Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 – Circuitos Eléctricos
Prof. Álvaro Lorca
Segundo Semestre de 2018

Tarea 8
Amplificadores operacionales, circuitos acoplados y sistemas desbalanceados

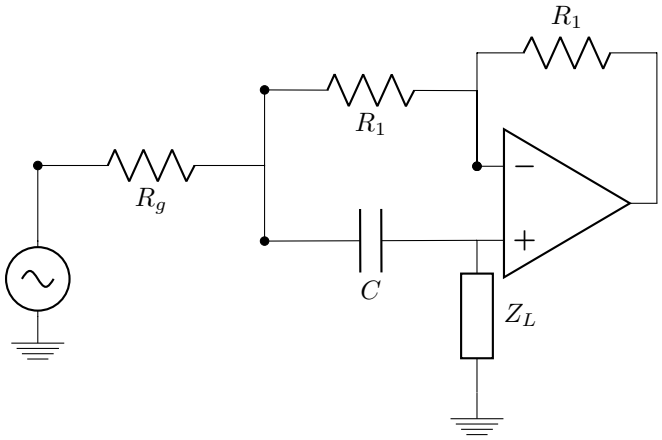
Ayudantes encargados: Luis Dolghi (ladonghi@uc.cl) y Ricardo Quezada (rnquezada@uc.cl)

Instrucciones

- La Tarea debe ser entregada el día miércoles 21 de Noviembre antes de las 17:00 horas en secretaría de Ingeniería Eléctrica.
- Su reporte debe ser conciso y auto-explicativo, conteniendo cualquier información relevante (sin páginas y páginas de números o cosas por el estilo). En particular, el reporte debe contener cualquier código relevante desarrollado, si este fuera el caso.
- Existirá un bono de 1 décima en la nota final de la Tarea si es que ésta se escribe completamente en LaTeX (siempre que la nota final no resulte mayor a 7).
- El trabajo es individual, i.e. una Tarea por persona, sin embargo, se incentiva a que colaboren con sus compañeros en las estrategias más efectivas para abordar los diferentes problemas.

Problema 1

En términos de R_g, R_1 y C, encuentre la expresión para la carga Z_L que maximiza la potencia en la misma.



Hint: El teorema de máxima transferencia de potencia se puede extender para circuitos de corriente alterna. Investigue como hacerlo.

Solución:

El valor de la impedancia que maximiza la transferencia de potencia será igual al conjugado de la impedancia de Thevenin de ese nodo. Podemos calcular $Z_{TH} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$. Siendo V_{oc} el voltaje de circuito abierto en la carga y I_{sc} la corriente al cortocircuitar la carga.

Cálculo de V_{oc}

$V_{oc} = V_1$ debido al cortocircuito virtual.

$$I_+ = 0 \rightarrow I_+ = \frac{V_1 - V_2}{\frac{1}{jwC}} = 0 \rightarrow V_1 = V_2 \rightarrow I_{R_1} = 0$$

Entonces, como $I_g = I_{R_1} + I_+ = 0 \rightarrow$

$$V_{oc} = V_g$$

Cálculo de I_{sc}

$V_+ = V_2 = 0$

$I_sc = \frac{V_1}{\frac{V_1}{jwC}}$ debido a que no hay corriente en la entrada no-inversora

$$\text{Haciendo KCL en V1: } \frac{V_g - V_1}{R_g} = \frac{V_1 - 0}{R_1} + \frac{V_1}{\frac{1}{jwC}}$$

$$\frac{V_g}{R_g} = (\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_1} + jwC)V_1$$

$$V_1 = \frac{V_g}{R_g(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_1} + jwC)}$$

Reemplazando en la expresión de I_{sc} tenemos que:

$$I_sc = \frac{jwCV_g}{R_g(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_1} + jwC)}$$

Finalmente:

