y otra segunda al final (2). Dibuje el diagrama

fasorial aproximado de sus voltajes, dibujando tanto el extremo generador (A, B y C), como las dos cargas, es decir, la primera carga A1, B1, C1 y el de la 2da carga o final A2, B2, C3.

Solución:

Existe una diferencia de magnitud entre los voltajes del extremo generador y las cargas (mientras más lejos del generador, menor magnitud). También se genera un desfase debido a que la línea presenta un comportamiento inductivo, por lo que los voltajes de las cargas debiesen presentar un desfase respecto al voltaje del generador.

Tal como se vio en una de las primeras clases del curso y luego se reforzó en múltiples clases los alumnos tienden a creer que la potencia transita desde mayores a menores voltajes, lo que solo es cierto en corriente continua y en la potencia instantánea p(t). Sin embargo, en la potencia P en régimen sinusoidal permanente lo que de verdad determina la dirección de la potencia y quién en definitiva se comporta como generador o carga es el ángulo de los respectivos voltajes, o más bien el desfase entre ellos. Muchas veces en clases dibujamos el fasor de voltaje del generador girando, arrastrando unos pocos grados después el fasor de voltaje de la carga. De esta forma, y dado que todas las cargas deben tener voltajes cercanos a 220V, las caídas de voltaje en las líneas son muy bajas, pero si las líneas son muy largas se puede terminar con desfases de muchísimos grados. En régimen sinusoidal permanente es el ángulo y el retraso del fasor de voltaje de la carga quien determina la transferencia de potencia, principalmente. De esta forma, para dibujar el diagrama fasorial se debe dibujar el diagrama fasorial del generador con voltajes fase-neutro de 220V o voltajes fase-fase de 380V muy similar a los de la carga 1 y de la carga 2, pero donde el generador adelanta y acarrea a las dos cargas posteriores, es decir, se esperaría que el voltaje de la carga 1 esté un poco retrasado respecto del voltaje del generador, y luego, el voltaje de la carga 2 esté retrasado respecto del voltaje de la carga 1.

Por ejemplo:

$$V_{fn} = 221{,}0\angle 0$$
$$V_{C1} = 220{,}5\angle -2$$
$$V_{C2} = 220{,}0\angle -4$$

Se considera importante que los alumnos reconozcan la importancia del desfase y retraso de los voltajes de las cargas.

Criterios de corrección:

- **4pts.** Reconoce que existe un desfase inductivo producto de la impedancia de línea (a favor de las manecillas del reloj).
- **2pts.** Por realizar el diagrama fasorial correctamente con sus desfases inductivos correspondientes e interpretando una disminución de la magnitud.

PREGUNTA 3

Diseñe un circuito pasivo que tenga una respuesta oscilatoria, y dibuje aproximadamente su respuesta, indicando la frecuencia de oscilación. Use aproximaciones simples para no requerir calculadora, pero detalle paso a paso las expresiones que utiliza.

Solución:

Para lograr un circuito oscilador existen varias formas. La forma más simple es considerar elementos RLC, circuito serie o paralelo, o incluso un circuito solo LC, donde la energía y oscilación viene de la carga inicial del condensador y/o inductancia (considerando la condición necesaria para que el circuito oscile). Estos circuitos serían pasivos, porque no tienen ningún elemento que está trayendo activamente energía adicional al circuito. Estos circuitos son muy fáciles de resolver, pues solo tienen la respuesta homogénea, que se deriva de la solución de una simple ecuación cuadrática que no requiere memoria ni conocimientos de circuitos, y como se vio en los ejercicios realizados en clases.

Muchos probablemente agregarán una fuente al circuito, que por definición no es pasiva, y complejiza la solución, pues ahora se tiene una solución forzante, que se suma a la homogénea. Dado que esta opción requiere de mucho más trabajo, se considerará correcta sin descuentos en el caso en que se asocie a la solución de una ecuación diferencial o cuando se descanse en una solución homogénea o natural. Por el contrario, si se considera un circuito no pasivo donde la fuente fuerza la oscilación la respuesta sería trivial, y no se considerará correcto.

La condición de oscilación corresponde a que, una vez que se tiene la ecuación característica, $\zeta = 0$, lo que es equivalente a que las raíces sean imaginarias (ya que no decae la amplitud de la respuesta).

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Condición de oscilación: $4ac > b^2$

Para lograr esto podemos trabajar con un circuito LC de la siguiente forma:

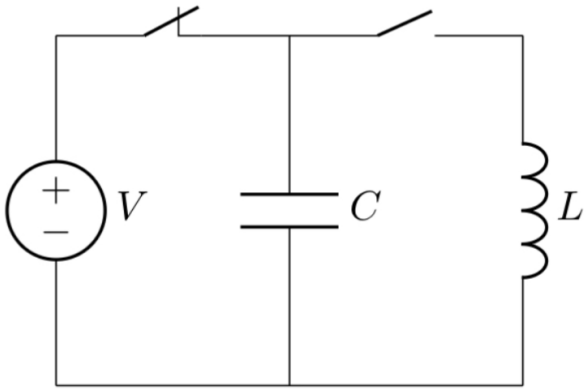


Figura 5: Circuito LC.

