Pauta Ayudantía 12

Problema 1

Considere el circuito de la siguiente figura

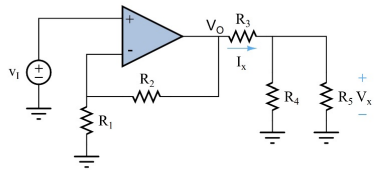
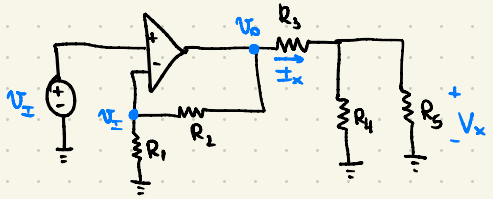


Figura 1: Amplificador Operacional Problema 1.

a) Calcule la corriente I_x .
b) Calcule los voltajes V_o y V_x .
c) Calcule la potencia disipada por el resistor R_4 .

- existe realimentación negativa ⇒ cortocircuito virtual

a)



$$v_- = v_+ = v_I$$

$$\Rightarrow \frac{v_o - v_I}{R_2} = \frac{v_I}{R_1}$$

$$\Rightarrow v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_I$$

clásico amplificador inversor

↳ por ley de Ohm

$$I_x = \frac{v_o}{R_3 + R_4 \| R_5} = \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{R_3 + R_4 \| R_5} v_I$$

b) por el item anterior $v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_I$

↳ así $$\frac{v_o - v_x}{R_3} = I_x = \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{R_3 + R_4 \| R_5} v_I$$

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_I - v_x = \frac{R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{R_3 + R_4 \| R_5} v_I$$

$$v_x = \frac{(R_4 \| R_5)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{R_3 + R_4 \| R_5} v_I$$

c) la potencia disipada por R_4 es

$$P = \frac{V_x^2}{R_4} = \frac{(R_4 \| R_5)^2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2}{R_4 (R_3 + R_4 \| R_5)^2} V_I^2$$

Problema 2

Alan Brito Delgado está diseñando un filtro, pero no sabe muy bien cómo funcionan y le pide ayuda a usted para que pueda determinar la información necesaria para saber cómo funciona el siguiente circuito

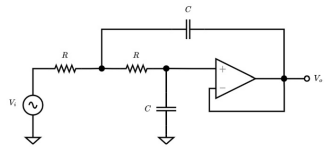


Figura 2: Filtro diseñado por Alan Brito.

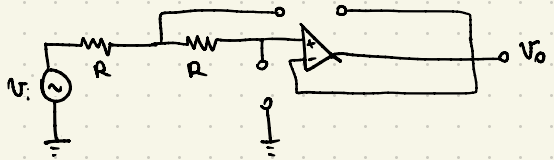
Para ayudar a Alan Brito, determine:

a) El comportamiento del filtro a bajas, medias y altas frecuencias.
b) La función de transferencia del filtro definida por $\frac{V_o}{V_i}$.
c) El diagrama de Bode de magnitud y fase, destacando puntos y pendientes importantes.

a) tenemos capacitores de impedancia $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

⇒ ① A bajas frecuencias

$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \to \infty$ ↳ capacitores se comportan como circuitos abiertos

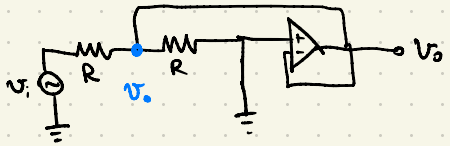


↳ por la terminal positiva del opamp no fluye corriente

$\therefore V_+ = V_i = V_- = V_o$

⇒ a bajas frecuencias actúa como buffer

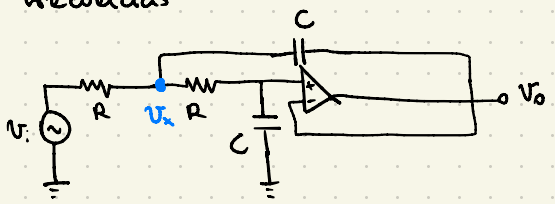
⇒ ② Altas frecuencias ⇝ $Z_C = \frac{1}{j\omega C} \to 0$ ⇒ capacitores actúan como cortocircuitos



