IEE 2123 Circuitos Eléctricos
Prof. David Watts, PUC
Sistemas Trifásicos

Contenidos:

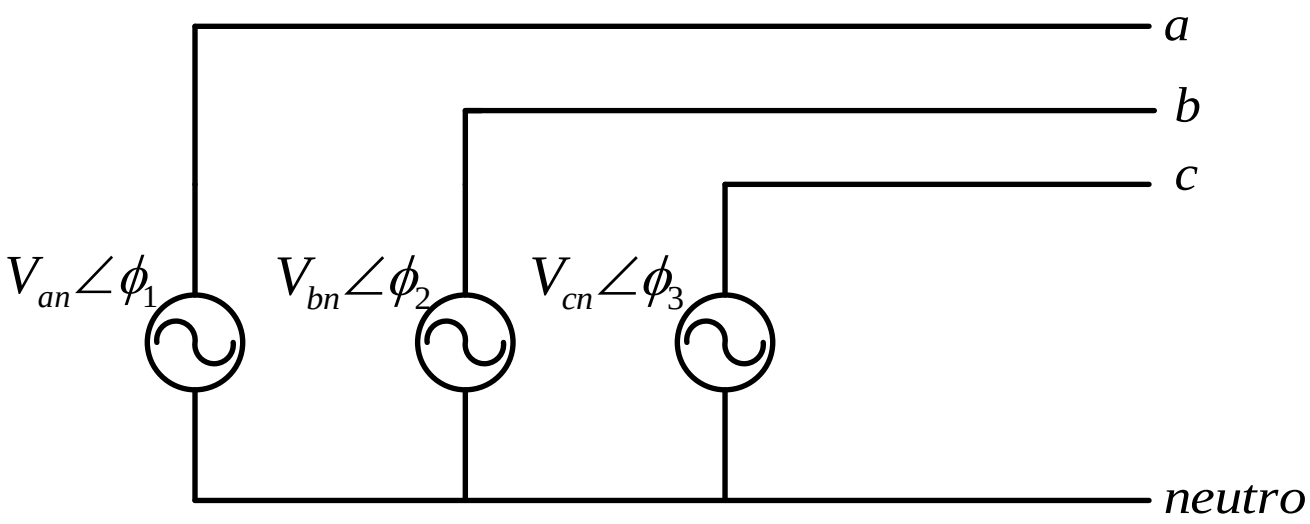
Sistemas trifásicos balanceados:
1. Introducción
2. Sistemas trifásicos y la potencia instantánea
3. Conexiones trifásicas y solución de circuitos

Sistemas trifásicos desequilibrados
1. Introducción
2. Sistemas trifásicos desequilibrados y el cuarto conductor
3. El voltaje entre neutros y la solución de circuitos

Capítulo 12 Dorf 6ª Edición

1. Introducción Sistemas trifásicos:

- **Circuito trifásico:** extensión del caso monofásico de CA, su función forzante es un sistema de 3 voltajes cuya frecuencia y magnitud son iguales, y sus ángulos de fase son diferentes:



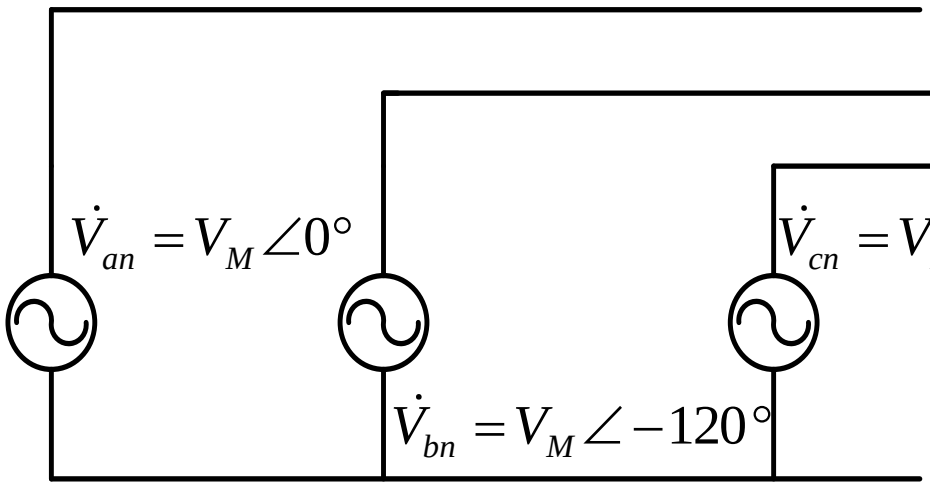
$$|V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}|$$

$$\phi_1 \neq \phi_2 \neq \phi_3$$

2. Sistemas trifásicos balanceados

- **Sistema trifásico de voltajes balanceado:** consta de tres voltajes sinusoidales que tienen la **misma magnitud y frecuencia** y cada voltaje está **desfasado en 120º** respecto a los otros dos.

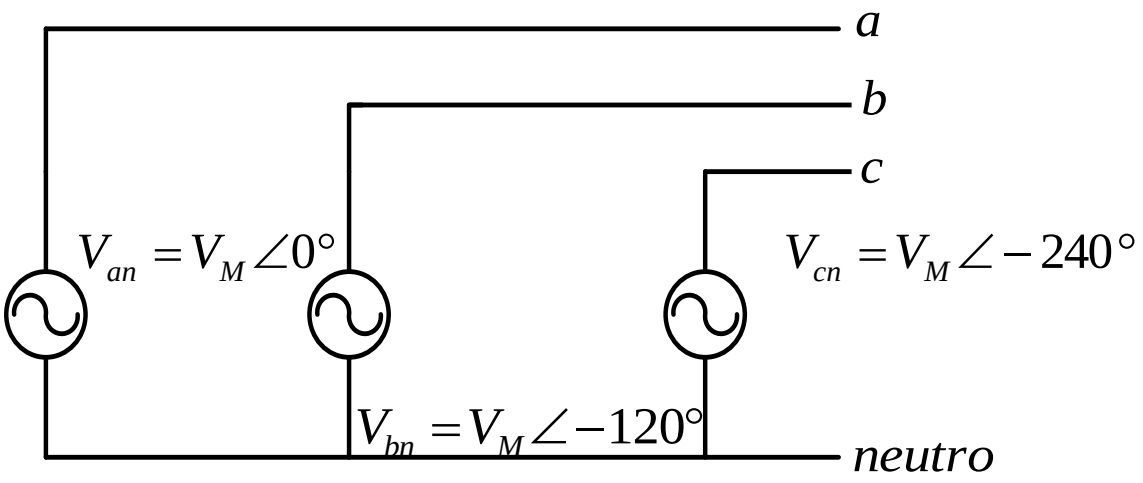
Si las cargas son tales que las corrientes producidas por los voltajes están también balanceadas → **circuito trifásico balanceado**.

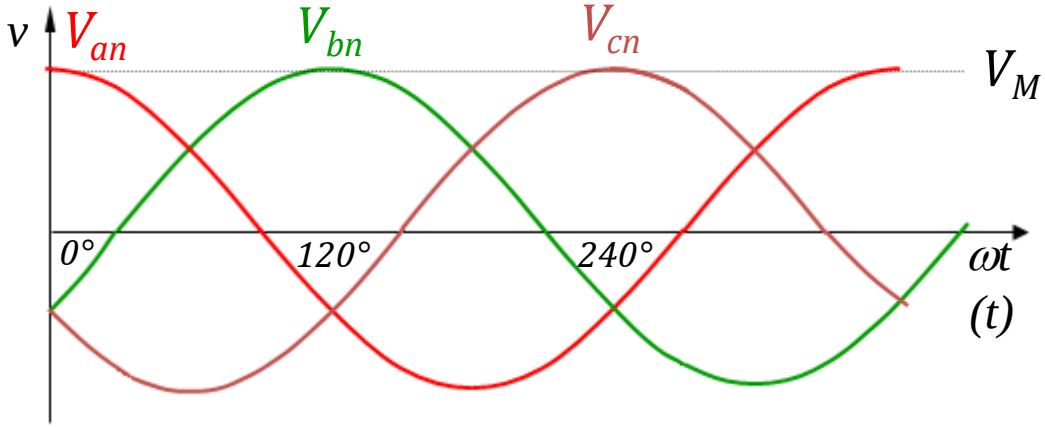


$$\left|\dot{V}_{an}\right| = \left|\dot{V}_{bn}\right| = \left|\dot{V}_{cn}\right|$$

$$\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn} = 0$$

2. Sistemas trifásicos balanceados





Dominio del tiempo

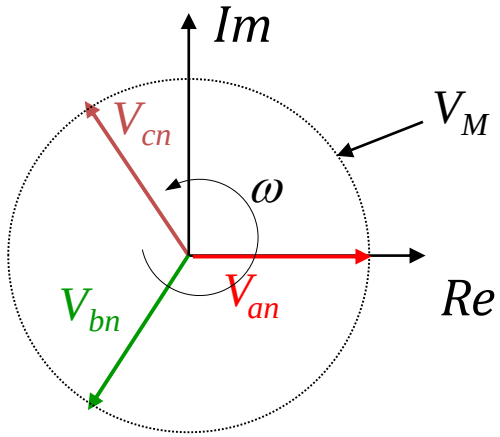
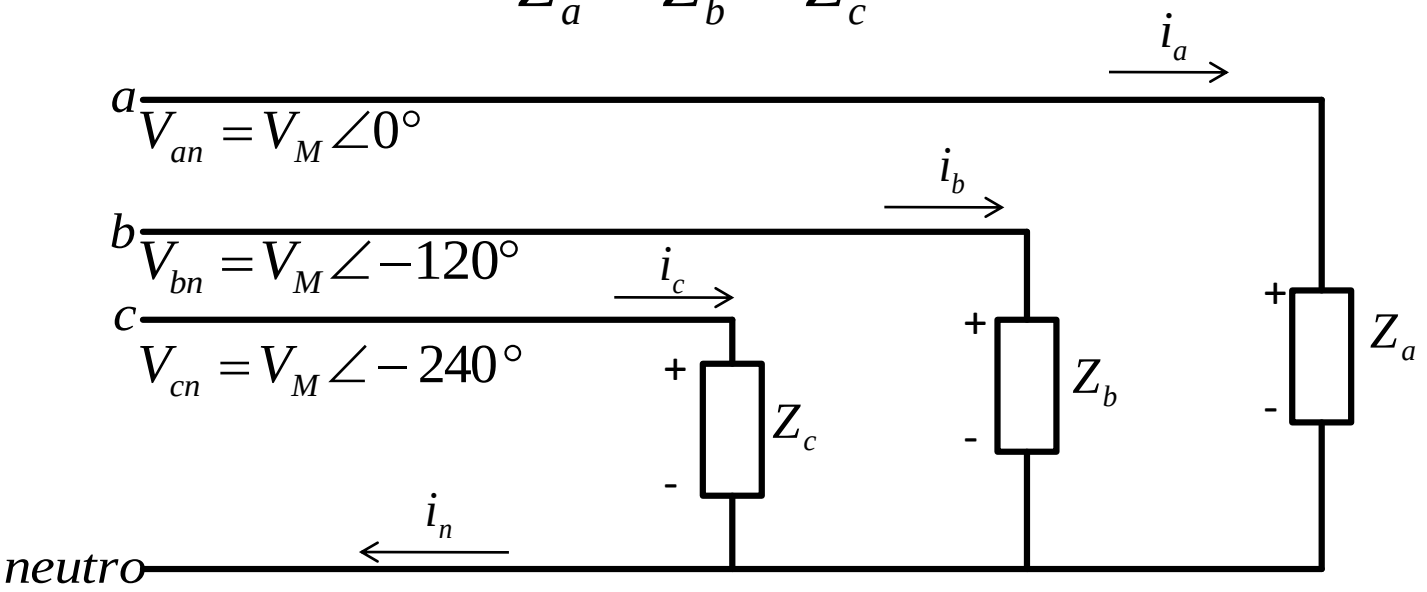


Diagrama fasorial

2. Sistemas trifásicos balanceados

- **Sistema trifásico de cargas balanceado:**

$$Z_a = Z_b = Z_c$$



Fuente de tensión y carga balanceada:

$$i_a + i_b + i_c = i_n = 0$$

2. Sistemas trifásicos balanceados:
Potencia instantánea.

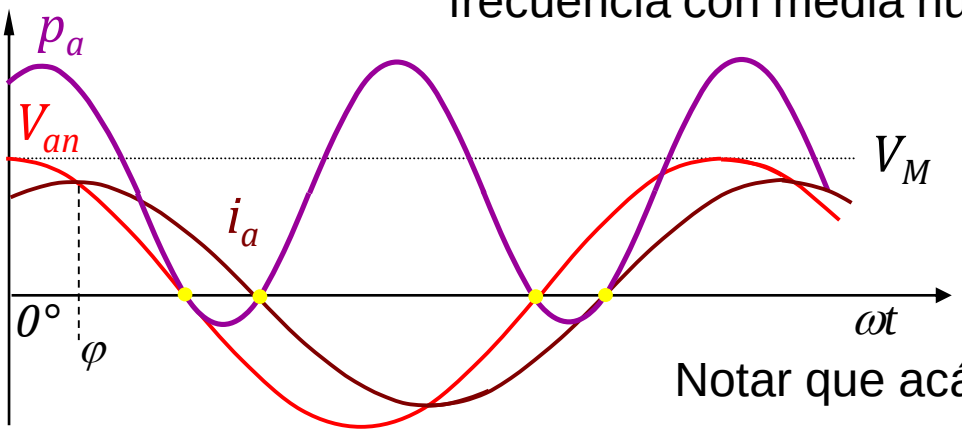
- **Potencia monofásica instantánea:** oscilante o pulsante.