Si el switch de la izquierda se abre en $t = 0$ y el de la derecha se cierra en $t = 0$, tenemos las condiciones iniciales $v_c(0) = V$ y $\frac{dv_c(0)}{dt} = 0$. Con esto tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot v_c(t) = 0$$

Reconocemos la ecuación característica de la forma $r^2 + \omega_0^2 = 0$ donde ω_0 es la frecuencia de oscilación. Así tenemos $w_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$. Además podemos resolver para $v_c(t)$ obteniendo

$$v_c(t) = V \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$$

Podemos definir valores para V, C, L para graficar la respuesta oscilatoria con la frecuencia y amplitud correspondiente.

Criterios de corrección:

- **2 ptos.** Realiza circuito oscilador pasivo.
- **2 ptos.** Obtiene correctamente frecuencia de oscilación.
- **2 ptos.** Grafica correctamente la respuesta.
- **Se descuenta puntaje si la respuesta no oscila en régimen permanente (es decir, si decae la señal en el tiempo).**

PREGUNTA 4

El equipo de música de la mamá del profesor tiene una impedancia de 512Ω y su parlante tiene sólo 8 Ω, lo que le impide explotar la máxima transferencia de potencia. Ahora que terminamos el curso de circuitos ¿qué puede hacer para sacarle más provecho a sus parlantes? (detalle todo lo que pueda su propuesta de solución), ¿cuál es la máxima transferencia de potencia que podría lograr sacarles? (expréselo como porcentaje de la potencia que entrega la fuente de alimentación).

Criterios de corrección:

- **1 ptos.** Enuncia el criterio de máxima transferencia de potencia de Thevenin.
- **5 pto.** Calcula correctamente la resistencia necesaria para obtener la máxima transferencia de potencia.

Solución:

Poner un transformador adaptador de impedancia, de manera que al referir al parlante se vea desde el amplificador cumpliendo la regla de igualdad de resistencia para la maximización de la transferencia de potencia. Un transformador 8:1 permite que el parlante se vea como de $8\Omega \cdot (8/1)^2 = 512\Omega$, igualando la impedancia del equipo de música. La máxima transferencia de potencia que podría lograr sacarles es 50 %, y solo se alcanza con la carga siendo el complejo conjugado de la impedancia equivalente total del amplificador o fuente (equivalente de thevenin). Con el transformador acoplador se logra este máximo de 50 %.

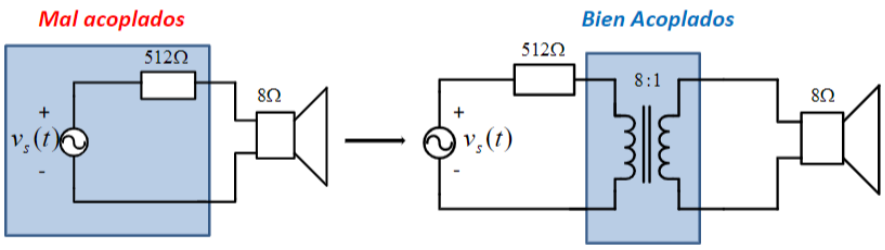


Figura 6: Acoplamiento de impedancias

PREGUNTA 5

Dibuje el circuito de un autotransformador real con regulación de voltaje, como el que el profesor instaló en Curanilahue y que dibujó varias veces en clases (1 punto). Explique en 1 o 2 líneas cómo funciona o se usa (2 puntos). Luego, dibuje un transformador ideal con sus "puntos" de polaridad, haga las conexiones para que opere como si fuese un autotransformador (1 puntos). Explique por qué no tiene mucho sentido hacer esto en una línea (1 puntos). Indique la relación Vout/Vin de este autotransformador si la relación del transformador original es V1/V2=N1/N2 (1 punto).

Solución:

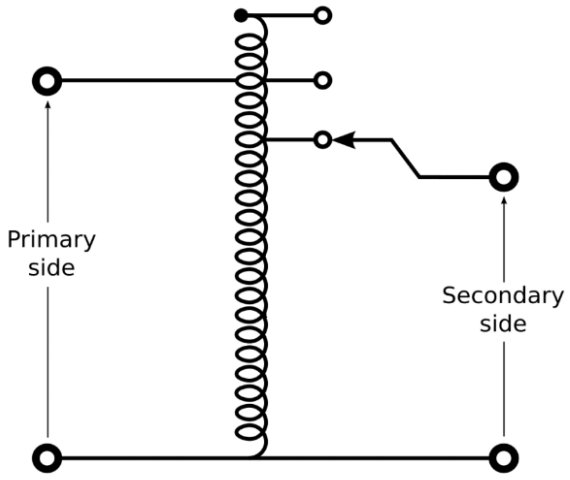


Figura 7: Autotransformador con taps

El autotransformador tiene varios puntos de conexión (llamados TAPs) en distintas espiras de la bobina y uno se conecta a una u otra, cambiando así la razón de transformación de 0.99, 0.98 o a 0.97, 0.96, 095, 0.94, similar a uno, con voltajes parecidos a ambos lados. Así se logra subir el voltaje de las zonas más remotas.