hay c.c. virtual por tanto $V_+ = V_- = V_o = 0$

⇒ atenúa altas frecuencias

③ Medias frecuencias



$$\frac{V_i - V_x}{R} = \frac{V_x - V_o}{\frac{1}{sC}} + \frac{V_x}{R + \frac{1}{sC}} \Rightarrow \textcircled{1}\ \frac{V_i - V_x}{R} = sC(V_x - V_o) + \frac{sC}{1+sRC} V_x$$

② hay c.c. virtual $\Rightarrow V_- = V_+ = V_o$

$$\frac{V_x - V_o}{R} = \frac{V_o}{\frac{1}{sC}} \Rightarrow V_x = (1 + sRC) V_o$$

reemplazamos en ①:

$$V_i - (1+sRC)V_o = sRC\left((1+sRC)V_o - V_o\right) + sRC\, V_o$$

$$\Rightarrow V_i = (1+sRC)V_o + s^2R^2C^2 V_o + sRC\, V_o$$

$$\Rightarrow V_i = (s^2R^2C^2 + 2sRC + 1)\, V_o$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{1}{s^2R^2C^2 + 2sRC + 1} V_i$$

↳ dos polos, de hecho

$$V_o = \frac{1}{(sRC+1)^2} V_i$$

↳ son el mismo polo

b) la función de transferencia es

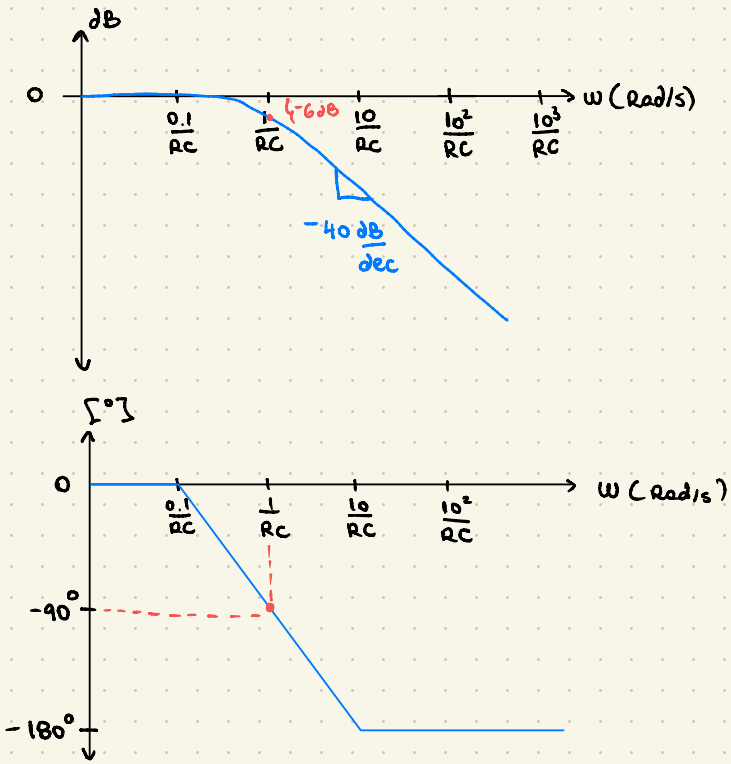
$$H(s) = \frac{1}{(1+sRC)^2}$$

c) dos polos en $s_p = -\frac{1}{RC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi RC}$

↳ término cuadrático, tenemos overshoot $(s^2R^2C^2 + 2sRC + 1)$

$\omega_0 = \frac{1}{RC}$, $\zeta = 1 \Rightarrow Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{1}{2} \Rightarrow 20\log(Q) \approx -6\,dB$

graficamos:



Problema 3

Siguiendo en el desarrollo de circuitos con Opamps, Alan Brito Delgado estaba estudiando y se encontró con el siguiente circuito

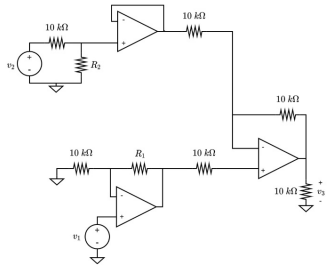
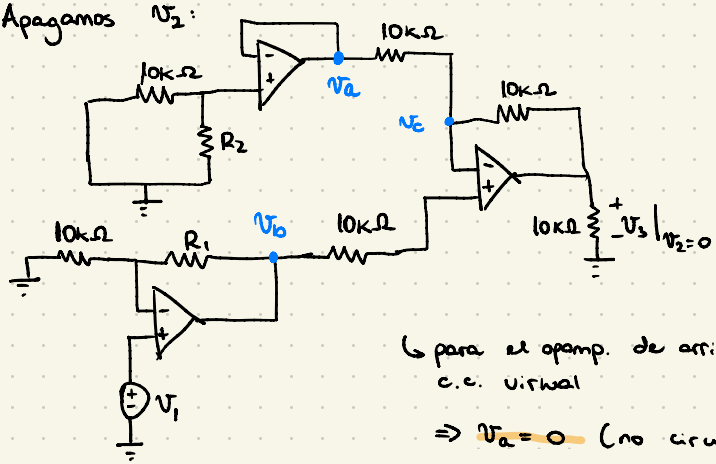


Figura 3: Restador encontrado por Alan Brito.

No supo cómo afectan R_1 y R_2 a la salida, así que le pidió a usted que encuentre v_3 en función de v_1 y v_2. Una vez hecho esto, debe determinar R_1 y R_2 de forma que $v_3 = 6v_1 - 0.8v_2$.

Analizamos por superposición:

① Apagamos V_2:



↳ para el opamp. de arriba se cumple c.c. virtual

$\Rightarrow V_a = 0$ (no circula corriente en la malla que contiene a R_2)

↳ para el opamp. de abajo, tenemos amplificador no inversor clásico

$$\Rightarrow V_b = \left(1 + \frac{R_1}{10K\Omega}\right) V_1$$

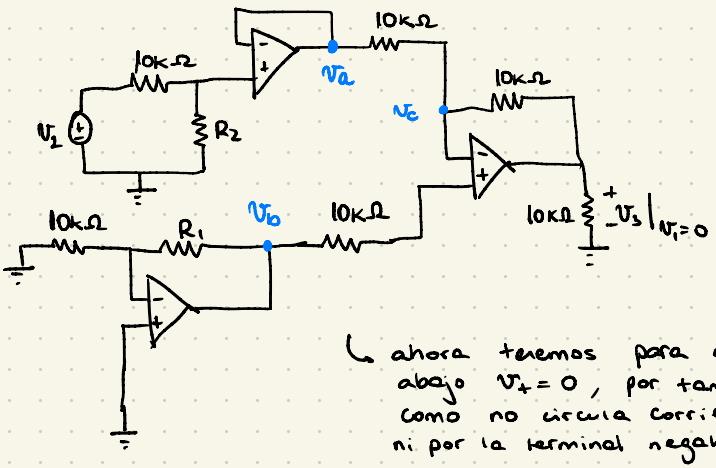
↳ para el opamp del medio $V_+ = V_b = V_-$ (por cc. virtual y que por el resistor de 10 kΩ no fluye corriente (terminal positivo opamp)).