$$p_a(t) = v_{an}(t) \cdot i_a(t) = V_M \cos(\omega t) \cdot I_M \cos(\omega t - \varphi)$$

$$p_a(t) = \frac{V_M \cdot I_M}{2}\left[\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + \varphi)\right]$$

$$\boxed{p_a(t) = V_{RMS} \cdot I_{RMS} \cos(\varphi) + V_{RMS} \cdot I_{RMS} \cos(2\omega t + \varphi)}$$

Dependiente del tiempo y de la frecuencia con media nula (oscilante)



Notar que acá V_m e I_m son Peak

2. Sistemas trifásicos balanceados:
Potencia instantánea.

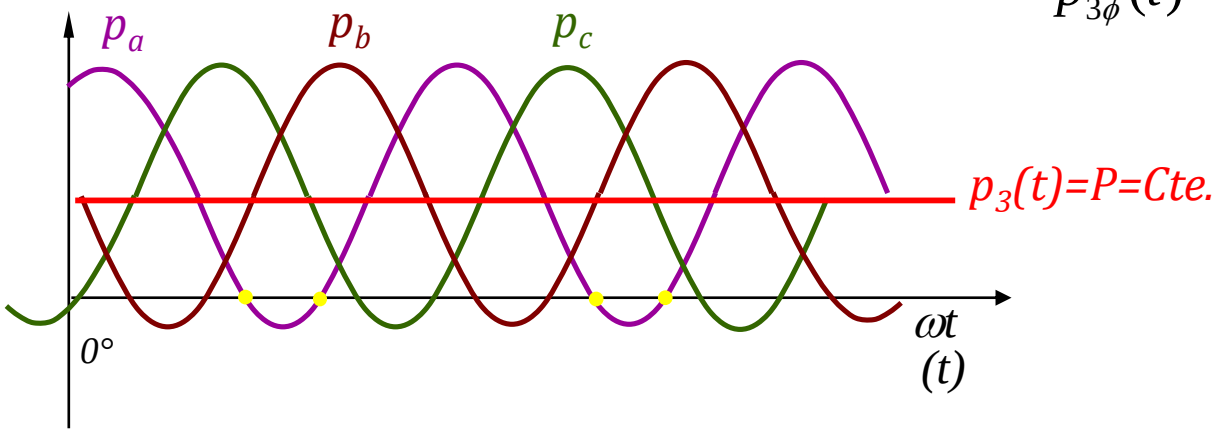
- **Potencia trifásica instantánea:** no oscilante o constante.

$$p_{3\phi}(t) = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t)$$

$$p_{3\phi}(t) = \frac{3}{2} V_M I_M \cos(\theta) = 3 V_{RMS} I_{RMS} \cos(\theta) = 3 p_{1\phi}$$

¡No depende del tiempo!

$$p_{3\phi}(t) = P = cte.$$



2. Sistemas trifásicos balanceados:
Potencia instantánea.

Demostración:

$$V_{an}(t) = V_M \cos(\omega t)$$
$$V_{bn}(t) = V_M \cos(\omega t - 120°)$$
$$V_{cn}(t) = V_M \cos(\omega t + 120°)$$

$$i_{an}(t) = I_M \cos(\omega t - \theta)$$
$$i_{bn}(t) = I_M \cos(\omega t - \theta - 120°)$$
$$i_{cn}(t) = I_M \cos(\omega t - \theta + 120°)$$

$$p_{3\varphi}(t) = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t)$$

Reemplazando:

$$p_{3\phi}(t) = V_M I_M [\cos(\omega t)\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t - 120°)\cos(\omega t - \theta - 120°) + \cos(\omega t + 120°)\cos(\omega t - \theta + 120°)]$$

Utilizamos:

$$2\cos(\alpha)\cos(\beta) = \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$$

2. Sistemas trifásicos balanceados:
Potencia instantánea.

Luego:

$$p_{3\phi}(t) = \frac{V_M I_M}{2}[\cos(\theta) + \cos(2\omega t - \theta) + \cos(\theta) + \cos(2\omega t - \theta - 240°)$$
$$+ \cos(\theta) + \cos(2\omega t - \theta + 240°)]$$

Además:

$$\cos(2\omega t - \theta) + \cos(2\omega t - \theta - 240°) + \cos(2\omega t - \theta + 240°) = 0$$

Por lo tanto:

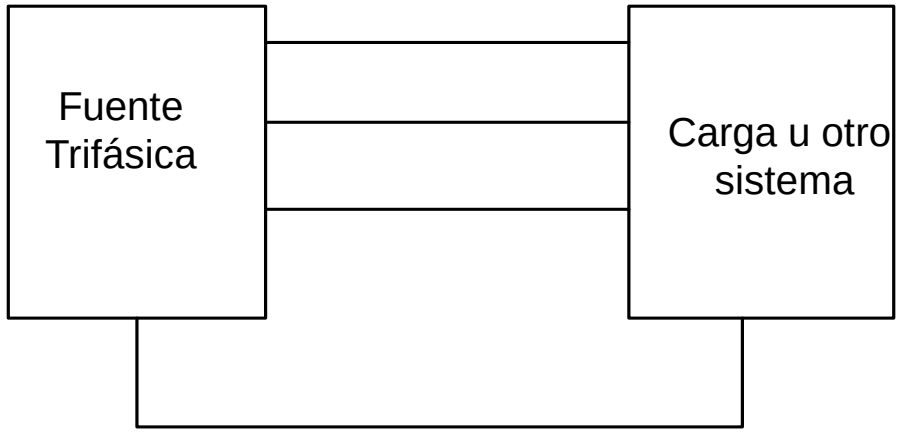
$$\boxed{p_{3\phi}(t) = \frac{3}{2} V_M I_M \cos(\theta) = 3 V_{RMS} I_{RMS} \cos(\theta) = 3 p_{1\phi}}$$

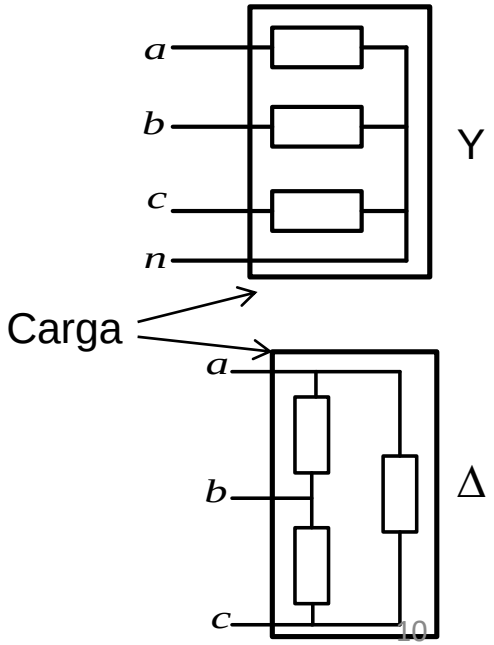
2. Sistemas trifásicos balanceados:
Ejemplos

Ejemplos de transmisión y distribución y sus tecnologías

También ejemplos de generación

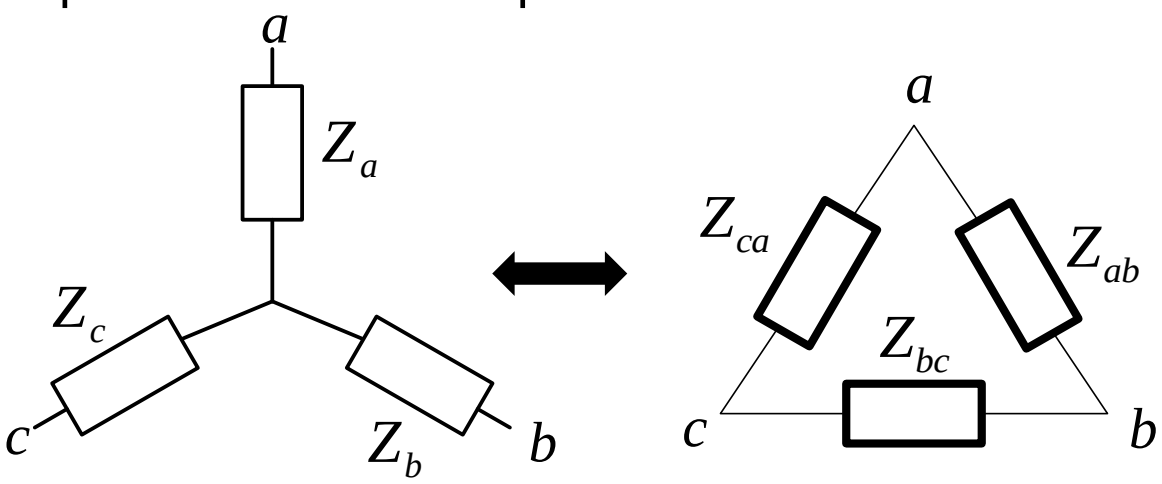
Interconexión de sistemas:





3. Conexiones trifásicas:
Carga Y-Δ.

Equivalencia entre impedancias conectadas en Y y en Δ :



Carga balanceada:

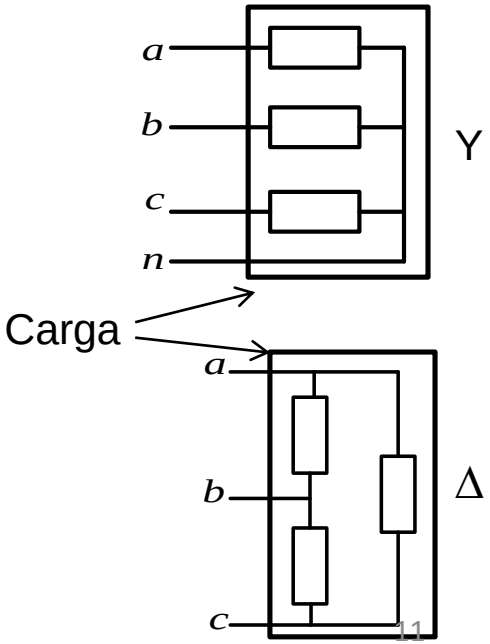
$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta$$

$$Z_\Delta = 3 \cdot Z_Y$$

$$\mathbf{Z}_a = \frac{Z_{ab} \cdot Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \qquad \mathbf{Z}_{ab} = \frac{Z_a \cdot Z_b + Z_b \cdot Z_c + Z_c \cdot Z_a}{Z_c}$$

$$\mathbf{Z}_b = \frac{Z_{ab} \cdot Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \qquad \mathbf{Z}_{bc} = \frac{Z_a \cdot Z_b + Z_b \cdot Z_c + Z_c \cdot Z_a}{Z_a}$$

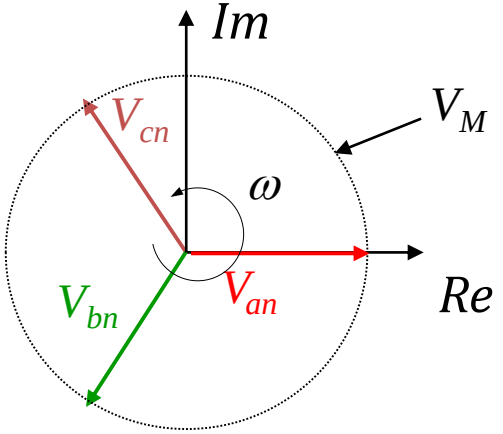
$$\mathbf{Z}_c = \frac{Z_{bc} \cdot Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \qquad \mathbf{Z}_{ca} = \frac{Z_a \cdot Z_b + Z_b \cdot Z_c + Z_c \cdot Z_a}{Z_b}$$



3. Conexiones trifásicas:
Secuencia de fases.

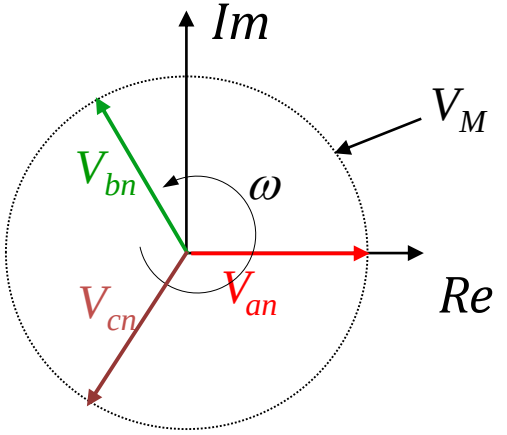
- **Secuencia de fases positiva:** abc, V_{bn} retrasa a V_{an} en 120º, y V_{cn} retrasa en 240° a V_{an}.

$$V_{an}(t) = V_M \angle 0°$$
$$V_{bn}(t) = V_M \angle -120°$$
$$V_{cn}(t) = V_M \angle 120°$$



- **Secuencia de fases negativa:** acb, V_{bn} adelanta a V_{an} en 120º, y V_{cn} retrasa en 120° a V_{an}.

$$V_{an}(t) = V_M \angle 0°$$
$$V_{bn}(t) = V_M \angle 120°$$
$$V_{cn}(t) = V_M \angle -120°$$