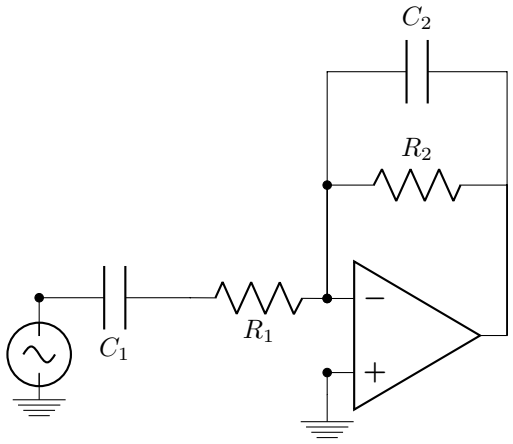
$$Z_{TH} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{R_g}{jwC}(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_1} + jwC) = \frac{R_1 + R_g}{jwCR_1} + R_g$$

$$Z_{TH} = R_g - \frac{j(R_1 + R_4)}{wCR_1}$$

$$Z_L = Z_{TH}^* = R_g + \frac{j(R_1 + R_4)}{wCR_1}$$

Problema 2

Para el siguiente circuito



(a) Calcule la función de transferencia $H(S) = \dfrac{V_{out}}{V_{in}}$ identificando sus polos y ceros.

(b) Escoja valores necesarios R_1, R_2, C_1 y C_2 para obtener los siguientes requerimientos:

- Ganancia: 6.02 dB
- Banda pasante: 100 Hz a 10k Hz

Con respecto a los capacitores, **utilice solamente los valores entregados en la tabla que se encuentra en el anexo**. Estos son valores de capacitores que comunmente se encuentran en laboratorios. Para los resistores no hay restricción.

Utilice LtSpice para realizar una simulación .ac con el objetivo de verificar sus deciciones anteriores con un opamp ideal.

(c) Realice una simulación .tran para una señal de entrada de 1k Hz y 4 V de amplitud en un opamp alimentado con 9 V de manera unipolar. ¿Que problema puede observar?

Con el objetivo de solucionar el problema, realice las siguientes modificaciones simulando nuevamente en cada caso y mostrando en un mismo gráfico la entrada y la salida. Comente los resultados considerando el diagrama de Bode:

- Darle un nivel DC de 4.5 V a la señal de entrada.
- Agregar una fuente de voltaje de 4.5 V entre tierra y la entrada no-inversora

Solución:

(a) La función de transferencia del circuito es:

$$H(s) = \frac{sC_1R_2}{(1 + sC_2R_2)(1 + sC_1R_1)}$$

La función presenta un polo en el origen y dos polos reales:

$$p_1 = \frac{1}{2\pi C_2R_2} \; p_1 = \frac{1}{2\pi C_1R_1}$$

(b) En primer lugar elegimos un capacitor disponible en la tabla. En este caso particular elegimos $C_1 = 1\mu$ F. Evaluamos en $p_1 = 100$ y despejamos el valor de $R_1 = 1591.4\Omega$. Como buscamos que la ganancia sea 2 V/V y está dada por la razón entre R_2 y R_1, $R_2 = 3183.08k\Omega$. Luego evaluamos en $p_2 = 10k$ y despejamos el valor de $C_2 = 5n$ F.

