Prueba 1

- Escriba la respuesta a cada problema en forma separada: una por hoja. En cada hoja, por favor identifique el número del problema y coloque su nombre arriba a la derecha.
- No se permiten consultas de NINGÚN tipo. Si considera que falta información, haga una suposición razonable, que no se contraponga al enunciado, y déjela claramente expresada.

[CORRECTOR: Cada problema tiene un máximo de 6 puntos. Solo puntos enteros, por favor.]

1 La "pila" BC2 está compuesta por una fuente de voltaje ideal de 2 V y una resistencia en serie de 100 Ω. Arme un circuito conectando todas las pilas BC2 que necesite (sin usar ningún otro componente) para formar una fuente equivalente con las siguientes características:

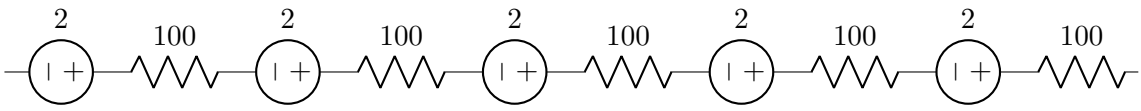
(a) $V_{eq} = 10$ V y $R_{eq} = 500$ Ω.

(b) $V_{eq} = 10$ V y $R_{eq} = 300$ Ω.

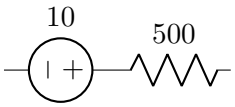
[CORRECTOR: (a) 3 puntos y (b) 3 puntos.]

Solución:

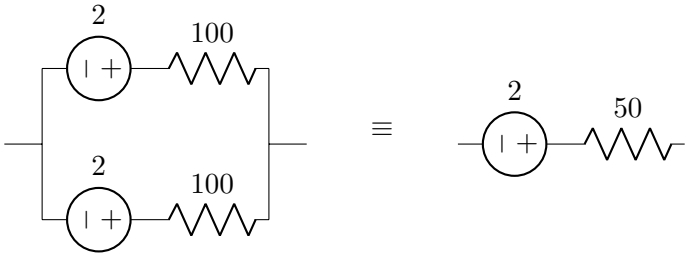
(a) $V_{eq} = 10$ V y $R_{eq} = 500$ Ω. Como el voltaje total requerido es 5 veces el de la pila, investigamos colocarlas en serie

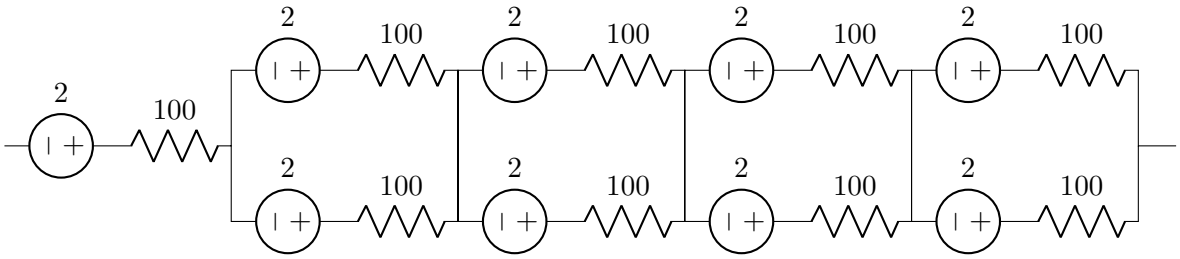


que es equivalente a



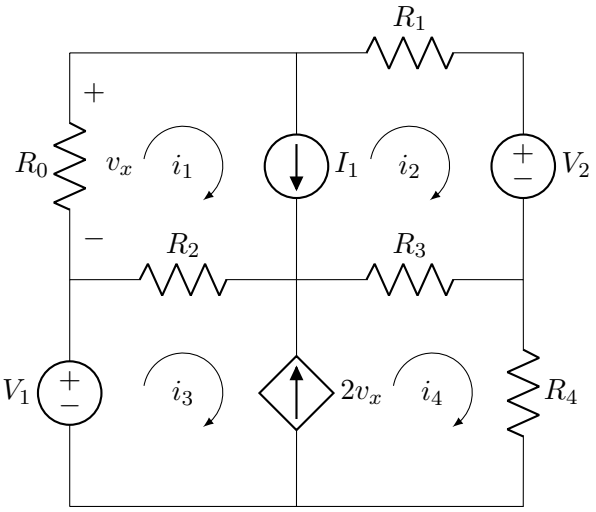
(b) $V_{eq} = 10$ V y $R_{eq} = 300$ Ω. Para esta configuración necesitamos mantener la suma de los voltajes, pero la resistencia tiene que disminuir. Para eso es necesario colocar las resistencias en paralelo:





2 Para el circuito de la figura encuentre la expresión matricial que permite encontrar las corrientes de malla. Es decir encuentre la matriz A (de 4×4) y el vector b, de manera que

$$\begin{bmatrix} \\ A \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \end{bmatrix}$$



Solución: Haciendo una super malla para i_1 e i_2, tenemos

$$-R_1 i_2 - V_2 - R_3(i_2 - i_4) - R_2(i_1 - i_3) - R_0 i_1 = 0$$

que ordenando es

$$(-R_2 - R_0)i_1 + (-R_1 - R_3)i_2 + R_2 i_3 + R_3 i_4 = V_2 \tag{1}$$

y tenemos la información de la fuente

$$i_1 - i_2 = I_1 \tag{2}$$

La super malla para i_3 e i_4 es

$$V1 - R_2(i_3 - i_1) - R_3(i_4 - i_2) - R_4 i_4 = 0$$

que ordenando es

$$R_2 i_1 + R_3 i_2 - R_2 i_3 + (-R_3 - R_4) i_4 = -V_1 \tag{3}$$

y tenemos la información de la fuente

$$i_4 - i_3 = 2v_x = -2R_0 i_1 \tag{4}$$

La ecuación matricial es

$$\begin{bmatrix} -R_2 - R_0 & -R_1 - R_3 & R_2 & +R_3 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ R_2 & R_3 & -R_2 & -R_3 - R_4 \\ 2R_0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2 \\ I_1 \\ -V_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

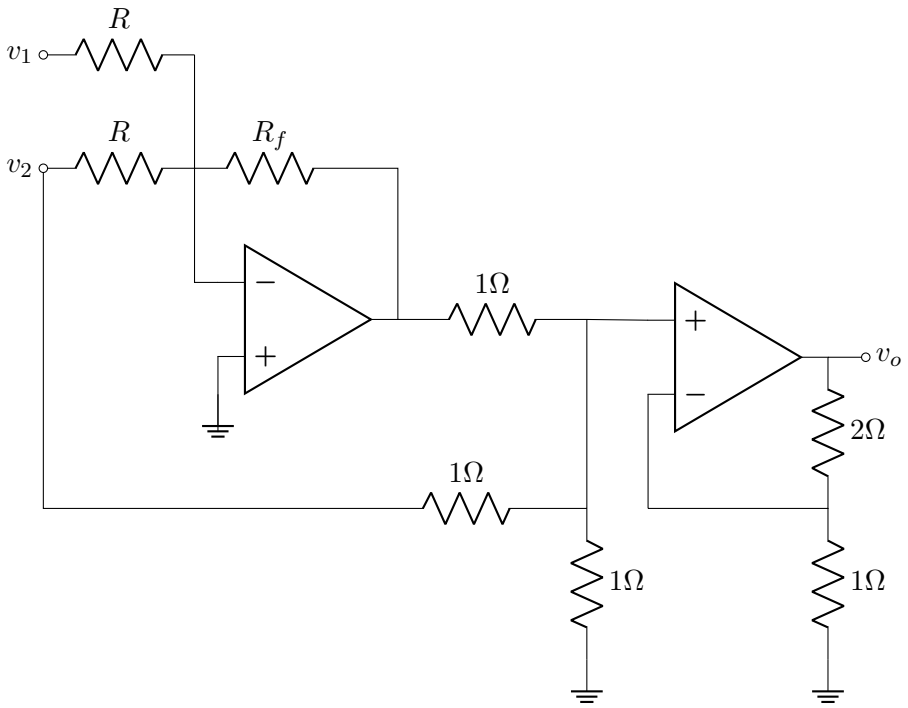
[CORRECTOR: Obviamente hay muchas opciones de orden para las filas.]

3 Para el circuito de la figura

(a) Encuentre v_o en función de v_1 y v_2.

(b) Encuentre R_f en función de R para que el voltaje v_o no dependa del valor de v_2.

