IEE2123 Circuitos Eléctricos - 1^{er} Semestre 2019
Profesor: David Watts
Ayudante: Eduardo Guarda (efguarda@uc.cl)

Solución Pregunta 3

Ecuaciones importantes

1. Obtención de fasor de un número complejo $z = a + jb$:

$$\dot{z} = \sqrt{a^2 + b^2} \angle \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

2. Potencia consumida por una impedancia dado el voltaje:

$$S = \frac{V^2}{\bar{Z}}$$

3. Ángulo de la potencia aparente dado el factor de potencia:

$$\theta_S = \arccos(fdp)$$

4. Parte real de la potencia aparente (potencia real):

$$P = S \cdot fdp = S \cdot \cos(\theta_S)$$

5. Parte imaginaria de la potencia aparente (potencia reactiva):

$$Q = S \cdot \sin(\theta_S)$$

6. Relación entre P y Q (se obtiene de las dos anteriores):

$$Q = P \cdot \tan(\theta_S)$$

7. Relación entre frecuencia angular (en radianes) y frecuencia (en Hz):

$$\omega = 2\pi f$$

8. Impedancia de un capacitor en régimen sinusoidal permanente:

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

9. Impedancia de un inductor en régimen sinusoidal permanente:

$$Z_L = j\omega L$$

Estrategia

Para este tipo de ejercicios, la idea es calcular la potencia que disipa el circuito en su estado inicial (o pueden darlo explícito, vamos a ver uno de ese tipo la próxima ayudantía), luego ver cuanto vale la potencia real (en Watt), y con el factor de potencia al que queremos llegar, calcular la potencia imaginaria (denotada por Q) y restarle la potencia imaginaria que está disipando el circuito como está, lo cual da cuanta potencia imaginaria debe consumir el componente que queramos poner (inductor o capacitor dependiendo del caso). Es decir, si tenemos fdp_1 y queremos llegar a fdp_2, y calculamos una potencia real inicial de P_1 (que es equivalente a P_2 debido a que no vamos a agregar resistencias, solo capacitor o inductor), luego usando fdp_2 y P_1 podemos calcular Q_2 por trigonometría y luego tendremos la potencia imaginaria $Q_i = Q_2 - Q_1$ consumida por el nuevo componente, con lo cual podemos calcular su valor. Vamos paso por paso:

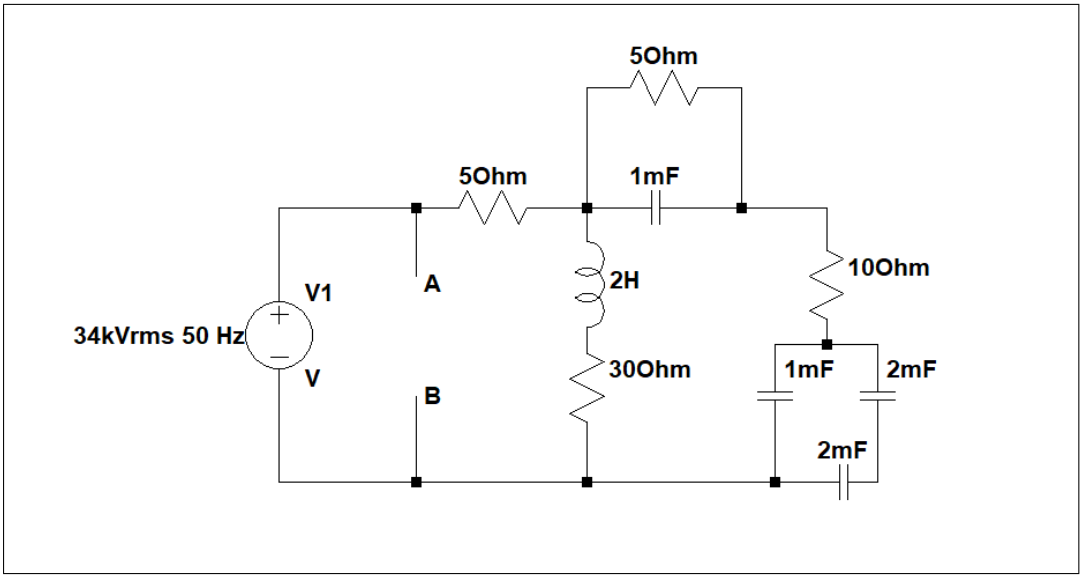


Figura 1: Circuito de la Pregunta 3

Paso 1: Impedancia equivalente

Para solucionar este ejercicio, primero debemos calcular la potencia que disipa el circuito como está. Es decir, hay que calcular la impedancia equivalente vista por la fuente de voltaje (notar que se me olvidó poner los 50Hz en el enunciado). Luego, al reemplazar todos los inductores y capacitores del circuito por su impedancia equivalente (a 50 Hz), queda una impedancia total de:

$$Z_T = 5 + (j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 2 + 30) \,||\, \left(5||\frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-3}} + 10 + \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}\right) = 16{,}5704 - j \cdot 3{,}66228$$

Luego, el fasor es:

$$\dot{Z_T} = 16{,}9703\angle - 12{,}4628^\circ$$

Paso 2: Calcular potencia real y aparente

Ahora que tenemos la impedancia, podemos calcular tanto la potencia real como la reactiva. Usando la ecuación 2, tenemos:

$$\dot{S_1} = \frac{\left(34 \cdot 10^3 \angle 0°\right)^2}{16{,}9703 \angle -12{,}4628°} = 6{,}8119 \cdot 10^7 \angle 12{,}4628°$$

Luego, usando el ángulo, tenemos que:

$$P_1 = 6{,}8119 \cdot 10^7 * \cos(12{,}4628°) = 66{,}51\text{MW}$$

$$Q_1 = 6{,}8119 \cdot 10^7 * \sin(12{,}4628°) = 14{,}7\text{MVAr}$$

Ahora, usando el factor de potencia al cual queremos llegar, podemos calcular cuanta potencia debe tener el componente que queremos poner. Ya que nos piden un factor de potencia de 0.95 en atraso, y ya que el componente que pongamos no va a alterar la potencia real ya existente, podemos inferir lo siguiente (basándonos en la ecuación 6):

$$Q_2 = P_1 \cdot \tan\left(\arccos\left(0{,}95\right)\right) = 21{,}86\text{MVAr}$$

(Noten que usé el valor positivo del ángulo del factor de potencia ya que nos dicen que está en atraso, si nos dijeran que está en adelanto, habría que tomar el valor negativo).

El ángulo de la nueva potencia aparente será:

$$\theta_{S_2} = \arccos(0{,}95) = 18{,}19°$$

Para finalizar el segundo paso, la potencia reactiva que tiene que estar presente en el nuevo componente es:

$$Q_N = Q_2 - Q_1 = 7{,}16\text{MVAr}$$

Paso 3: Encontrar el componente adecuado y calcular su valor

Ahora hagamos un pequeño análisis. La potencia presente en un capacitor a voltaje sinusoidal RMS V es (viendolo todo como número imaginario y recordando que se usa el conjugado de la impedancia):

$$jQ_C = \frac{V^2}{\frac{j}{\omega C}} = -jV^2\omega C$$

Luego:

$$Q_C = -V^2\omega C$$

Para un inductor:

$$jQ_L = \frac{V^2}{-j\omega L}$$

Luego:

$$Q_L = \frac{V^2}{\omega L}$$

Es decir que, si queremos agregar potencia reactiva al circuito, hay que usar un inductor, y si hay que restarle, hay que usar un capacitor. En nuestro caso, tenemos que agregar, por lo que necesitamos usar un inductor.

Para calcular el valor, se iguala la expresión encontrada recién, con el valor de Q_N encontrado en el paso anterior, y se despeja L.

Queda:

$$L = \frac{\left(34 \cdot 10^3\right)^2}{2\pi \cdot 50 \cdot Q_N} = 0{,}51H$$