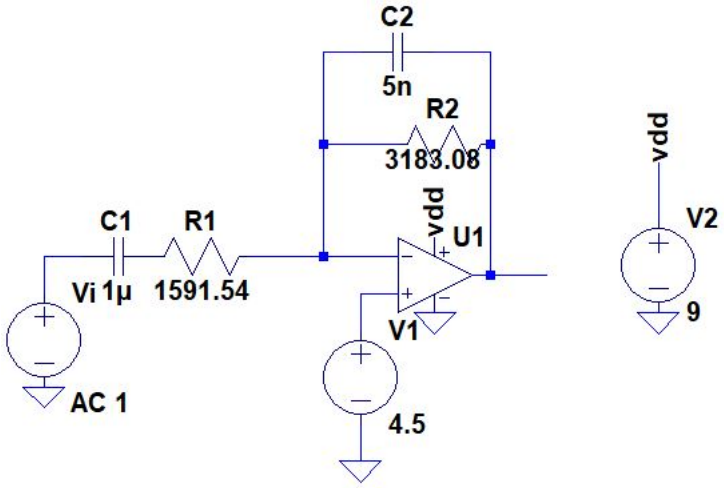


Figure 1:
Circuito

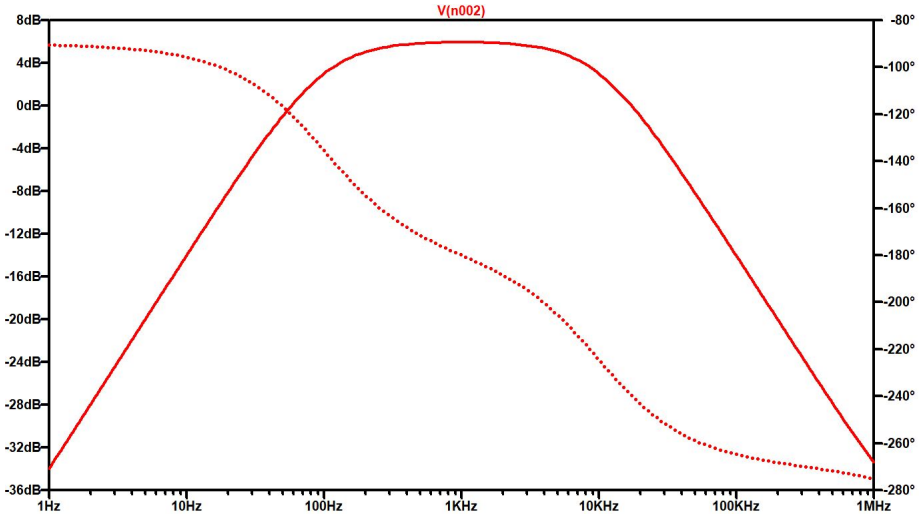


Figure 2:
Simulación .ac

(c) La simulación transiente nos muestra el siguiente resultado:

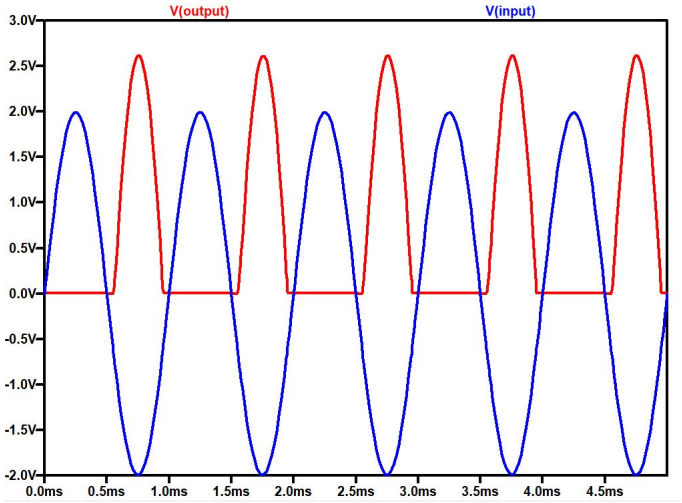


Figure 3:
simulación .tran

Podemos ver que hay un problema de saturación en la señal de salida. Esto se debe a que el amplificador operacional no puede entregar voltajes negativos con la configuración actual de alimentación unipolar.