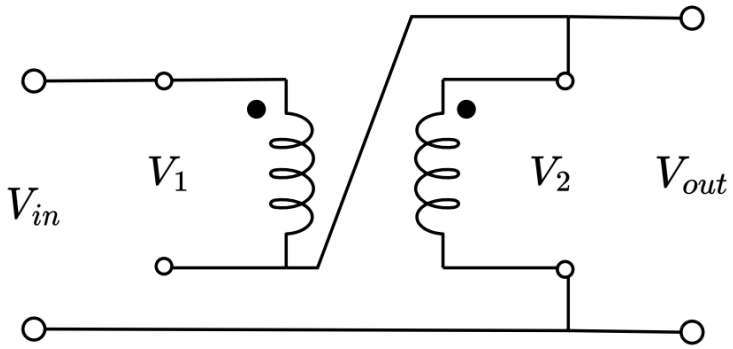


Figura 8: Transformador conectado como autotransformador

Notese que tirar un cable entre el primario y el secundario de un transformador en ningún caso lo transforma en autotransformador, sino que le quita la asilación eléctrica al transformador, igualando los voltajes de ambos puntos, sin efectos directos inmediatos en los voltajes y corrientes, pero agregando riesgos. Para formar un autotransformador a partir de un transformador se requiere hacer conexiones que formen un circuito, es decir, un camino de ida y otro de regreso para la corriente, lo que en clases se practicó haciendo definiciones del voltaje primario y secundario del autotransformador V_{in} y V_{out}, diferentes al V_1 y V_2 del transformador en en cada uno de los lados. En uno de los dos lados los voltajes se suman o restan, dependiendo si es aditivo o sustractivo.

Dado que en las transparencias de clases se detalla más el autotransformador reductor de voltaje se considera positivo presentarlo. Sin embargo, la solución perfectamente correcta sería un autotransformador elevador de voltaje que se consigue simplemente rotando el autotransformador en torno al eje vertical.

Cabe mencionar que un transformador es muy caro, mientras que un autotransformador es mucho mas barato que el transformador para la tarea de transformar voltajes de valores similares, con razones similares a uno, por lo que no tiene sentido utilizar un transformador para usarlo como autotransformador. Además, tampoco se tendría la razón de vueltas deseada.

La relación V_{out}/V_{in} es igual a $\frac{N_2}{N_1+N_2}$ para el caso reductor, e igual a $\frac{N_1+N_2}{N_1}$ para el caso elevador.

Criterios de corrección:

- **1 ptos.** Dibuja el autotransformador correctamente.
- **2 ptos.** Explica correctamente cómo funciona el autotransformador.
- **1 ptos.** Dibuja correctamente la conexión necesaria para pasar de un transformador ideal a un autotransformador.
- **1 ptos.** Explica acertadamente el por qué no tiene mucho sentido hacer esto.
- **1 ptos.** Describe correctamente la relación de número de vueltas.

Problema 3 (20 puntos)

En el sistema de la figura, aplique los siguientes pasos para resolver fácilmente y demostrar el logro de las competencias del curso.

a) (2.5 puntos) ELIMINAR: Simplifique el circuito eliminando elementos que no impacten o no tengan efecto en el valor de las corrientes de "ramas" vecinas.

b) (2.5 puntos) SEPARAR: Separe los circuitos que sea posible separar, dibujándolos completamente separados si no tienen influencia en las corrientes uno del otro.

c) (2.5 puntos) ROTAR: Rote el circuito que tiene acoplamiento magnético de manera que posteriormente todos los signos de las relaciones de voltaje y corriente de los transformadores tengan signo positivo. Dibuje el nuevo circuito con acoplamiento magnético.

d) (2.5 puntos) TRASLADAR: Traslade elementos serie para reducir la cantidad de elementos sin por ello afectar los valores de las corrientes del circuito.

e) (2.5 puntos) REFERIR: Refiera los elementos del circuito acoplado magnéticamente a la malla central de manera de "deshacerse" gráficamente de los transformadores.

f) (2.5 puntos) MALLAS: Aplique cualquier método y presente la expresión de la corriente que pasa por las impedancias centrales $1 + j2$ y dibuje bien para aclarar sus sentidos IGNORANDO el efecto mutuo. Presente su resultado.

g) (2.5 puntos) INDUCTANCIA MUTUA: Agregue ahora los efectos de la inductancia mutua. Presente su resultado anterior con este efecto.

h) (2.5 puntos) MUTUA 2: Presente las expresiones que permitan encontrar la corriente de la resistencia de 3Ω en el circuito inferior derecho, considerando los efectos mutuos. Dibuje claramente el sentido de las corrientes que usted define para solucionar el problema.