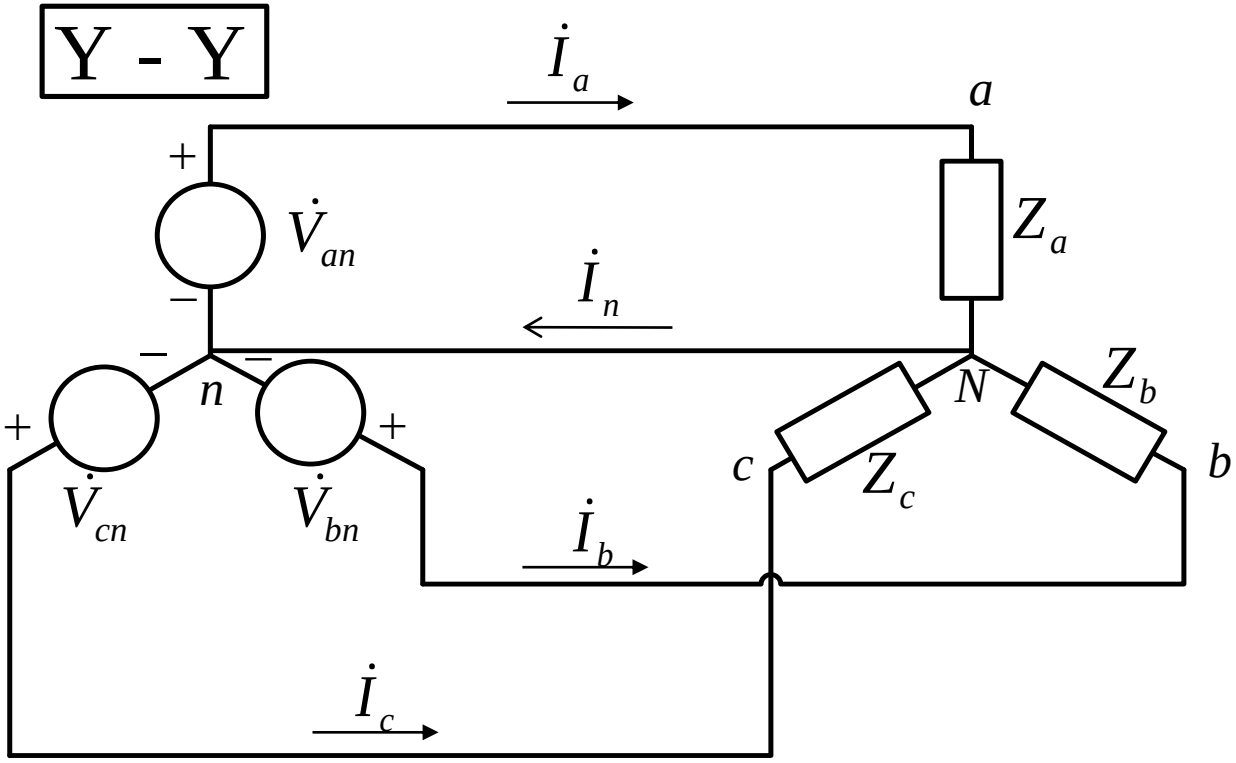
3. Conexiones trifásicas:
Fuente-carga.

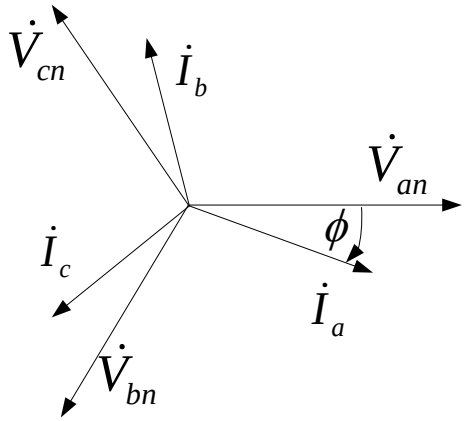
- **Conexiones Simples:** Dado que las fuentes y las cargas pueden conectarse en estrella o en delta, los circuitos trifásicos pueden conectarse en múltiples combinaciones, en el caso mas simple de una carga y una fuente estas son las siguientes:

$$Y - Y \qquad Y - \Delta \qquad \Delta - Y \qquad \Delta - \Delta$$

- Estudiaremos el caso Y-Y y Δ–Δ, ya que bastan para deducir los demás.
- Después se estudia el caso de múltiples cargas.
  - Como se conectarían múltiples cargar?

3. Conexiones trifásicas:
Fuente-carga.





Circuito balanceado ⟶

$$\dot{V}_{an} = V_{fn}\angle 0° = V_M$$

$$\dot{V}_{bn} = V_{fn}\angle -120° = V_M\left[-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$\dot{V}_{cn} = V_{fn}\angle 120° = V_M\left[-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

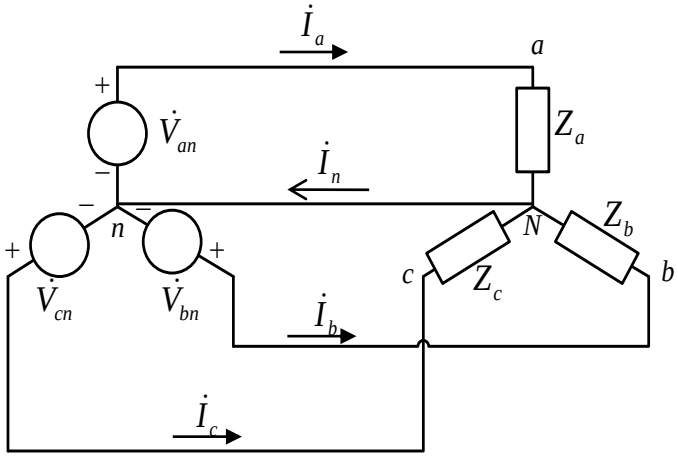
3. Conexiones trifásicas:
Fuente-carga.

¿ Cuanto vale V_{ab}?

$$\dot{V}_{ab} = \dot{V}_{an} - \dot{V}_{bn} = V_{fn}\angle 0^o - V_{fn}\angle -120^o$$

$$= V_{fn} - V_{fn}\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}\,j}{2}\right) = V_{fn}\left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}\,j}{2}\right)$$

$$\rightarrow \boxed{\dot{V}_{ab} = V_{fn}\,\sqrt{3}\,\angle 30^o}$$



Análogamente:

$$\dot{V}_{ab} = V_{ff}\angle 30^o$$

$$\dot{V}_{bc} = V_{ff}\angle -90^o$$

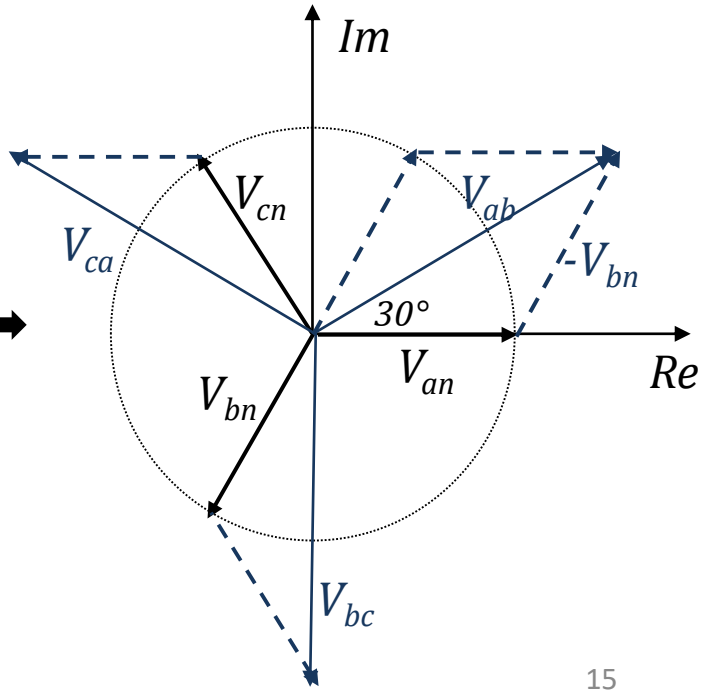
$$\dot{V}_{ca} = V_{ff}\angle -210^o$$

$$V_{ff} = V_{fn}\,\sqrt{3}$$

↓

Fase-fase

¡Gráficamente era evidente!



Chile: 380/220V

Conexiones trifásicas

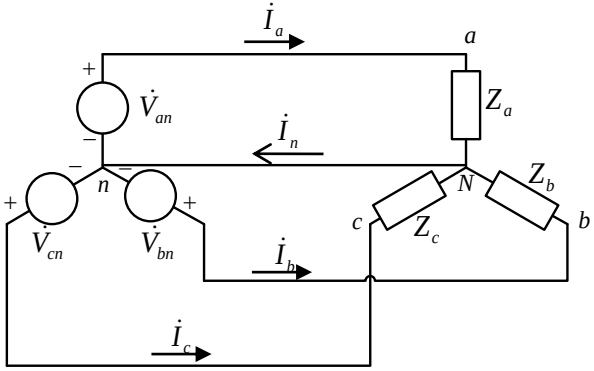
3. Conexiones trifásicas:
Fuente-carga.

En el caso de las **corrientes**:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{V}_{an}}{Z_a} = \frac{V_{fn}\angle 0^o}{Z_a} = \frac{V_{fn}}{|Z_a|}\angle -\phi$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{V}_{bn}}{Z_b} = \frac{V_{fn}\angle -120^o}{Z_b} = \frac{V_{fn}}{|Z_b|}\angle -120 -\phi$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{V}_{cn}}{Z_c} = \frac{V_{fn}\angle 120^o}{Z_c} = \frac{V_{fn}}{|Z_c|}\angle -240 -\phi$$



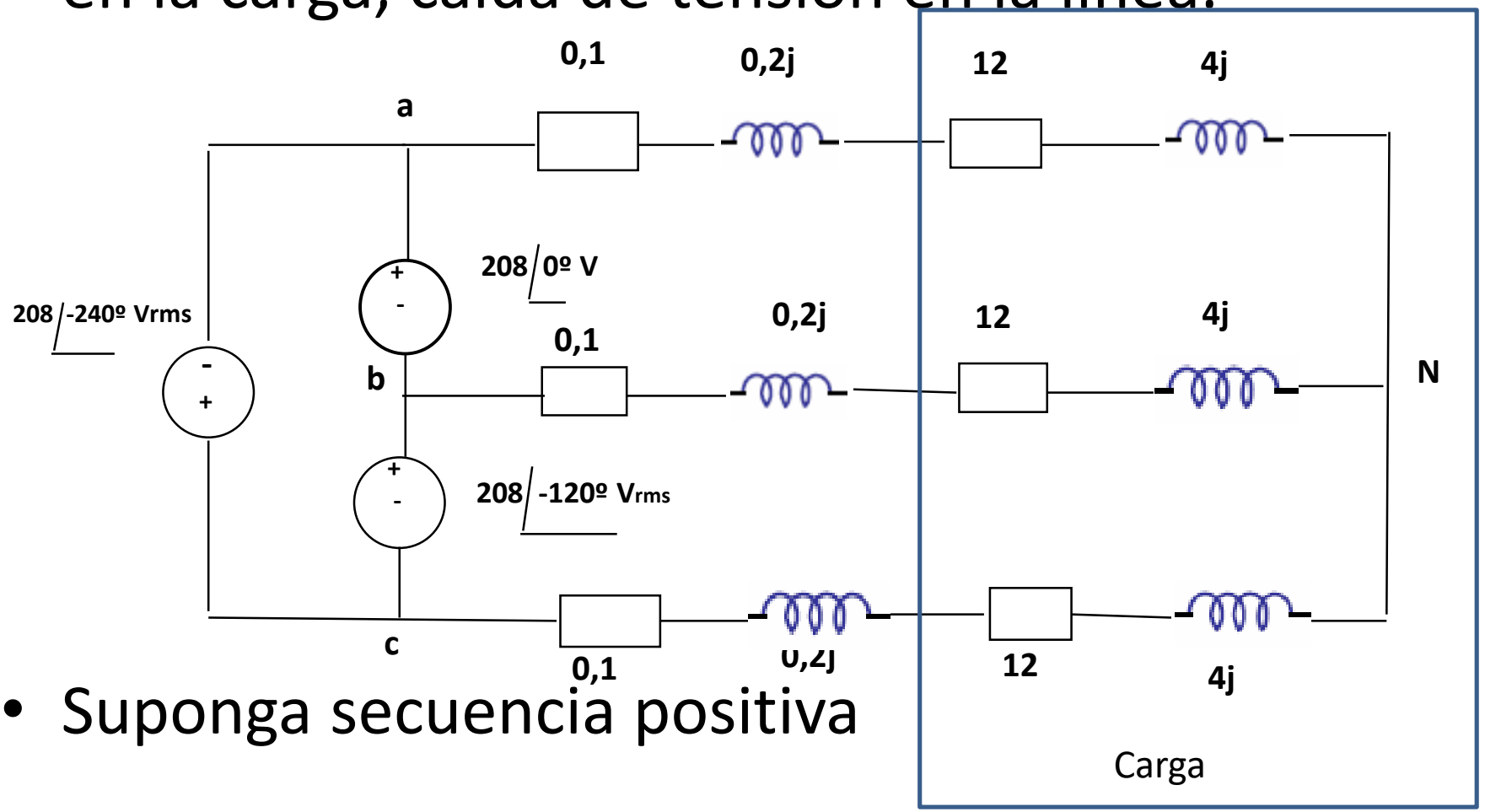
En circuitos balanceados:

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_n = 0$$
$$V_{Nn} = 0$$

- En Y–Y la **corriente en la línea** que conecta la fuente con la carga es la **misma** que la **corriente de fase que fluye a través de la impedancia de carga Z_i**, con $i=a,b\ y\ c$.
- **Receta:** en un circuito balanceado se puede analizar **una fase** y con la **secuencia** de fases se determinan las demás.
- **Ojo:** Que pasa si el conductor neutro tiene impedancia Z_0?
- **Ejemplo:**

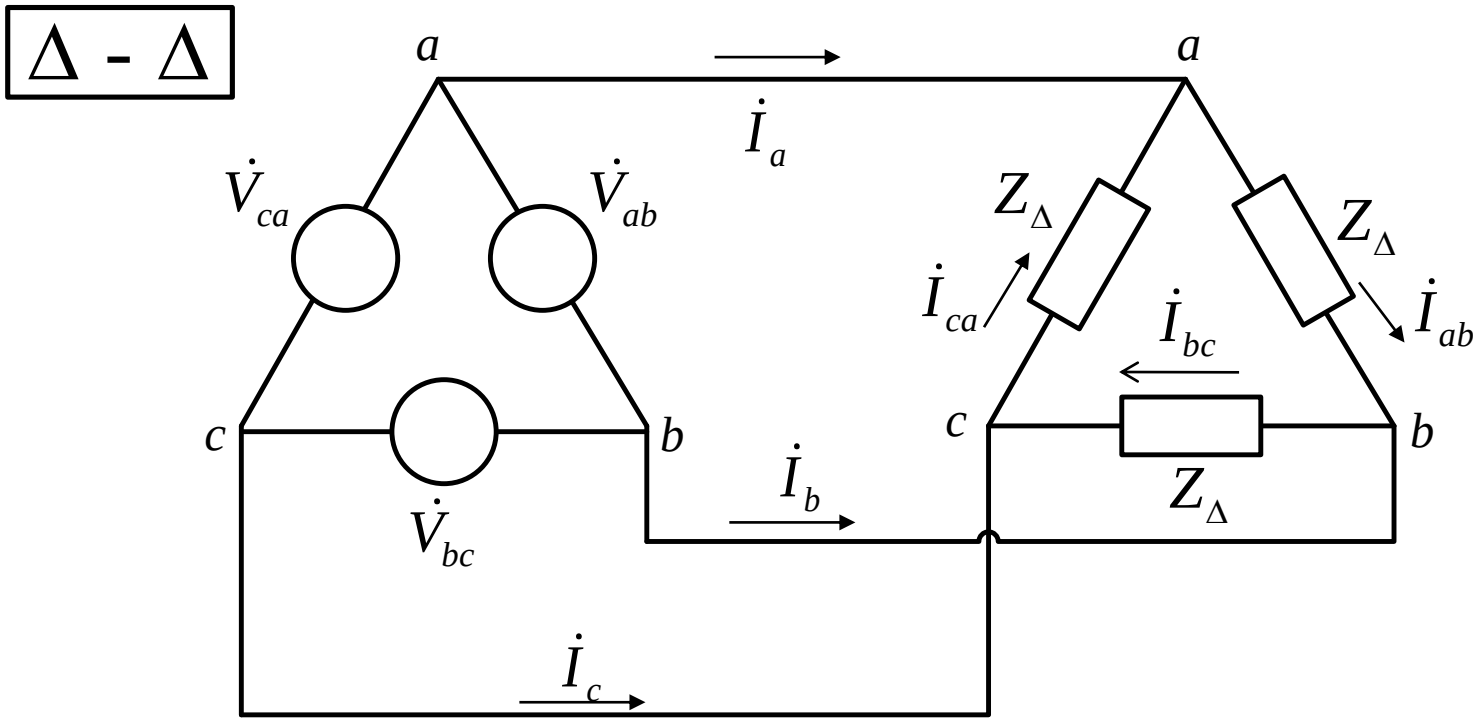
Ejemplo Sistema Balanceado

- Calcular corrientes de línea, voltajes de línea en la carga, caída de tensión en la línea.



- Suponga secuencia positiva

3. Conexiones trifásicas:
Fuente-carga.



- **Fuentes en delta:**

$$\dot{V}_{ab} = V_{ff} \angle 0^o$$
$$\dot{V}_{bc} = V_{ff} \angle -120^o$$
$$\dot{V}_{ca} = V_{ff} \angle 120^o$$

De lo deducido anteriormente

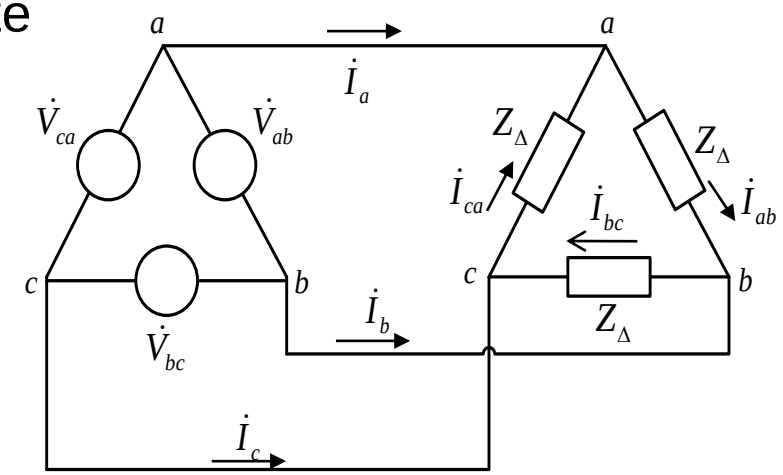
Δ→Y

$$\dot{V}_{an} = V_{fn} \angle -30^o$$
$$\dot{V}_{bn} = V_{fn} \angle -150^o$$
$$\dot{V}_{cn} = V_{fn} \angle 90^o$$

$$V_{fn} = \frac{V_{ff}}{\sqrt{3}}$$

3. Conexiones trifásicas:
Fuente-carga.

¡Una fuente trifásica en delta se puede transformar en una fuente equivalente en estrella!



- **Cargas en delta:**

$$I_{Ln} = \sqrt{3} I_\Delta$$

Corriente de línea

Corriente en el Δ

Demostración:

Por LKC $\dot{I}_a = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$

Si $\dot{I}_{ab} = I_\Delta \angle \varphi°$ entonces $\dot{I}_{ca} = I_\Delta \angle \varphi° + 120°$

$$\Rightarrow \quad \dot{I}_a = I_\Delta \angle \varphi° - I_\Delta \angle \varphi° + 120°$$

3. Conexiones trifásicas:
Fuente-carga.

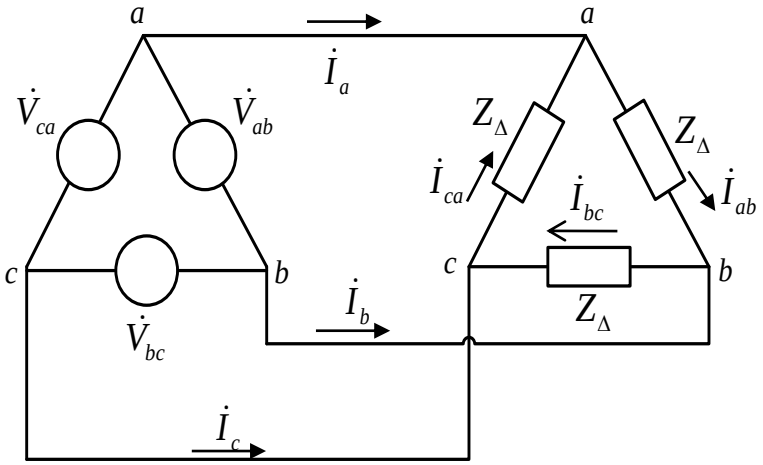
Desarrollamos:

$$\dot{I}_a = I_\Delta\left[\cos(\varphi) + j\sin(\varphi) - \cos(\varphi+120°) - j\sin(\varphi+120°)\right]$$

$$\dot{I}_a = 2I_\Delta\left[\sin(\varphi+60°)\sin(60°) - j\cos(\varphi+60°)\sin(60°)\right]$$

$$\dot{I}_a = \sqrt{3}I_\Delta\left[\sin(\varphi+60°) - j\cos(\varphi+60°)\right]$$

$$\dot{I}_a = \sqrt{3}I_\Delta\left[\cos(\varphi-30°) - j\sin(\varphi-30°)\right]$$



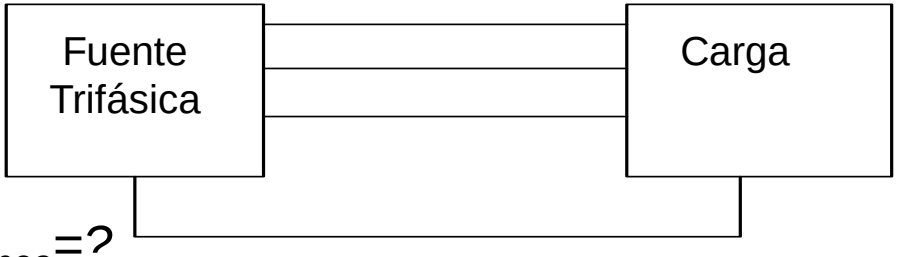
Por lo tanto:

$$\dot{I}_a = \sqrt{3}I_\Delta\angle\varphi - 30° = I_{Ln}\angle\varphi - 30°$$

$$\boxed{I_{Ln} = \sqrt{3}I_\Delta}$$

2. Sistemas trifásicos balanceados:
Potencia compleja.

$$\dot{S} = \sqrt{3} V_{ff} I_{Linea} \angle \varphi$$



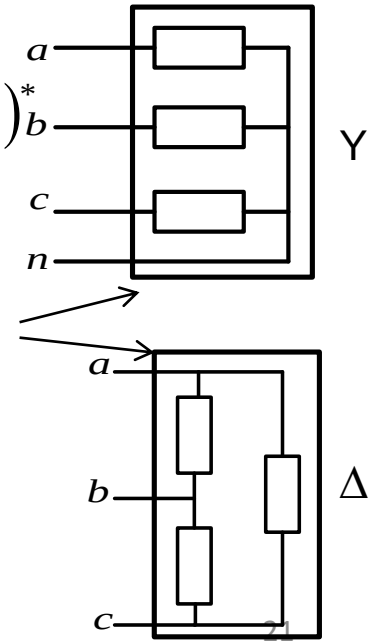
$S_{consumida}$! $V_{ff} = V_{Linea}$? $I_{Línea}$=?

Demostración: Sabemos que :

$$\dot{S} = \dot{S}_a + \dot{S}_b + \dot{S}_c$$

Reemplazando: En estrella

$$\dot{S}_Y = V_{fn}\angle 0^o \cdot \left(I_{Ln}\angle -\varphi^o\right)^* + V_{fn}\angle -120^o \cdot \left(I_{Ln}\angle -\varphi^o - 120^o\right)^* + V_{fn}\angle 120^o \cdot \left(I_{Ln}\angle -\varphi^o + 120^o\right)^*$$



Dado que la carga es balanceada:

$$\dot{S}_Y = 3 V_{fn} I_{Ln} \angle \varphi$$

$$\dot{S}_\Delta = 3 V_{ff} I_\Delta \angle \varphi$$

$$\longrightarrow \quad \dot{S} = \sqrt{3} V_{ff} I_{fn} \angle \varphi$$

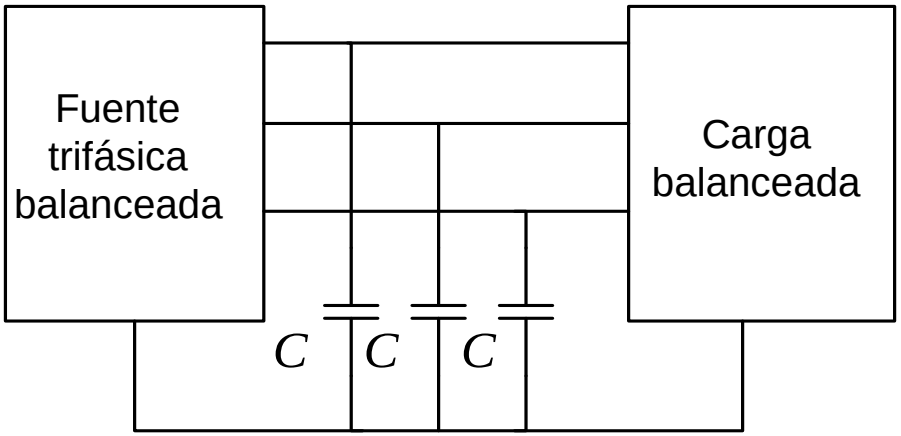
2. Sistemas trifásicos balanceados:
Corrección del factor de potencia.

- Por cada fase se **corrige individualmente**, igual que en el caso monofásico.

- Luego

$$\dot{S}_C = jQ_C = -j\omega C V_C^2$$

es provista por **3 condensadores** (uno por cada fase), siendo V_C la diferencia de voltaje en los terminales de cada condensador.