Agregamos un nivel DC a la señal de entrada y obtenemos lo siguiente

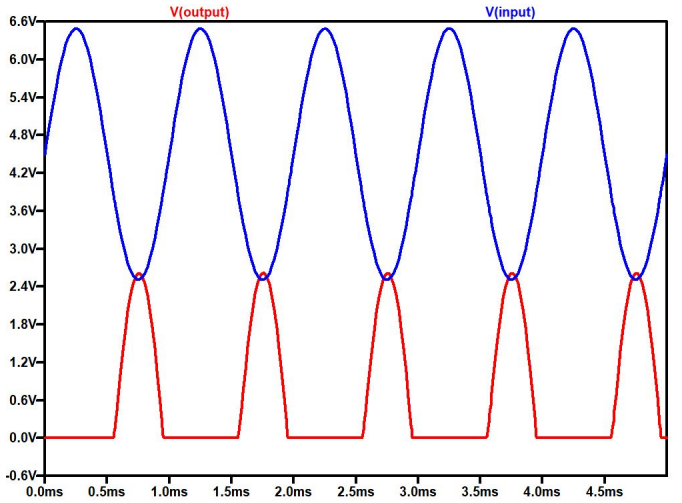


Figure 4:
Con nivel DC en la entrada

Podemos ver que la señal de entrada ahora oscila entorno a 4.5 V, pero que de igual forma la señal de salida persiste con el problema de saturación. Esto se debe a que, si nos fijamos en el diagrama de Bode del circuito, las frecuencias bajas son filtradas. Por lo tanto agregar un nivel DC a la entrada no afectará la salida de ninguna forma.

Finalmente agregamos una fuente de voltaje en la entrada no-inversora:

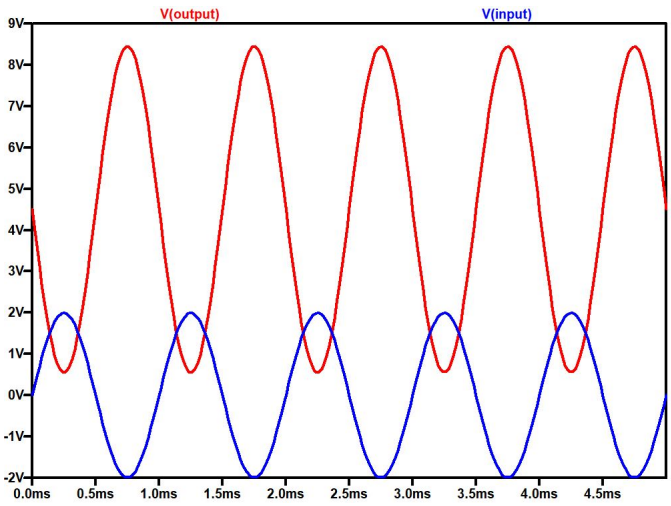


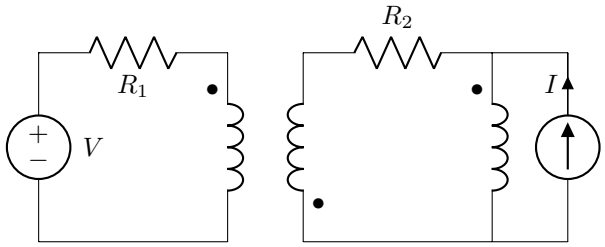
Figure 5:
Con fuente de voltaje en entrada no-inversora

Podemos ver que el problema fue solucionado y ahora la señal de salida oscila entorno a 4.5 V y no presenta saturación.

Problema 3

Acerca del siguiente circuito:

- $V = 10\angle 0$ V, $I = 1\angle 0$A, $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $L_1 = 2mH$, $L_2 = 4mH$, $L_3 = 1mH$.
- La frecuencia de operación es de $1k$ Hz.
- L_1 está totalmente acoplada a L_2
- L_1 está acoplada a L_3 con una constante de acoplamiento de $k = 0.5$
- L_2 no está acoplada a L_3



(a) Calcule las inductancias mutuas de las inductancias M_{12}, $M_{1,3}$, $M_{2,3}$.

(b) Plantee las ecuaciones de malla del circuito en el dominio de la frecuencia.

(c) Calcule la energía acumulada en los inductores acoplados en $t = 5$ ms.

Solución:

$$\text{(a)}\ M_{12} = k\sqrt{L_1 L_2} = 2.82m \text{ H}$$
$$M_{13} = k\sqrt{L_1 L_3} = 0.707m \text{ H}$$
$$M_{23} = 0$$

$$\text{(b)}\ Z_{L_1} = j * 1000 * 0.002 = j2$$
$$Z_{L_2} = j * 1000 * 0.004 = j4$$
$$Z_{L_3} = j * 1000 * 0.001 = j$$