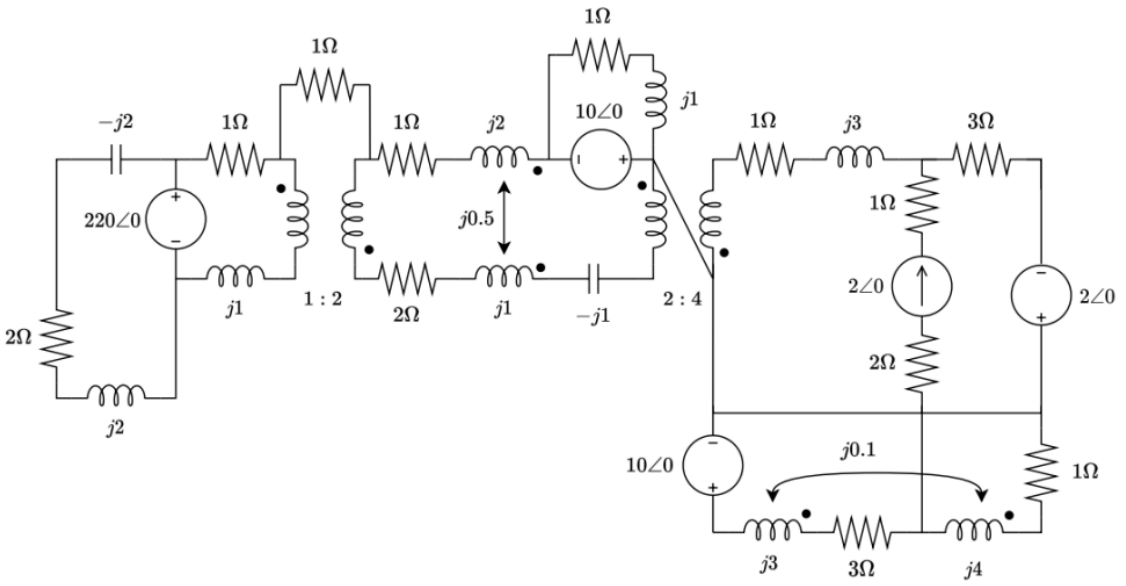
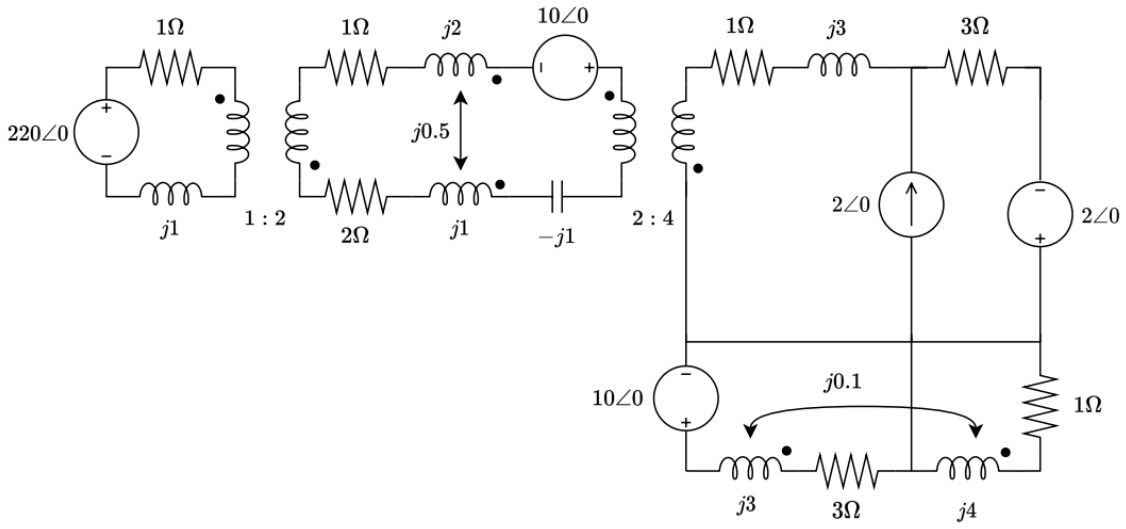


Figura 9: Circuito acoplado magnéticamente

Solución:

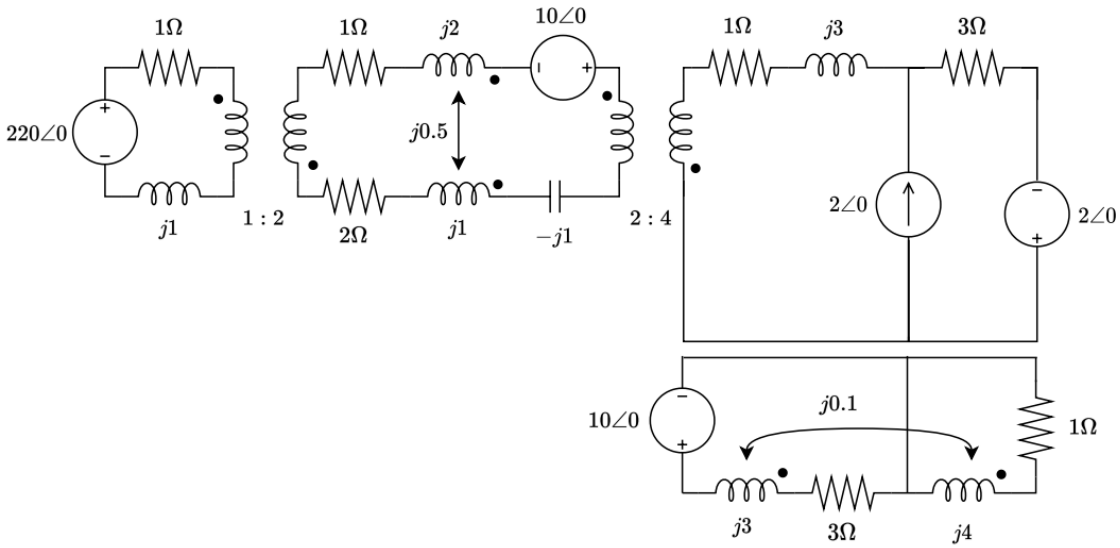
a) Se eliminan las conexiones entre los lados primarios y secundarios de los transformadores, los componentes que se encuentran al otro lado de las fuentes de voltajes, las resistencias en serie con la fuente de corriente.