↳ así $V_c = V_b$ y luego tenemos

$$\frac{V_3 - V_c}{10K\Omega} = \frac{V_c}{10K\Omega} \Rightarrow V_3 = 2V_c = 2\left(1 + \frac{R_1}{10K\Omega}\right) V_1$$

$$\Rightarrow \left. v_3 \right|_{v_2=0} = 2\left(1 + \frac{R_1}{10k\Omega}\right) v_1$$

② Apagamos v_1 :



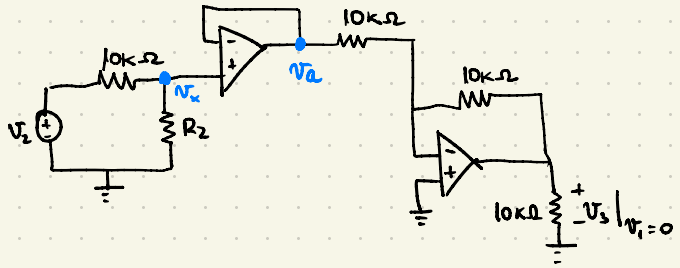
↳ ahora tenemos para el opamp de abajo $v_+ = 0$, por tanto $v_- = 0$ y como no circula corriente ni por los 10 kΩ ni por la terminal negativa del opamp

$$\Rightarrow v_b = 0 = v_+$$

este v_+ del opamp del medio

$$\Rightarrow v_c = v_- = 0 \quad \text{para el opamp del medio}$$

↳ reemplazando estos valores tenemos :



para el opamp de arriba

$$v_x = \frac{R_2}{R_2 + 10k\Omega} \cdot v_2 = v_a$$

luego tenemos

$$\frac{v_a}{10k\Omega} = \frac{-v_3}{10k\Omega}$$

$$\Rightarrow \left. v_3 \right|_{v_1=0} = -v_a = \frac{-R_2}{R_2 + 10k\Omega} \cdot v_2$$

↳ finalmente

$$v_3 = 2\left(1 + \frac{R_1}{10k\Omega}\right) v_1 - \frac{R_2}{R_2 + 10k\Omega} \cdot v_2$$

↳ queremos $v_3 = 6v_1 - 0.8v_2$

$$\Rightarrow \quad 6 = 2\left(1 + \frac{R_1}{10k\Omega}\right)$$

$$\Rightarrow R_1 = 20k\Omega$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4}{5} = \frac{R_2}{R_2 + 10k\Omega} \Rightarrow \frac{4}{5}R_2 + 8k\Omega = R_2$$

$$\Rightarrow R_2 = 40k\Omega$$

Problema 4

Después de mucho estudio, Alan Brito Delgado se ha vuelto un experto de los Opamps, y le ha puesto ur último desafío. Para demostrarle a Alan Brito que usted está más preparado que él, debe trabajar con el siguiente circuito

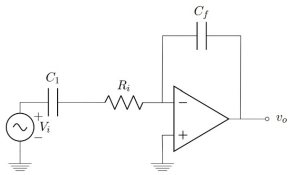
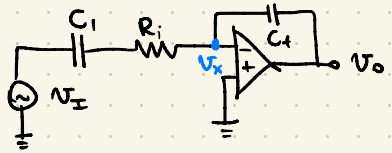


Figura 4: Circuito con funcionalidad desconocida.

El reto que propone Alan brito es el siguiente:

a) Determine la funcionalidad del circuito, considerando C_1 muy grande (**Hint:** Obtenga la función de transferencia primero, y luego haga C_1 muy grande).
b) Determine qué ocurre cuando la entrada es DC. Y qué ocurre cuando la entrada es AC.
c) Ahora agregue un resistor R_f en paralelo con el capacitor C_f. Determine la nueva función de transferencia y qué ocurre con la funcionalidad del circuito a distintas frecuencias.