Utilizando equivalente Norton/Thevenin

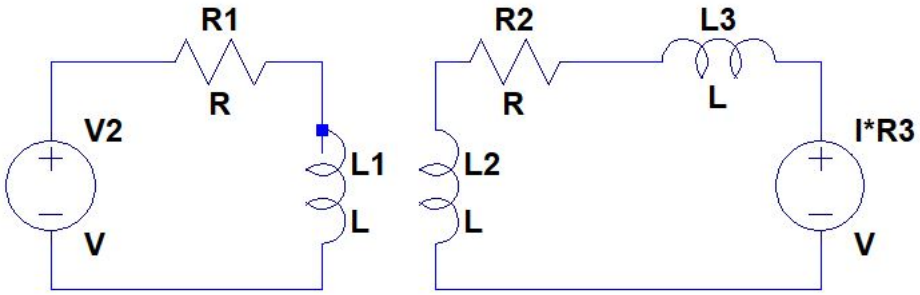


Figure 6:
Circuito 2

Luego hay dos mallas en el circuito y son las siguientes (definiendo el sentido horario):

$$\text{Malla 1: } V\angle 0 = i_1(R_1 + jwL_1) + i_2(jwM_{12} + jwM_{13})$$
$$\text{Malla 2: } j = i_2(R_2 + jwL_2 + jwL_3) + i_1(jwM_{12} + jwM_{13})$$

(c) Buscamos la energía en los inductores que está dada por $w(t) = \frac{1}{2}LI^2$

Resolviendo el sistema de ecuaciones para i_1 e i_2 llegamos a:

$$i_1 = 1.663\angle -14.83 \text{ A}$$
$$i_2 = 0.439\angle -45.64 \text{ A}$$

Luego en el dominio del tiempo

$$i_1 = 1.663\cos(1000t - 14.83) \text{ A}$$
$$i_2 = 0.439\cos(1000t - 45.64) \text{ A}$$

Evaluando en $t = 5$ ms

$$i_1 = 1.63 \text{ A}$$
$$i_2 = 0.43 \text{ A}$$

Finalmente la energía almacenada en los inductores es:

$$w(t) = \frac{1}{2} * 2m * (1.63^2) + \frac{1}{2} * 4m * (0.43^2) + \frac{1}{2} * 1m * (0.43^2) + M_{12}i_1 * i_2 + M_{13} * i_1 * i_3 = 5.54m \text{ J}$$

Problema 4

En la Figura 7 se muestra la carga de un motor trifásico conectado en configuración delta con una tensión fase-fase V_{ff} de 440V y que toma 4kVA con un factor de potencia en retardo de 72%. Además, un capacitor de 1.8kVAr se conecta entre las líneas a y b, mientras que una carga de iluminación de 800W se conecta entre las líneas c y neutro. Suponga secuencia positiva abc con ángulo de referencia para V_an en 0^o

(a) Determine la magnitud y fase de las corrientes I_a, I_b, I_c e I_n.

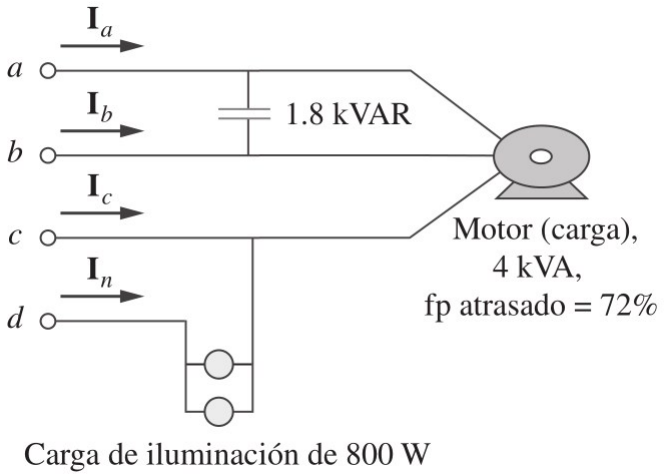


Figure 7: Sistema trifásico desbalanceado

Solución:

(a) Primero se obtiene la magnitud de varias corrientes.
Motor

$$|I_1| = |I_2| = |I_3| = \frac{|S|}{\sqrt{3}|V_{ff}|} = \frac{4kVa}{440\sqrt{3}V} = 5,248A$$