[CORRECTOR: (a) 5 puntos y (b) 1 punto.]



Solución: En resumen, el primer amplificador operacional está en una configuración que suma e invierte. Los voltajes de entrada, $v_m = v_p = 0$. La corriente por R_f es

$$i_f = \frac{v_1 + v_2}{R}$$

por lo que el voltaje de salida es

$$v_o' = -\frac{R_f}{R}(v_1 + v_2)$$

En el segundo amplificador operacional, la corriente en la resistencia de 2Ω es

$$i = \frac{v_o}{3} \quad \text{y} \quad v_m = v_p = \frac{v_o}{3}$$

La corriente en la resistencia de 1Ω a tierra es

$$\frac{v_p}{1} = \frac{v_o' - v_p}{1} + \frac{v_2 - v_p}{1}$$

$$\frac{v_o}{3} = v_o' - 2\frac{v_o}{3} + v_2$$

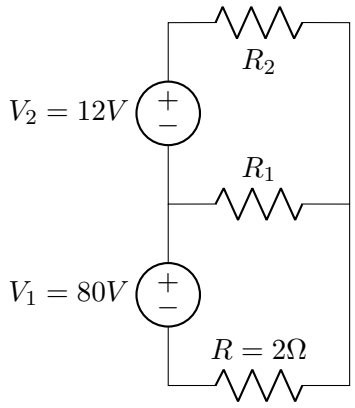
$$v_o = v_o' + v_2$$

$$v_o = -\frac{R_f}{R}(v_1 + v_2) + v_2$$

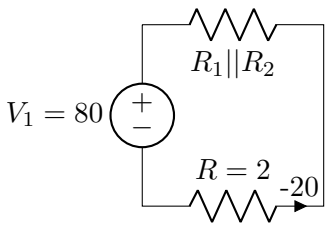
$$v_o = (1 - \frac{R_f}{R})v_2 - \frac{R_f}{R}v_1$$

Para que v_o no dependa de v_2 se requiere que $R_f = R$.

4 En el circuito de la figura, la resistencia de 2Ω representa un calefactor. Si se enciende solo la fuente 1, de 80 V, la potencia disipada en el calefactor es 800W. Si solo se enciende la fuente 2, de 12 V, la potencia disipada es de 2W. Encuentre el valor de las resistencias R_1 y R_2.



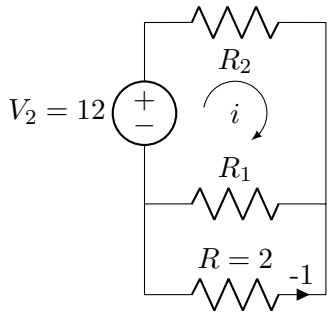
Solución: Con la fuente 1, si la potencia disipada en la resistencia de 2Ω es de 800W, la corriente es 20 A.



de donde

$$R_1||R_2 = 2 \quad \text{o} \quad R_1 = \frac{2R_2}{R_2 - 2} \tag{5}$$

Con la fuente 2, si la potencia disipada en la resistencia de 2Ω es de 2W, la corriente es 1 A.



de donde

$$i = \frac{12}{R_2 + 2||R_1}$$

y por divisor de corriente

$$1 = \frac{R_1}{R_1 + 2}\frac{12}{R_2 + 2||R_1} \tag{6}$$

Las ecuaciones (5) y (6) son un sistema que permite resolver para R_1 y R_2. Sustituyendo (5) en (6) tenemos

$$\frac{R_1}{R_1 + 2}\frac{12}{R_2 + \frac{2R_1}{R_1+2}} = 1$$

$$\frac{12R_1}{(R_1 + 2)R_2 + 2R_1} = 1$$

$$\frac{12R_1}{2R_2 + (R_2 + 2)R_1} = 1$$

$$\frac{12\frac{R_2}{R_2-2}}{R_2 + (R_2 + 2)\frac{R_2}{R_2-2}} = 1$$

$$\frac{12R_2}{R_2(R_2 - 2) + (R_2 + 2)R_2} = 1$$

$$12R_2 = R_2(R_2 - 2) + (R_2 + 2)R_2$$

$$12R_2 = R_2^2 - 2R_2 + R_2^2 + 2R_2$$

$$R_2 = 6$$

y

$$R_1 = \frac{2R_2}{R_2 - 2} = 3$$