2. Sistemas trifásicos balanceados:
Definiciones

Algunas definiciones:

- Corrientes
  - Corrientes trifásicas NO!, Corrientes en sistemas trifásicos si!
  - A) Corriente de Línea
  - B) Corriente de Carga
- Voltajes:
  - **Voltaje de Línea (DATO)**= Voltaje de Fase (OJO!) = Voltaje Fase – Fase = Voltaje entre fases = V_{ab}
  - Voltaje Fase - Neutro = V_{an} (**Se utiliza para los cálculos**)
- Factor de potencia en atraso = I atrasada respecto de voltaje (misma fase)
- Secuencia: **+ o -**

Redes Trifásicas Desbalanceadas

Las redes trifásicas desequilibradas son normalmente redes balanceadas con problemas. Es decir, algunos de los supuestos con que trabajamos para las redes equilibradas ya no son válidos.

Si bien un sistema trifásico sólo necesita 3 cables para conducir, generalmente hay un cuarto conductor y éste se debe precisamente a la posibilidad de que haya desbalances en el sistema

Redes trifásicas desbalanceadas



Cuarto Conductor o cable de Guardia?

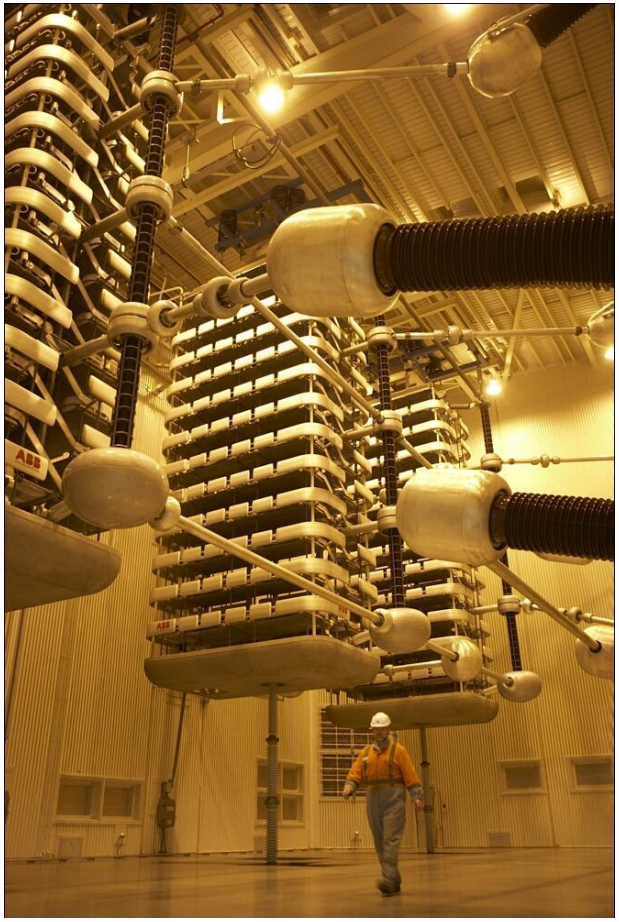
- Conductor Neutro:

  Permite la evacuación de la corriente de desbalance y el desacoplamiento de las demás fases, minimizando los problemas originados por algún tipo de desbalance o falla

Redes Trifásicas Desbalanceadas

¿Qué puede provocar un desbalance en los sistemas?

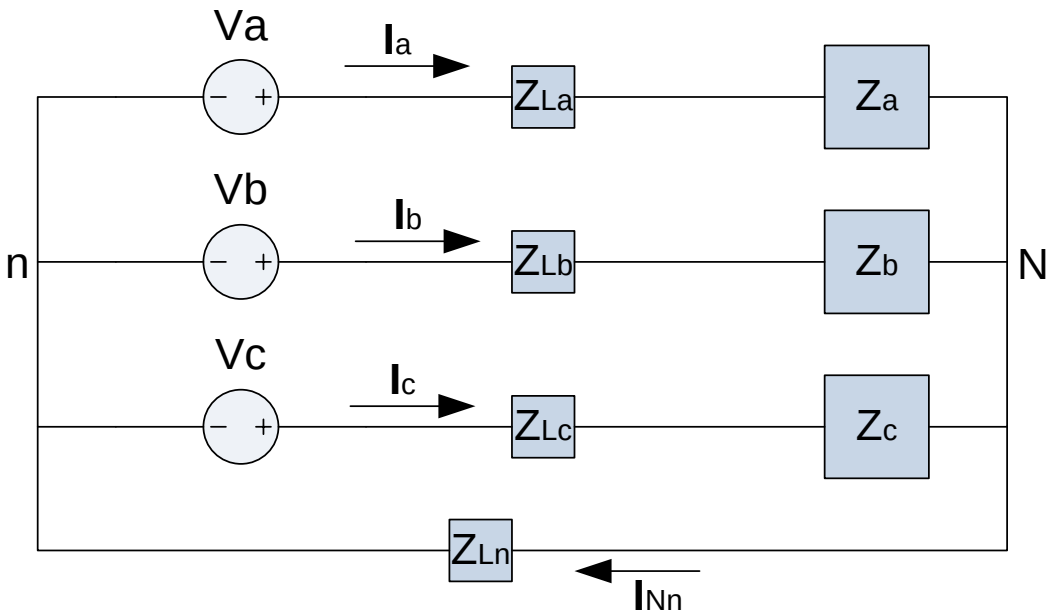
a) Magnitud de los voltajes fase-neutro
b) Ángulo de los voltajes fase-neutro
c) Impedancia de línea
d) Impedancia de carga
e) Fallas



Estas anomalías pueden producirse en cualquier punto de la cadena G-T-D; por ejemplo: en el mismo generador, en alguno de los transformadores intermedios, en las líneas de transmisión (220kV) o en el sistema de distribución (12kV).

Tipos de Anomalías

a) Magnitud de los voltajes fase-neutro



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 230\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

Este desbalance trae como consecuencias:

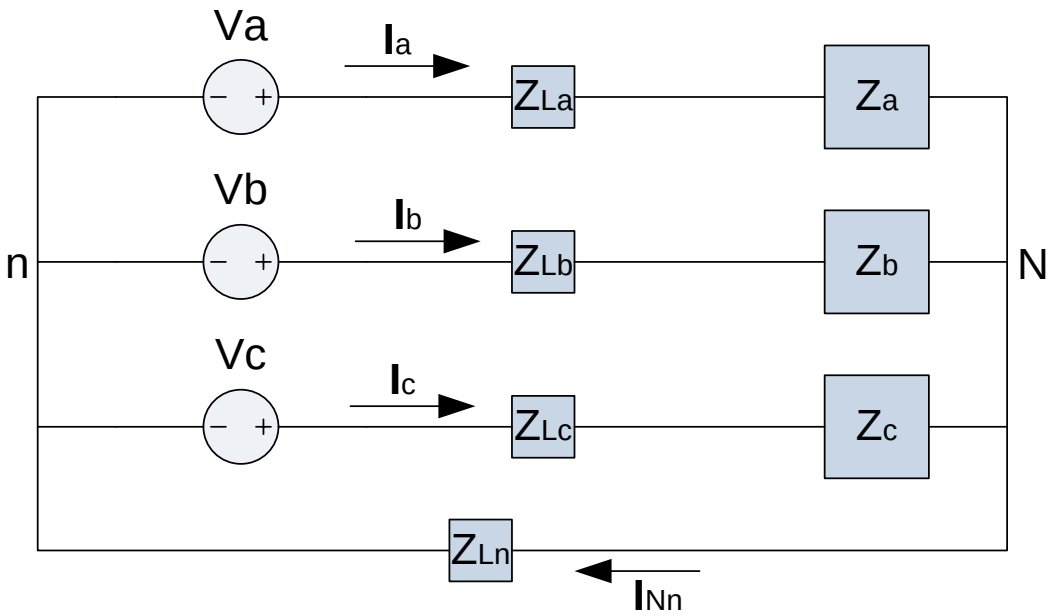
$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

Tipos de Anomalías

b) Ángulo de los voltajes fase-neutro



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 130°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

Este desbalance trae como consecuencias:

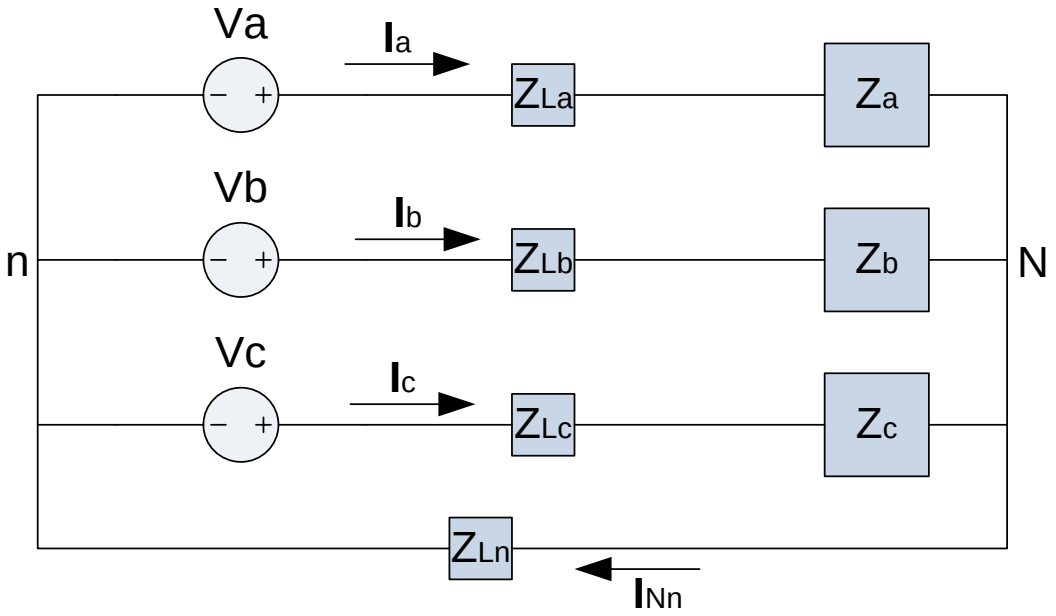
$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

Tipos de Anomalías

c) Impedancia de línea



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = 0.03 + j0.3$$

$$Z_{Lb} = 0.01 + j0.1$$

$$Z_{Lc} = 0.01 + j0.1$$

Este desbalance trae como consecuencias:

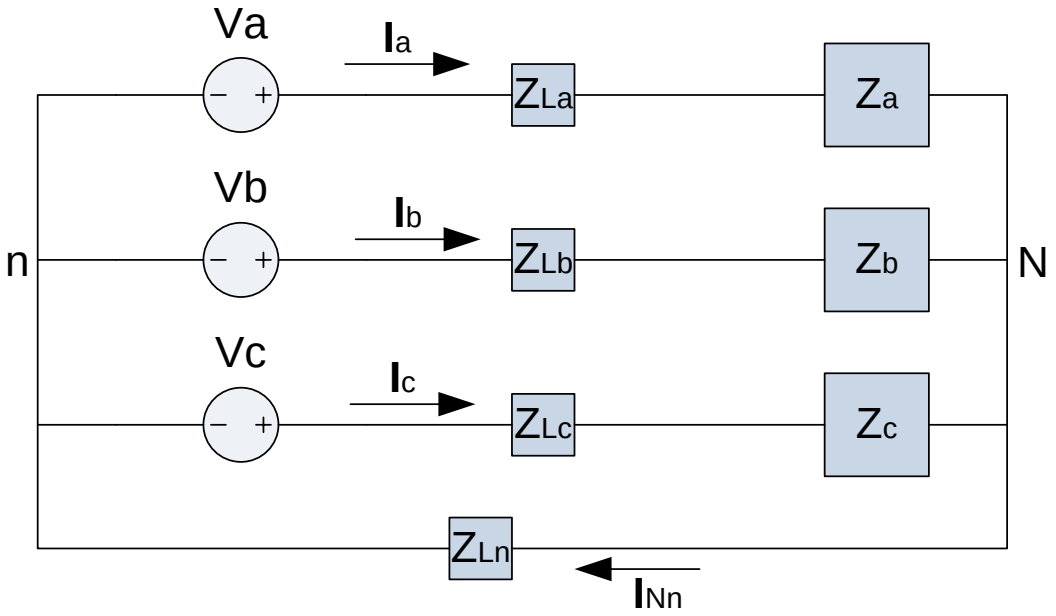
$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

Tipos de Anomalías

d) Impedancia de carga



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

$$Z_a = 30 + j10$$

$$Z_b = 30 + j10$$

$$Z_c = 30 + j50$$

Este desbalance trae como consecuencias:

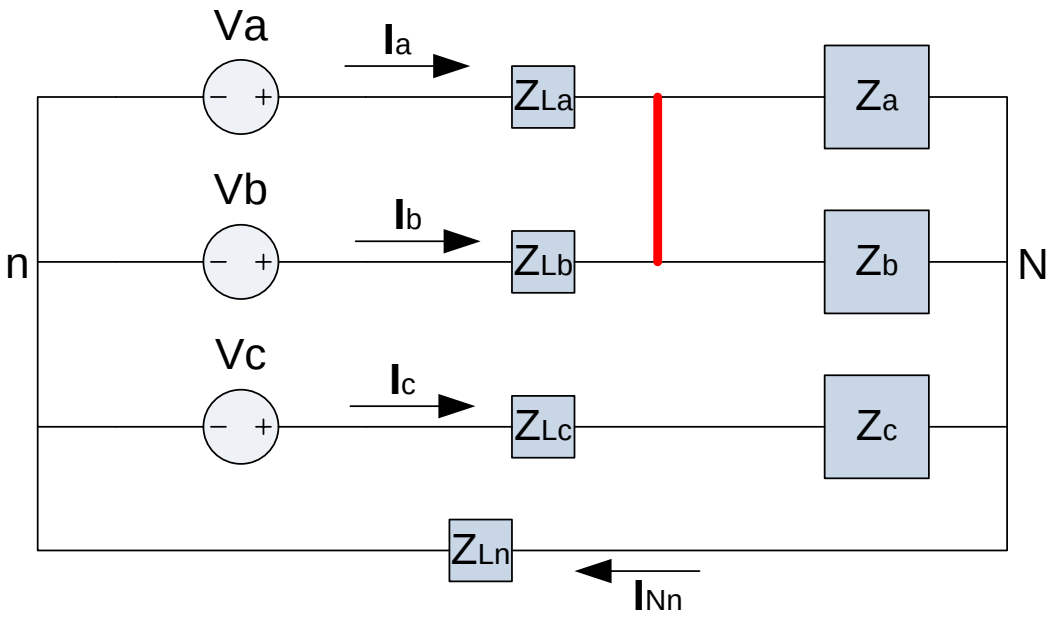
$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

Tipos de Anomalías

e) Fallas



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

Hay muchos tipos de falla en los sistemas eléctricos, un ejemplo es el cortocircuito bifásico que se muestra en la figura. Cualquiera sea la falla, trae como consecuencias:

$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

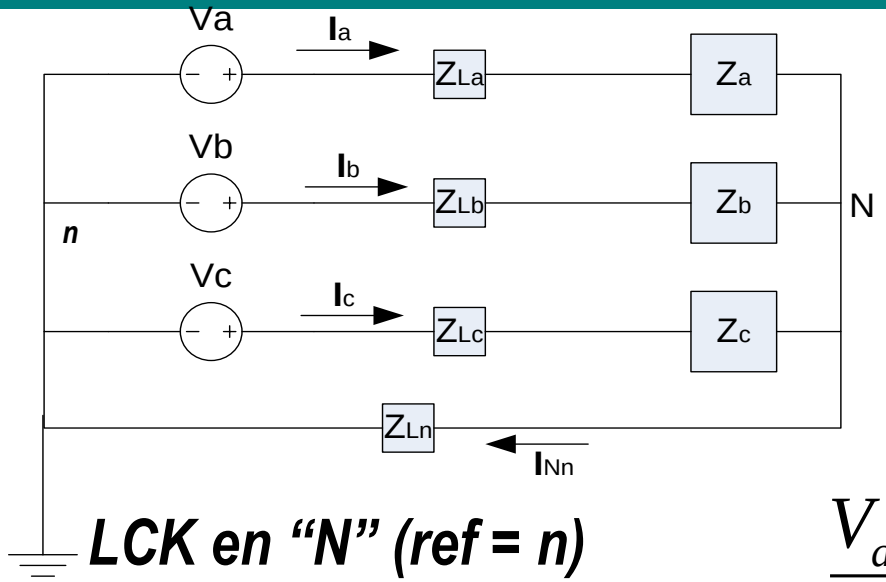
Resolución de Redes

¿Cómo se resuelven o analizan las redes desequilibradas?

Lo más correcto, es encontrar la diferencia de voltaje entre los neutros del sistema (neutro del generador “n” y neutro de las cargas “N”), no perdiendo nunca la noción de que la red debería ser trifásica equilibrada y no cualquier circuito, debido a esto evitaremos usar mallas.

Luego tenemos 2 caminos (en este curso) para encontrar el voltaje V_{Nn} y conociendo ese voltaje podremos calcular todos los datos del sistema, incluyendo la magnitud del desbalance; la cuál se puede apreciar en la diferencia entre los voltajes de los neutros (diagrama fasorial).

Resolución de Redes – Método de Nodos



Reducimos impedancias

$$Z_A = Z_{La} + Z_a$$

$$Z_B = Z_{Lb} + Z_b$$

$$Z_C = Z_{Lc} + Z_c$$

LCK en "N" (ref = n)

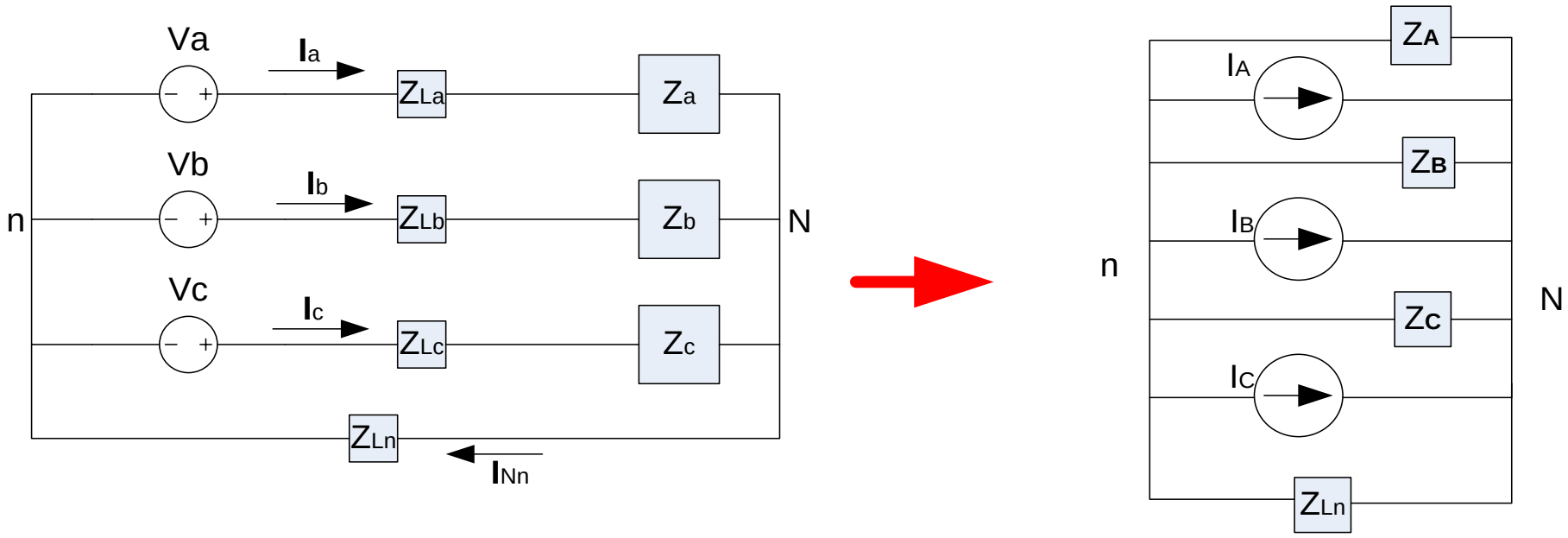
Encontrar voltaje $V_{Nn} = V_N$

$$\frac{V_a - V_N}{Z_A} + \frac{V_b - V_N}{Z_B} + \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_C} = \frac{V_N}{Z_{Ln}}$$

Calculamos el resto de las variables del sistema:

$$I_a = \frac{V_a - V_N}{Z_A}; I_b = \frac{V_b - V_N}{Z_B}; I_c = \frac{V_c - V_N}{Z_C}; I_{Nn} = \frac{V_N}{Z_{Ln}}$$

Resolución de Redes – Transf. De Fuentes



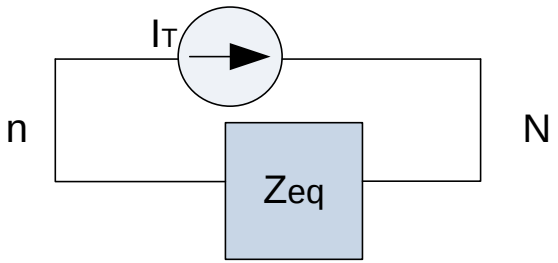
Reducimos impedancias

$$Z_A = Z_{La} + Z_a$$
$$Z_B = Z_{Lb} + Z_b$$
$$Z_C = Z_{Lc} + Z_c$$

Transformamos fuentes y sumamos

$$I_A = \frac{V_a}{Z_A}; I_B = \frac{V_b}{Z_B}; I_C = \frac{V_c}{Z_C}$$

Resolución de Redes – Transf. de Fuentes



Encontramos el voltaje V_{Nn}

$$I_T = I_A + I_B + I_C$$

$$Z_{eq} = \left(\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_{Ln}} \right)^{-1}$$

$$V_{Nn} = I_T \bullet Z_{eq}$$

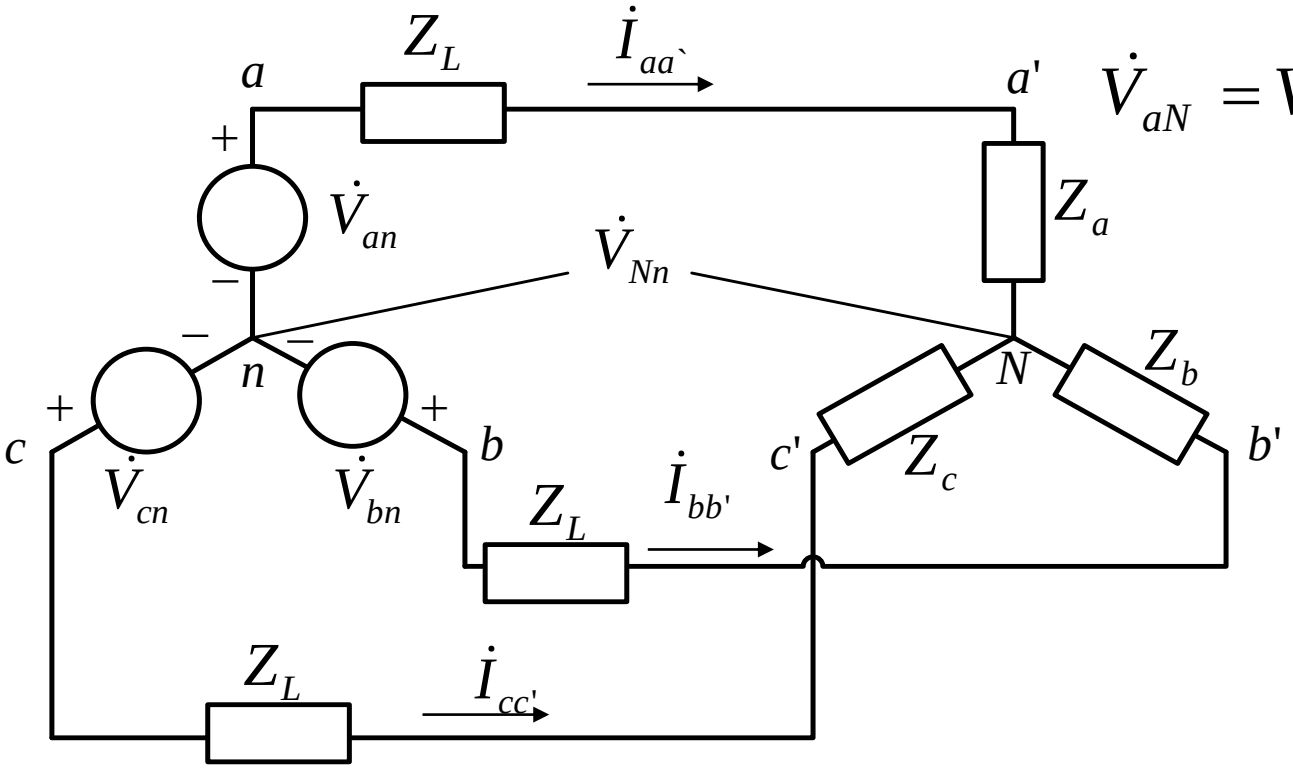
Calculamos el resto de las variables del sistema

$$I_a = \frac{V_a - V_{Nn}}{Z_A}; I_b = \frac{V_b - V_{Nn}}{Z_B}; I_c = \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_C}; I_{Nn} = \frac{V_{Nn}}{Z_{Ln}}$$

Todo Nuevamente

- Ahora con Admitancia!
- Con admitancia es mucho mejor y mas fácil!