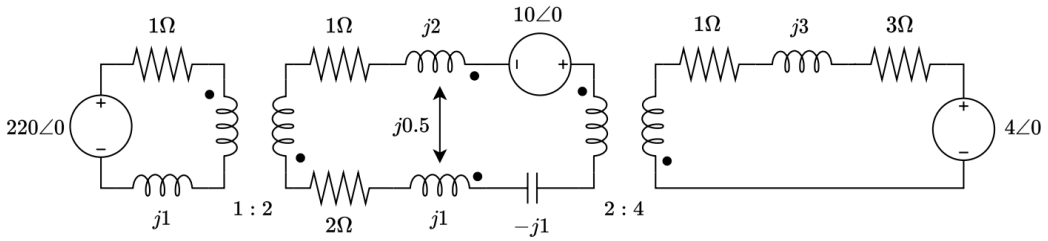
Criterios de corrección:

- **2,5 ptos.** Simplifica correctamente el circuito (-0,5 ptos. por cada error).

b) Se separa el circuito que está unido por un cortocircuito.



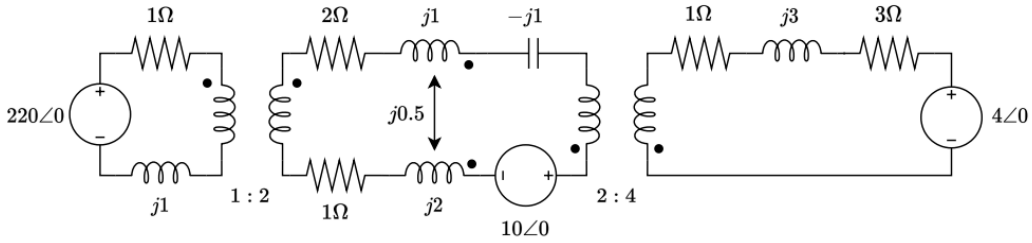
Reduciendo:



Criterios de corrección:

- **2,5 ptos.** Simplifica correctamente el circuito (-0,5 ptos. por cada error).

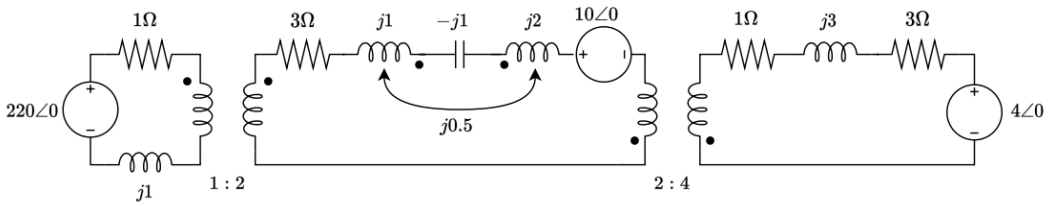
c) Rotando:



Criterios de corrección:

- **2,5 ptos.** Simplifica correctamente el circuito (-0,5 ptos. por cada error).

d) Trasladando:



Criterios de corrección:

- **2,5 ptos.** Simplifica correctamente el circuito (-0,5 ptos. por cada error).

e) Se refiere todo al circuito del medio:

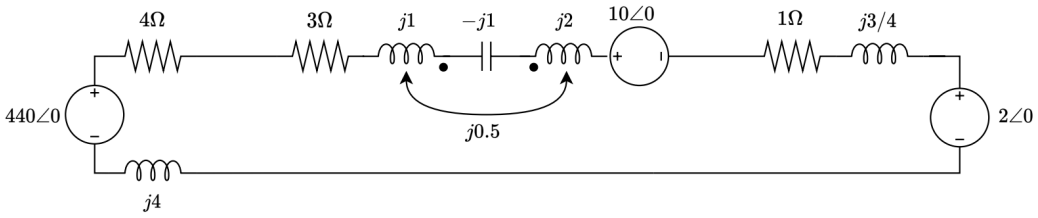
En caso de que se haya hecho la rotación:

$$220\angle 0 \rightarrow \frac{2}{1} \cdot 220\angle 0 = 440\angle 0$$

$$1 + j1 \rightarrow (\frac{2}{1})^2 \cdot (1 + j1) = 4 + j4$$

$$4\angle 0 \rightarrow \frac{2}{4} \cdot 4\angle 0 = 2\angle 0$$

$$4 + j3 \rightarrow (\frac{2}{4})^2 \cdot (4 + j3) = 1 + j\frac{3}{4}$$



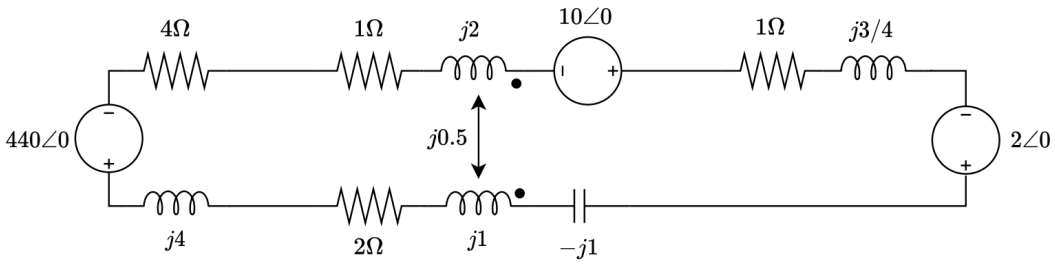
En caso de que no se haya hecho la rotación:

$$220\angle 0 \rightarrow -\frac{2}{1} \cdot 220\angle 0 = -440\angle 0$$

$$1 + j1 \rightarrow (\frac{2}{1})^2 \cdot (1 + j1) = 4 + j4$$

$$4\angle 0 \rightarrow -\frac{2}{4} \cdot 4\angle 0 = -2\angle 0$$

$$4 + j3 \rightarrow (\frac{2}{4})^2 \cdot (4 + j3) = 1 + j\frac{3}{4}$$



Criterios de corrección:

- **2,5 ptos.** Simplifica correctamente el circuito (-0,5 ptos. por cada error).

f) Se plantea la ecuación de malla, sin considerar el efecto de inductancia mutua.

Con rotación (corriente en sentido horario):

$$-440\angle 0 + (4 + j4)i + (3 + j2)i + 10\angle 0 + (1 + j\frac{3}{4})i + 2\angle 0 = 0$$

Sin rotación (corriente en sentido horario):

$$440\angle 0 + (4 + j4) \cdot i + (3 + j2) \cdot i - 10\angle 0 + (1 + j\frac{3}{4}) \cdot i - 2\angle 0 = 0$$

Criterios de corrección:

- **2,5 ptos.** Plantea correctamente la ecuación (-0,5 pts. si la ecuación es correctamente planteada pero tiene errores debido a un error de arrastre del circuito más planteado anteriormente).

g) Considerando el efecto de inductancia mutua.

Con rotación (corriente en sentido horario):

$$-440\angle 0 + (4 + j4)i + (3 + j2)i + 10\angle 0 + (1 + j\frac{3}{4})i + 2\angle 0 - j0{,}5 \cdot i - j0{,}5 \cdot i = 0$$

Sin rotación (corriente en sentido horario):

$$440\angle 0 + (4 + j4) \cdot i + (3 + j2) \cdot i - 10\angle 0 + (1 + j\frac{3}{4}) \cdot i - 2\angle 0 - j0{,}5 \cdot i - j0{,}5 \cdot i = 0$$

Criterios de corrección:

- **2,5 ptos.** Plantea correctamente la ecuación (-0,5 pts. si la ecuación es correctamente planteada pero tiene errores debido a un error de arrastre del circuito más planteado anteriormente).

h) Considerando i_1 sentido horario en la malla de la izquierda e i_2 sentido horario en la malla de la derecha.

$$10\angle 0 + 3 \cdot i_1 + j_3 \cdot i_1 + j0{,}1 \cdot i_2 = 0$$

$$1 \cdot i_2 + j4 \cdot i_2 0 + j0{,}1 \cdot i_1 = 0$$

Criterios de corrección:

- **2,5 ptos.** Plantea correctamente la ecuación (-0,5 pts. si la ecuación es correctamente planteada pero tiene errores debido a un error de arrastre del circuito más planteado anteriormente).

Problema 4 (20 puntos)

PARTE A (10 puntos)

Determine la función de transferencia del gráfico de Bode presente en la Figura 3. Es posible dejar expresiones en caso de encontrarse valores difíciles de obtener sin calculadora.