Capacitor

$$|I_c| = \frac{|Q_c|}{V_{ff}} = \frac{1800VAr}{440V} = 4,091A$$

Iluminación

$$I_{L_i} = \frac{P_{IL}}{V_{ff}/\sqrt{3}} = \frac{800W}{254V} = 3,15A$$

Las corrientes tienen la siguiente orientación

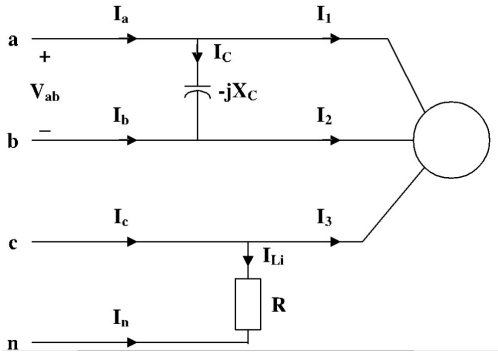


Figure 8: Corrientes Sistema trifásico desbalanceado

Se sabe que $V_{an} = \frac{V_{ff}}{\sqrt{3}}\angle 0°$ lo que implica que $V_{ab} = V_{ff}\angle 30°$ y $V_{cn} = \frac{V_{ff}}{\sqrt{3}}\angle 120°$.

Ahora es posible conocer la fase de las corrientes anteriores

$$I_c = \frac{V_{ab}}{-jX_c} = 4,091\angle 120° A$$

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{Z_{\triangle}} = 5,249\angle 30° - \theta$$

con $\theta = cos^{-1}(0,72) = 43,95°$. Por lo que:

$$I_1 = 5,249\angle 30° - 43,95° = 5,249\angle -13,95°$$

$$I_2 = 5,249\angle 30° - 43,95° - 120° = 5,249\angle 106,05°$$

$$I_3 = 5,249\angle 30° - 43,95° + 120° = 5,249\angle -133,95°$$

Por último

$$I_{L_i} = \frac{V_{cn}}{R} = 3,15\angle 120°$$

Ahora es posible calcular las corrientes de línea

$$I_a = I_1 + I_C = 5,249\angle -13,95° + 4,091\angle 120°$$

$$I_a = 3,8055\angle 36,7614° A$$

$$I_b = I_2 - I_C = 5,249\angle 106,05° - 4,091\angle 120°$$

$$I_b = 1,6148\angle 68,4067° A$$

$$I_c = I_3 + I_{L_i} = 5,249\angle -133,95° + 3,15\angle 120°$$

$$I_c = 5,3227\angle -168,612° A$$

$$I_n = -I_{L_i} = 3,15\angle -60°$$

Anexo

Standard Capacitor Values:

Standard capacitor values from 1pF to 9100µF										
pF	**pF**	**pF**	**pF**	**µF**	**µF**	**µF**	**µF**	**µF**	**µF**	**µF**
1.0	10	100	1000	0.01	0.1	1.0	10	100	1000	10,000
1.1	11	110	1100							
1.2	12	120	1200							
1.3	13	130	1300							
1.5	15	150	1500	0.015	0.15	1.5	15	150	1500	
1.6	16	160	1600							
1.8	18	180	1800							
2.0	20	200	2000							
2.2	22	220	2200	0.022	0.22	2.2	22	220	2200	
2.4	24	240	2400							
2.7	27	270	2700							
3.0	30	300	3000							
3.3	33	330	3300	0.033	0.33	3.3	33	330	3300	
3.6	36	360	3600							
3.9	39	390	3900							
4.3	43	430	4300							
4.7	47	470	4700	0.047	0.47	4.7	47	470	4700	
5.1	51	510	5100							
5.6	56	560	5600							
6.2	62	620	6200							
6.8	68	680	6800	0.068	0.68	6.8	68	680	6800	
7.5	75	750	7500							
8.2	82	820	8200							
9.1	91	910	9100							

Figure 9:
Tabla de capacitores comunes