2. Sistemas trifásicos desequilibrados:
Sistemas de tres conductores.



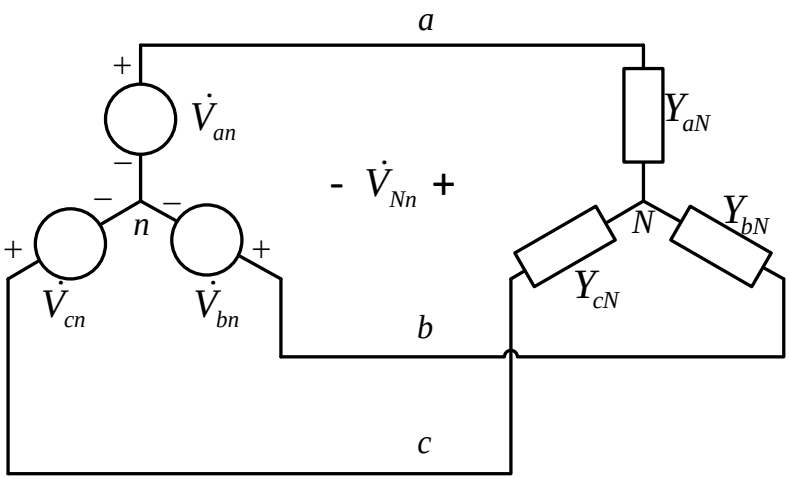
$$\dot{V}_{aN} = \dot{V}_{an} + \dot{V}_{nN}$$

- Se debe calcular $\boldsymbol{V_{Nn}}$ para luego calcular las variables de interés, así:

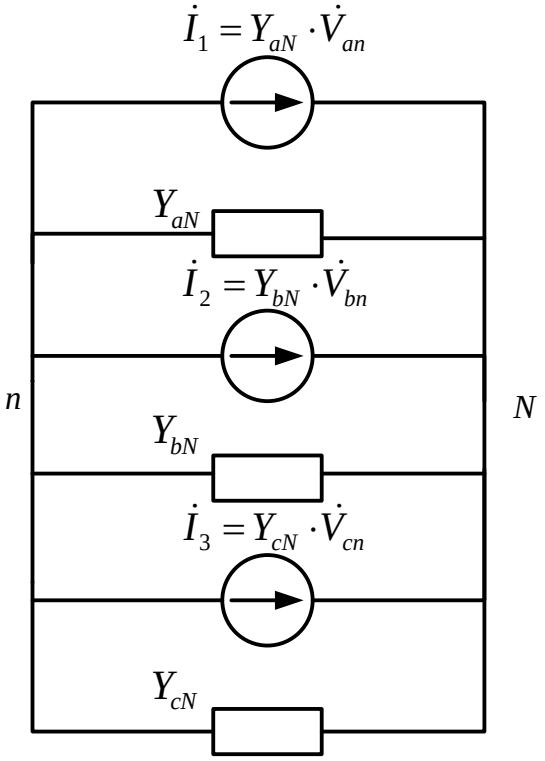
$$\dot{V}_{aN} = \dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn} \longrightarrow \dot{I}_{aa`} = \frac{\dot{V}_{aN}}{Z_L + Z_a} \longrightarrow Y_{iN} = \frac{1}{Z_L + Z_i}; \quad i = a, b, c$$

2. Sistemas trifásicos desequilibrados:
Sistemas de tres conductores.

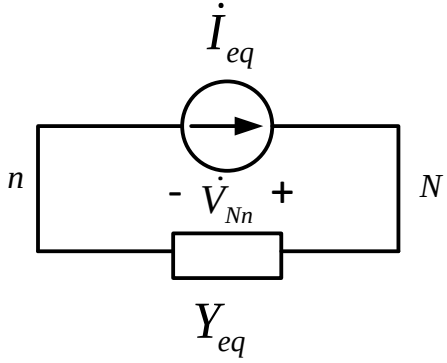
- **Cálculo de V_{Nn} :**



(1)



(2)



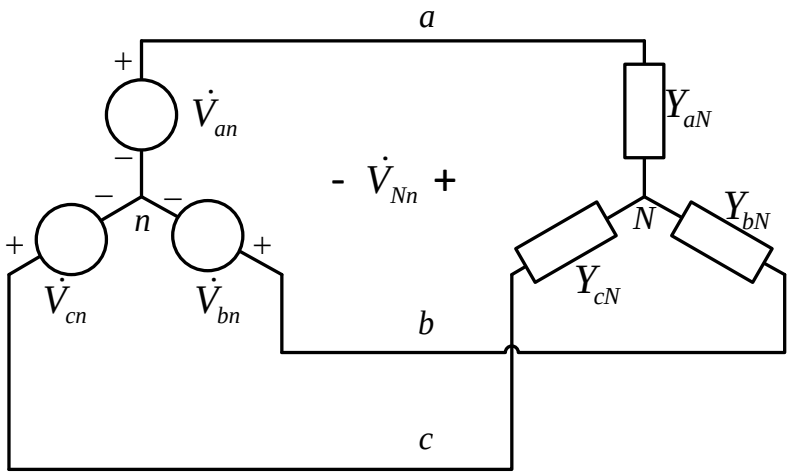
$$\dot{V}_{Nn} = \frac{\dot{I}_{eq}}{Y_{eq}}$$

2. Sistemas trifásicos desequilibrados:
Sistemas de tres conductores.

$$\dot{I}_{eq} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

$$\dot{I}_{eq} = Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}$$

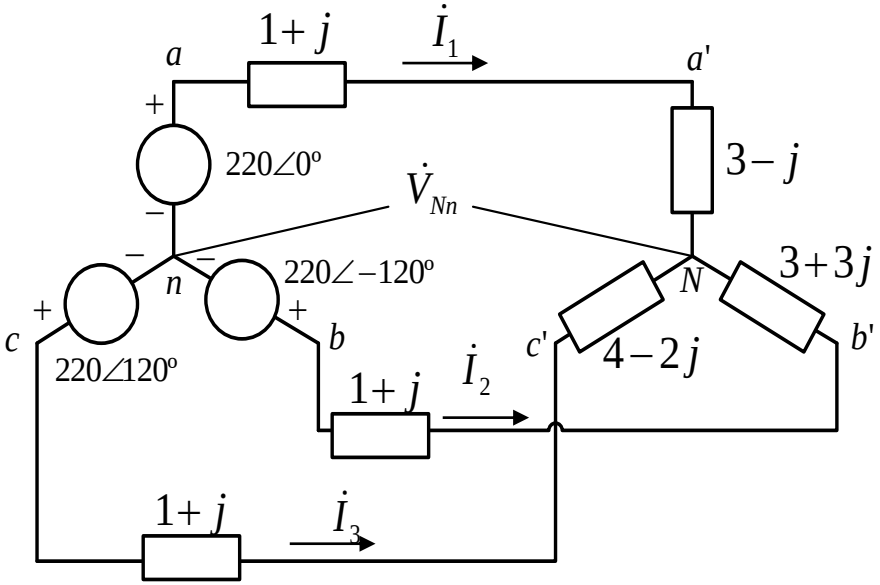
$$Y_{eq} = Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}$$



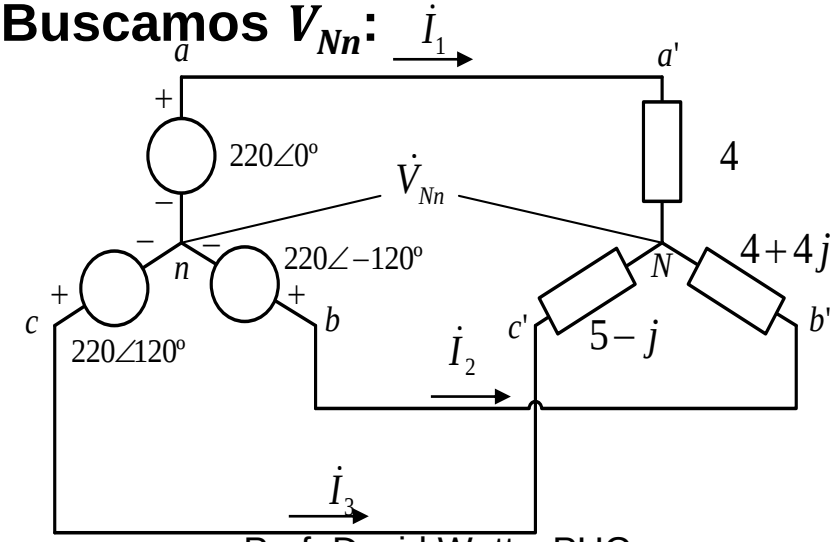
Por lo tanto:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}}$$

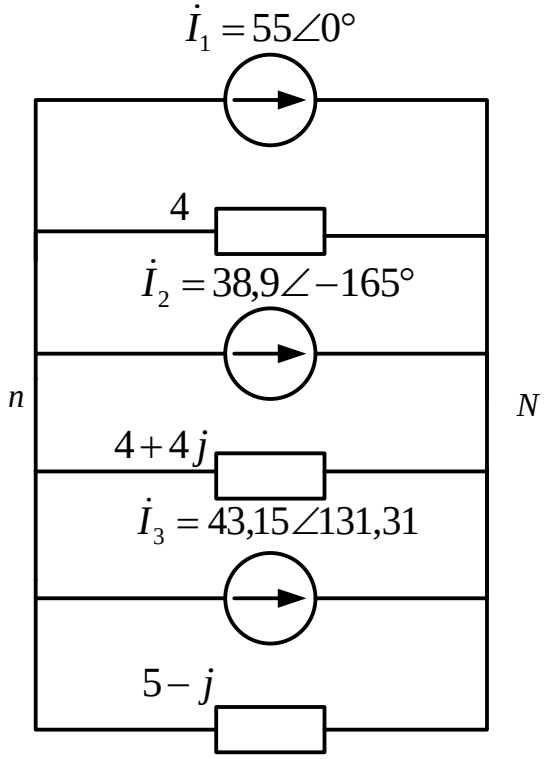
4. Sistemas trifásicos desequilibrados:
Ejemplo.



Buscamos V_{Nn}:



Encontrar todas
las corrientes de línea.

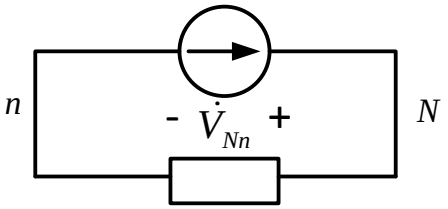


Sistemas trifásicos desequilibrados

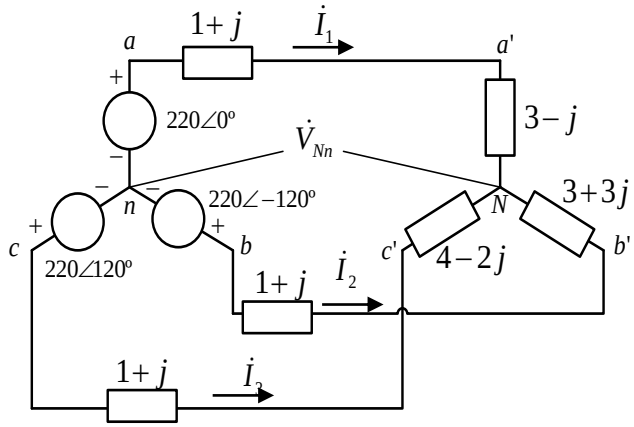
4. Sistemas trifásicos desequilibrados:

Ejemplo.

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$



$$Y_{eq} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4+4j} + \frac{1}{5-j}$$



$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN}\cdot\dot{V}_{an} + Y_{bN}\cdot\dot{V}_{bn} + Y_{cN}\cdot\dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}} = \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4+4j} + \frac{1}{5-j}} = 43{,}442\angle 125°$$

Luego las corrientes:

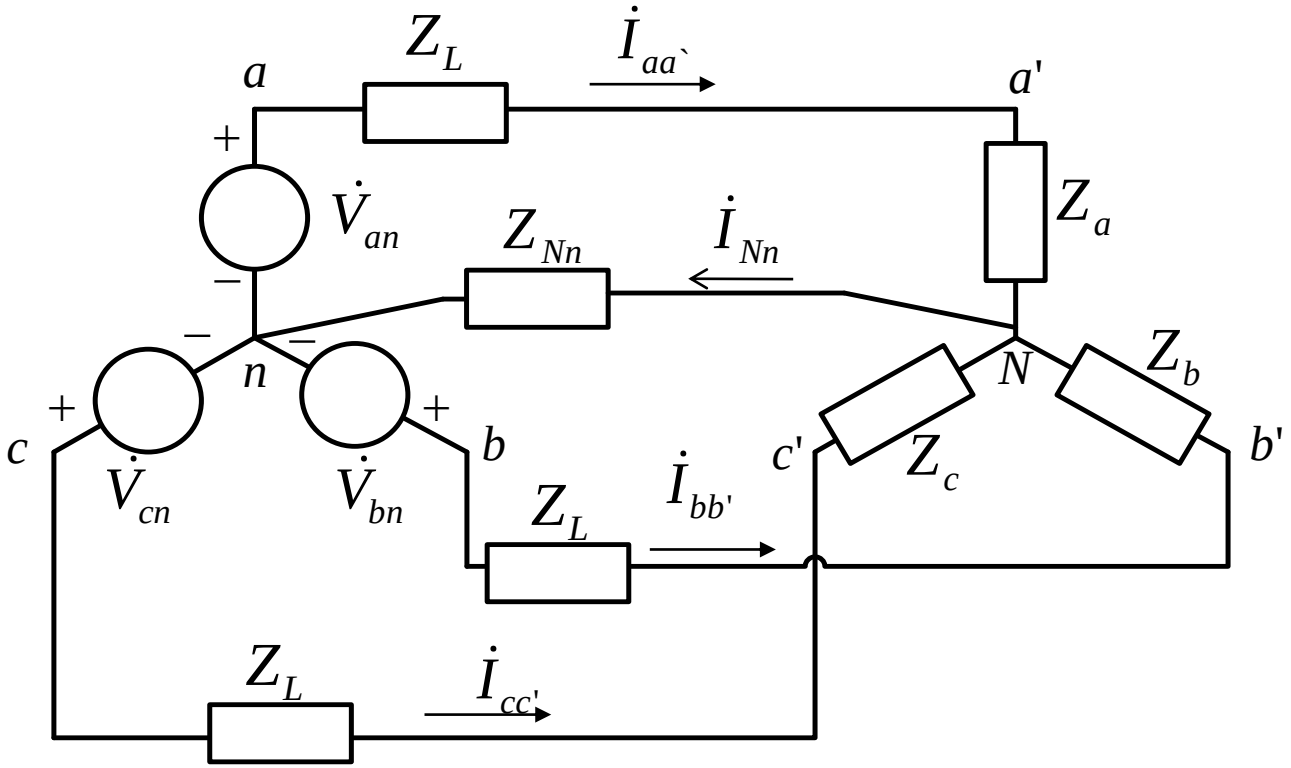
$$\dot{I}_i = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z_L + Z_a} \quad \forall i = 1{,}2 \; y \; 3$$

$$\dot{I}_1 = 61{,}87\angle -8{,}28A$$

$$\dot{I}_2 = 42{,}7\angle -155{,}62A$$

$$\dot{I}_3 = 34{,}66\angle 130{,}1A$$

2. Sistemas trifásicos desequilibrados:
Sistemas de cuatro conductores.



- Análogo al caso de 3 conductores, se puede plantear:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN}\cdot\dot{V}_{an} + Y_{bN}\cdot\dot{V}_{bn} + Y_{cN}\cdot\dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN} + Y_{Nn}}$$