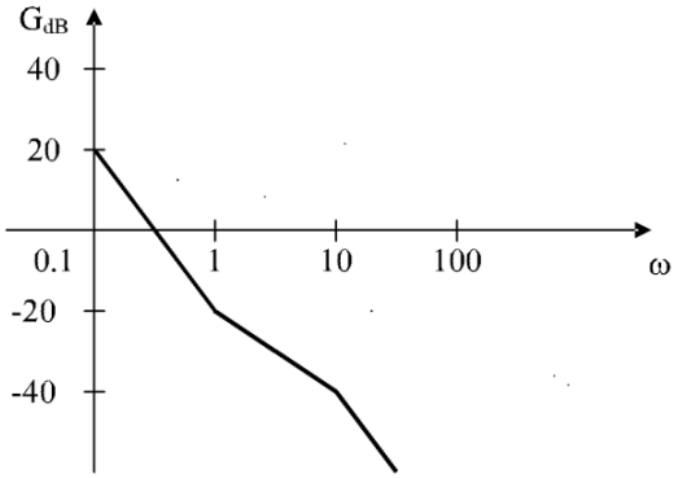


Figura 10: Gráfico de magnitud

Solución:

$$F(s) = \frac{\frac{1}{10}(s+1)}{s^2(1+\frac{s}{10})} = \frac{s+1}{s^2(s+10)}$$

Criterios de corrección:

- **2 pts** por cada cero y polo determinado correctamente.
- Se descuentan **2 pts** por cualquier error en la función de transferencia (si está correcta, se sumarán **2 pts**).

PARTE B (10 puntos)

Determine el diagrama de Bode de magnitud de la siguiente función de transferencia:

$$F(s) = \frac{20(1+\frac{s}{100})(1+\frac{s}{10})^2}{2(1+s)^2(1+\frac{s}{1250}+(\frac{s}{125})^2)}$$

Recuerde definir correctamente la frecuencia de cada polo y cero de la función, el valor de magnitud inicial del gráfico, las pendientes y los valores de los overshoot/undershoot en caso de haber.

Solución:

Ceros: $c_1 = 10$, $c_2 = 10$, $c_3 = 100$
Polos: $p_1 = 1$, $p_2 = 1$, $p_3 = 125$, $p_4 = 125$

Para el polo complejo se considera lo siguiente:

$$1 + \frac{1}{Qw_0}s + \frac{1}{w_0^2}s^2$$

De esta forma $Q = 10$, lo que equivale a $Q = 20dB$.

Para la magnitud inicial se evalúa la función magnitud en cualquier frecuencia anterior al primer polo/cero, en este caso se considera $w = 0{,}01$.

$$|F(s)| = \frac{10 \cdot \sqrt{1+(\frac{0{,}01}{100})^2}\sqrt{1+(\frac{0{,}01}{10})^2}^2}{\sqrt{1+0{,}01^2}^2\sqrt{(1-\frac{0{,}01}{125})^2+\frac{0{,}01}{1250}^2)}} \approx 10 = 20dB$$

A partir de lo anterior, se realiza el diagrama de magnitud:

- Parte constante en 20dB.
- Se llega a $w = 1$, donde hay dos polos (p_1 y p_2), los que provocan una caída de 40dB/dec.
- Se llega a $w = 10$, donde hay dos ceros (c_1 y c_2), los que provocan una subida de 40dB/dec, por lo que el neto es mantenerse constante.
- Se llega a $w = 100$, donde hay un cero (c_3), lo que provoca una subida de 20dB/dec.
- Se llega a $w = 125$, donde hay dos polos (p_3 y p_4) que provienen de una función cuadrática con raíces complejas con un $Q = 20dB$, por lo que primero se tiene un overshoot de magnitud 20dB, y luego los polos generan una caída de 40dB/dec, por lo que el neto es una caída de 20dB/dec (considerando que anteriormente iba subiendo a 20dB/dec).

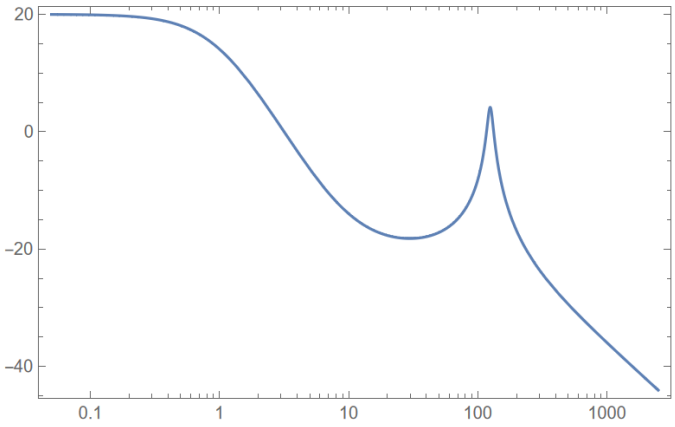


Figura 11: Gráfico de magnitud

Criterios de corrección:

- Se descontará **1 punto** por cada error en el bode según lo pedido por enunciado (ceros, polos, pendientes, magnitudes, etc.).

Problema 5 (20 puntos)

La Figura 4 corresponde a la conexión en serie de dos redes de dos puertos.

a) (15 puntos) Obtenga los parámetros Z (impedancia) y los parámetros H (híbrido) de cada una de las redes de dos puertos por separado.

b) (5 puntos) Obtenga los parámetros Z y los parámetros H de la conexión en serie de ambas redes.

