IEE2123-1 Circuitos Eléctricos - 1er Semestre 2017
Profesor: Daniel Olivares Q.
Ayudantes: Rodrigo Bernal Christian Busse Martín Cepeda
Tomás Herrera Yoav Navon Rodrigo Troncoso

Tarea 1

Leyes de Ohm y de Kirchoff.
Fecha de Entrega: Día XX de XXXXX hasta las 23:59 horas.

- La Tarea debe ser subida en formato .pdf al Siding, junto a los archivos adjuntos necesarios en un formato .rar o .zip.
- No se aceptarán fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc. podrán ser hechas a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. por tarea si se escribe en LaTeX.
- Evite entregar tareas de más de 10 MB de peso debido a imágenes de alta resolución.

Problema 1

El teorema de Kenelly muestra la equivalencia circuital entre una red Y y una red Δ según la siguiente relación:

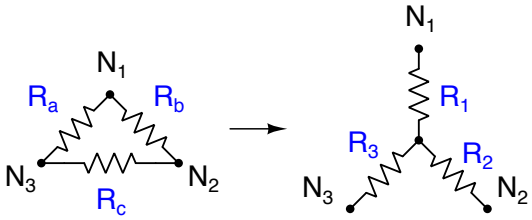


Figura 1: Transformación Y-Δ

$$R_1 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c};\ R_2 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c};\ R_3 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

Demuestre este teorema.

Solución:

Al calcular una resistencia equivalente, si desconectamos cualquier nodo, entonces esa resistencia debería ser igual tanto en delta como en estrella. Luego, por ejemplo, al desconectar el nodo 3 la resistencia equivalente entre el nodo 1 y 2 es:

$$R_{N_1,N_2,\Delta} = R_{N_1,N_2,Y}$$

$$R_b || (R_a + R_c) = R_1 + R_2$$

Análogamente para los otros 2 nodos se llega a las ecuaciones:

$$R_a||(R_b + R_c) = R_1 + R_3$$

$$R_c||(R_a + R_b) = R_2 + R_3$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones para R_1, R_2 y R_3 se llega a la solución.

Problema 2

Considera la siguiente figura:

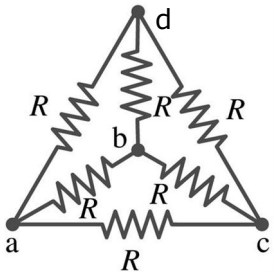


Figura 2: Tetraedro resistivo

Demuestre que la resistencias viste entre 2 nodos cualesquiera son iguales y calcule ese valor.

Solución:

Aprovechando la simetría del problema y aplicando el teorema de Kenelly por ejemplo en el triangulo abc, se calcula la resistencia equivalente entre los terminales a y d queda:

$$R_{eq} = R|| \left(\frac{R}{3} + \left(R + \frac{R}{3} \right) || \left(R + \frac{R}{3} \right) \right) = R|| \left(\frac{R}{3} + \frac{2R}{3} \right) = \frac{R}{2}$$

Problema 3

Considere el siguiente circuito:

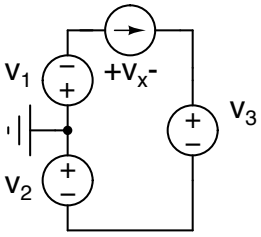


Figura 3: Circuito con tierra móvil

Si $v_1(t) = 2(u(t-2) - u(t-3))$, $v_2(t) = u(t)$ y $v_3(t) = u(t) - u(t-2)$ calcule el voltaje v_x en la fuente de corriente si:

a) El nodo tierra está tal cual está en la figura.
b) El nodo tierra está en el nodo inferior del circuito[1].

Solución:

Haciendo una malla en el circuito se tiene que:

$$-v_2 + v_3 + v_x + v_1 = 0$$

vx = -(u(t-2)-2u(t-3))

$$\implies v_x = v_2 - v_1 - v_3 = -(u(t-2) - u(t-3))$$

Notar que como se pide una diferencia de voltajes el resultado va a ser igual indistinto de cual sea el nodo tierra.

Problema 4

El circuito de la figura es un red infinita de resistores con la forma del triángulo de pascal donde cada resistor tiene el valor de R dividido por el número de pascal correspondiente a su posición. Calcule la resistencia equivalente total de todo el arreglo.

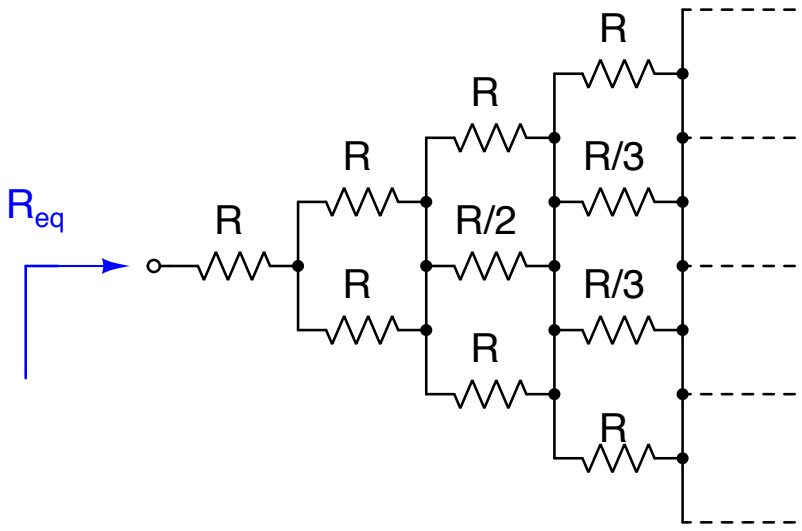


Figura 4: Triangulo de Pascal

Solución:

Se divide el circuito en columnas y se calcula la resistencia equivalente de cada columna la cual es producto de solo resistencias en paralelo. Usando la propiedad

$$\frac{1}{a}||\frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$$

se puede notar que el producto de cada columna es $2^{-n}R$ donde n es el número de columna partiendo por

[1] $u(t)$ es la función escalón unitario de Heaviside

la columna 0. Luego la resistencia total será la suma de las resistencias en serie de cada columna, es decir:

$$R_T = \sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} R = 2R$$