a) Obtenemos función de transferencia:



por cc. virtual $V_x = 0$

$$\Rightarrow \frac{V_I}{\frac{1}{sC_1} + R_i} = \frac{-V_o}{\frac{1}{sC_f}}$$

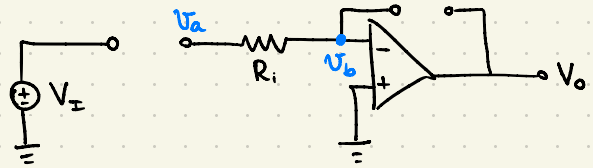
$$\Rightarrow \frac{sC_1 V_I}{1 + sR_iC_1} = -sC_f V_o \Rightarrow \boxed{\frac{V_o}{V_I} = H(s) = -\frac{C_1}{C_f} \cdot \frac{1}{1 + sR_iC_1}}$$

⇒ si C_1 tiende a infinito

$$\lim_{C_1 \to \infty} -\frac{C_1}{C_f} \cdot \frac{1}{1+sR_iC_1} = \boxed{-\frac{1}{sR_iC_f}}$$

↳ es un pasabajos inversor con frecuencia de corte $w = \frac{1}{R_iC_f}$

b) Analizamos en DC (capacitores se comportan como c.a)



→ Como por el circuito abierto no fluye corriente tenemos que $V_a = V_I$ (el capacitor se abre casi instantáneamente y queda cargado)

↳ como por R_i no fluye corriente

$$\Rightarrow V_b = V_a = V_I$$

→ no se cumple C.C. virtual ya que no hay realimentación, y por tanto la salida se calcula de manera diferencial

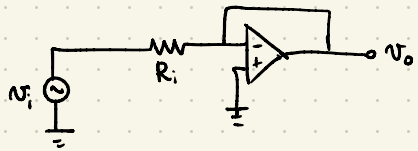
$$V_o = (0 - V_I) \cdot A = -\infty$$

→ Analizamos en AC:

a) mediana frecuencia

$$V_o = -\frac{1}{1+sR_iC_f} V_i$$

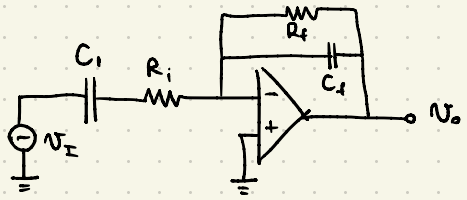
b) alta frecuencia



hay CC. virtual

$\Rightarrow V_o = 0$

c) Agregamos R_f en paralelo



$\Rightarrow$ configuración inversora clásica

$$V_o = -\frac{R_f \parallel \frac{1}{sC_f}}{R_i + \frac{1}{sC_1}} V_I \Rightarrow$$

si C_1 es muy grande

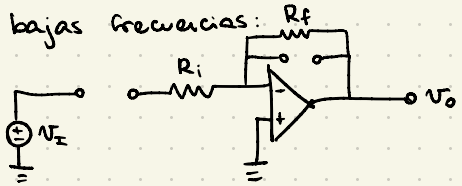
$$\Rightarrow H(s) = -\frac{R_f \parallel \frac{1}{sC_f}}{R_i}$$

↳ desarrollando...

$$H(s) = \frac{-\frac{R_f}{sC_f}}{\left(R_f + \frac{1}{sC_f}\right) R_i} = -\frac{R_f}{R_i} \cdot \frac{1}{1 + sR_fC_f}$$

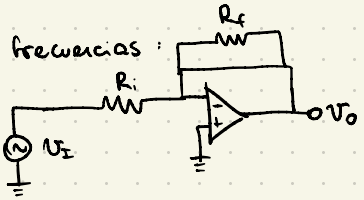
↳ filtro pasabajos con ganancia $\frac{R_f}{R_i}$ y frecuencia de corte $\omega = \frac{1}{R_f C_f}$

↳ a bajas frecuencias:



$$V_o = -\frac{R_f}{R_i} V_I$$

a altas frecuencias:



$V_o = 0$