Solución:

a) La primera red corresponde a la siguiente:

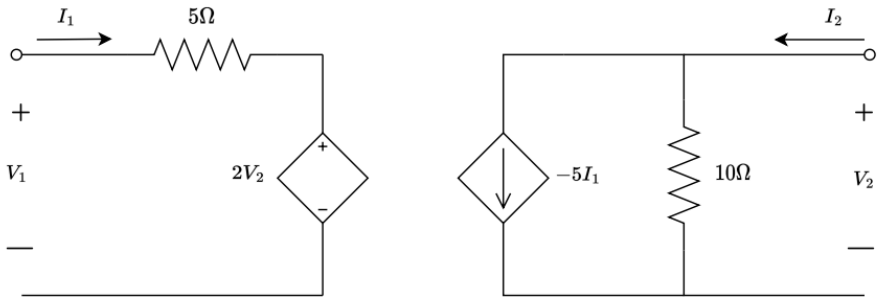


Figura 12: Red 1

Se obtienen los parámetros H por inspección:

$$H_1=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -5 & 1/10 \end{pmatrix}$$

Luego, los parámetros Z se pueden obtener a partir de las ecuaciones formadas con los parámetros H.

$$V_1 = 5I_1 + 2V_2$$
$$I_2 = -5I_1 + \frac{1}{10}V_2$$

Sabiendo que los parámetros Z se obtienen de la siguiente forma:

$$z_{11} = \frac{V_1}{I_1}|_{I_2=0}$$
$$z_{12} = \frac{V_1}{I_2}|_{I_1=0}$$
$$z_{22} = \frac{V_2}{I_2}|_{I_1=0}$$
$$z_{21} = \frac{V_2}{I_1}|_{I_2=0}$$

- $I_1 = 0$:

$$V_1 = 2V_2$$
$$I_2 = \frac{1}{10}V_2$$

A partir de lo anterior:

$$z_{12} = 20$$
$$z_{22} = 10$$

- $I_2 = 0$:

$$V_1 = 5I_1 + 2V_2$$
$$5I_1 = \frac{1}{10}V_2$$

A partir de lo anterior:

$$z_{11} = 105$$
$$z_{21} = 50$$

Por lo que los parámetros Z son los siguientes:

$$Z_1=\begin{pmatrix} 105 & 20 \\ 50 & 10 \end{pmatrix}$$

La segunda red corresponde a la siguiente:

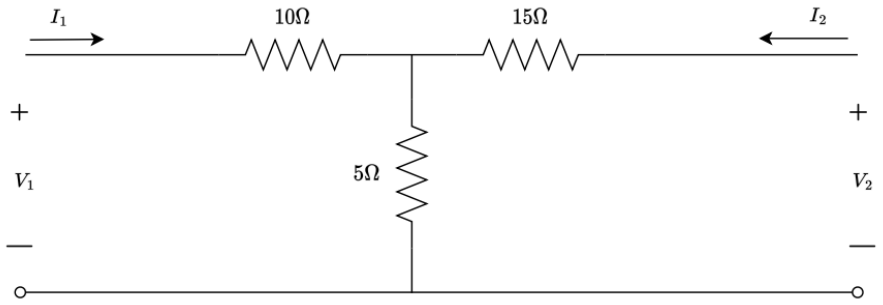


Figura 13: Red 1

Debido a que el circuito tiene estructura tipo T, se pueden encontrar rápidamente los parámetros Z.

$$Z_{11} - Z_{12} = 10$$
$$Z_{22} - Z_{21} = 15$$
$$Z_{12} = Z_{21} = 5$$

Resolviendo se obtiene:

$$Z_{11} = 15$$
$$Z_{22} = 20$$

Por lo que los parámetros Z son los siguientes:

$$Z_2 = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 20 \end{pmatrix}$$

Parámetros los parámetros H se considera lo siguiente:

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1}|_{V_2=0}$$

$$h_{12} = \frac{V_1}{V_2}|_{I_1=0}$$

$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2}|_{I_1=0}$$

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1}|_{V_2=0}$$

A partir de las ecuaciones de Z:

$$V_1 = 15I_1 + 5I_2$$
$$V_2 = 5I_1 + 20I_2$$

- $V_2 = 0$:

$$V_1 = 15I_1 + 5I_2$$

$$5I_1 = -20I_2$$

A partir de lo anterior:

$$h_{11} = 13{,}75$$

$$h_{21} = -0{,}25$$

- $I_1 = 0$:

$$V_1 = 5I_2$$

$$V_2 = 20I_2$$

A partir de lo anterior:

$$h_{12} = 0{,}25$$

$$h_{22} = 1/20$$

Por lo que los parámetros H son los siguientes:

$$H_2 = \begin{pmatrix} 13{,}75 & 0{,}25 \\ -0{,}25 & 1/20 \end{pmatrix}$$

b) La conexión en serie implica que la matriz de los parámetros corresponden a la suma de las matrices de cada red. De esta forma:

$$Z = Z_1 + Z_2$$

$$H = H_1 + H_2$$

Criterios de corrección:

- Se darán 3,75 por cada Z1, Z2, H1 y H2 correctos **15 puntos en total**. En caso de no llegar al resultado correcto, se asignarán puntajes parciales por obtener entradas de las matrices.
- Se darán 2,5 por cada Z y H correctos **5 puntos en total**. Se asignará puntaje parcial por error de arrastre y se asignará 1 punto por mencionar que el Z y H equivalente corresponde a la suma.