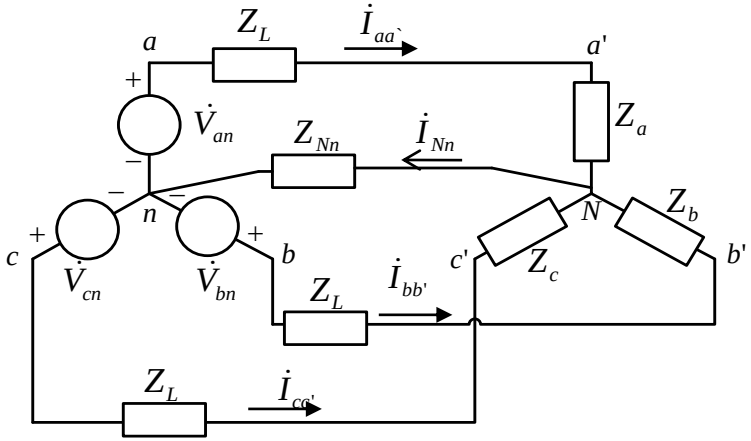
$$Y_{Nn} = \frac{1}{Z_{Nn}}$$

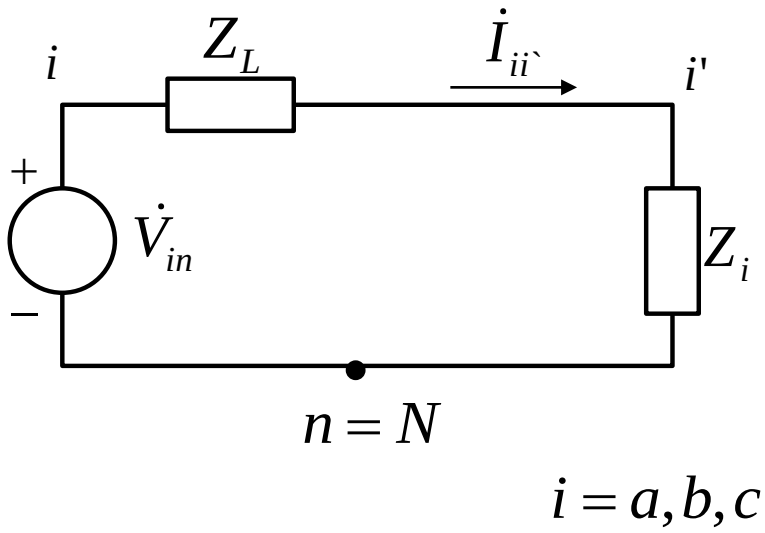
2. Sistemas trifásicos desequilibrados:
Sistemas de cuatro conductores.

- **Caso particular:**

$$Y_{Nn} \to \infty \Rightarrow V_{Nn} \to 0$$

Ambos neutros se confunden en un solo nodo, quedando **tres sistemas monofásicos articulados en un nodo**, luego:



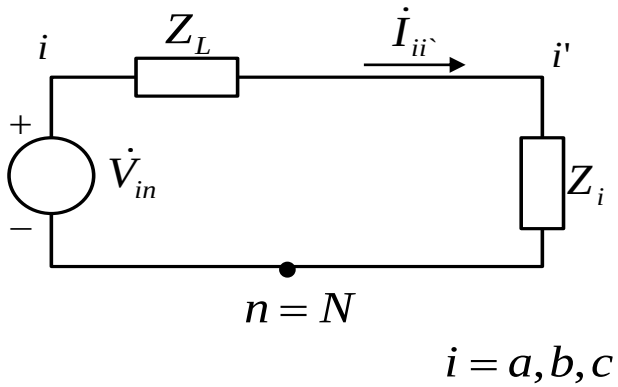


$$i = a, b, c$$

2. Sistemas trifásicos desequilibrados:
Sistemas de cuatro conductores.

Se tiene:

$$\dot{I}_{Nn} = \dot{I}_{aa'} + \dot{I}_{bb'} + \dot{I}_{cc'}$$



Corriente de línea:

$$\dot{I}_{ii'} = \frac{\dot{V}_{in}}{Z_L + Z_i}; \quad i = a, b, c$$

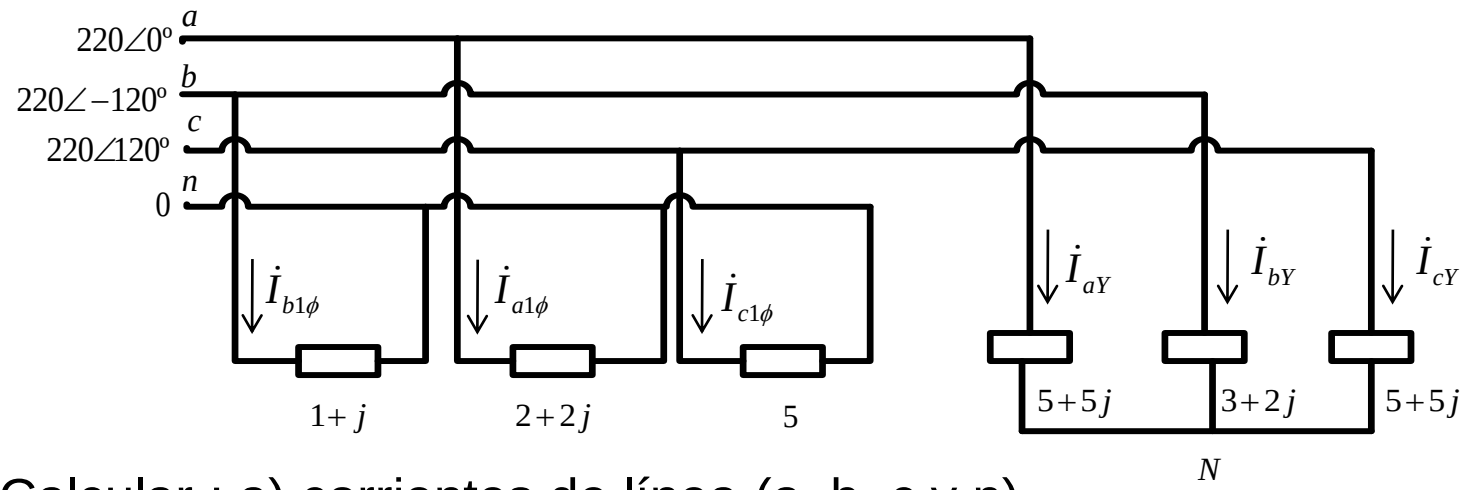
Voltaje en la Carga:

$$\dot{V}_{i'N} = \dot{V}_{in} \frac{Z_i}{Z_L + Z_i}; \quad i = a, b, c$$

Como en la práctica $Z_i >> Z_L$, las tensiones en el consumo son **prácticamente equilibradas**.

- **Conclusión:** la conexión de un **conductor neutro tiende a equilibrar las tensiones** en los consumos desequilibrados.

4. Ejemplo



Calcular : a) corrientes de línea (a, b, c y n).

b) factor de potencia línea b (luego corríjalo para tener un fp=0,9 con ω=50Hz).

Solución: a)

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{I}_{a1\phi} + \dot{I}_{aY} \\ \dot{I}_b &= \dot{I}_{b1\phi} + \dot{I}_{bY} \\ \dot{I}_c &= \dot{I}_{c1\phi} + \dot{I}_{cY} \end{aligned}\right\} \quad \dot{I}_{i1\phi} = \frac{\dot{V}_{in}}{Z_{i1\phi}} \qquad \forall i = a, b \text{ y } c$$

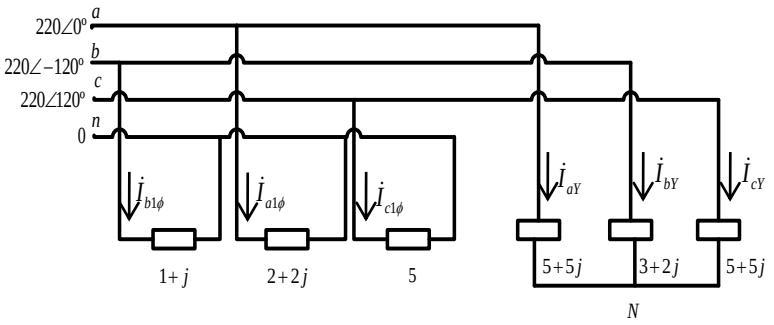
$$\dot{I}_{iY} = \frac{\dot{V}_{in} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{iY}}$$

4. Ejemplo

Calculamos V_{Nn}:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}}$$

$$\dot{V}_{Nn} = 55{,}812 \angle -103°$$



Luego:

$$\dot{I}_{a1\phi} = \frac{\dot{V}_{an}}{Z_{a1\phi}} = 77{,}78 \angle -45° \qquad \dot{I}_{aY} = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{aY}} = 33{,}78 \angle -31{,}8°$$

$$\dot{I}_{b1\phi} = \frac{\dot{V}_{bn}}{Z_{b1\phi}} = 155{,}56 \angle -165° \qquad \dot{I}_{bY} = \frac{\dot{V}_{bn} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{bY}} = 46{,}44 \angle -159{,}28°$$

$$\dot{I}_{c1\phi} = \frac{\dot{V}_{cn}}{Z_{c1\phi}} = 44 \angle 120° \qquad \dot{I}_{cY} = \frac{\dot{V}_{cn} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{cY}} = 37{,}28 \angle 66{,}7°$$

$$\dot{I}_a = 111 \angle -41°$$

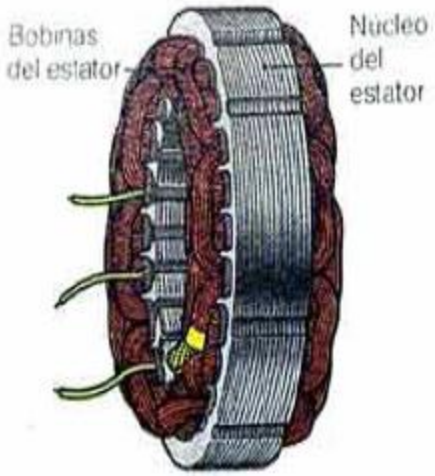
$$\dot{I}_b = 201{,}82 \angle -163{,}7°$$

$$\dot{I}_c = 72{,}7 \angle 95{,}7°$$

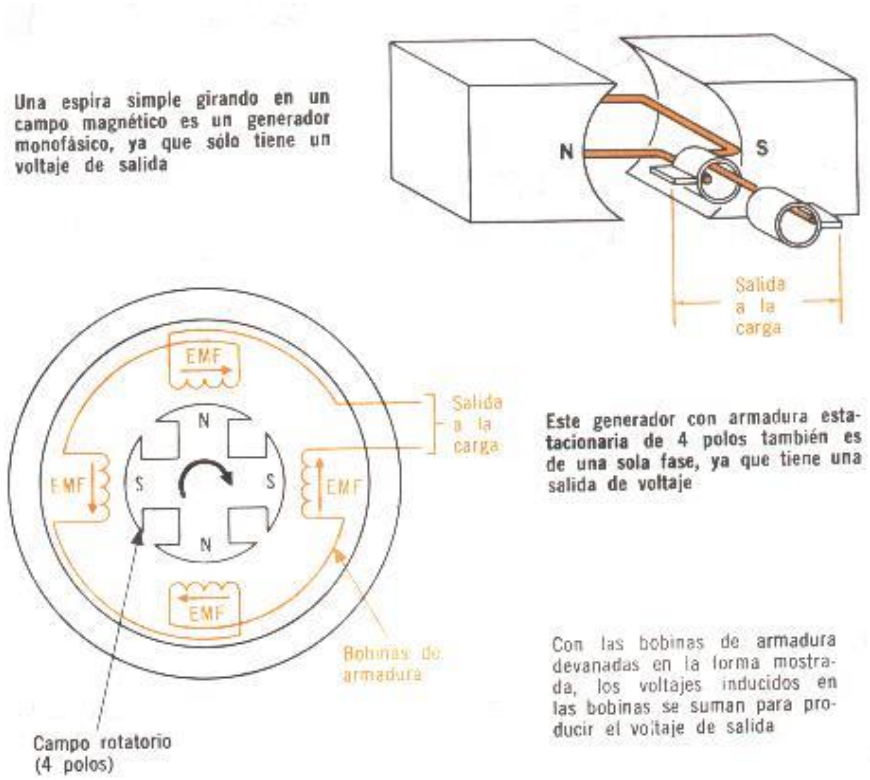
Sistemas Trifásicos:
Introducción.

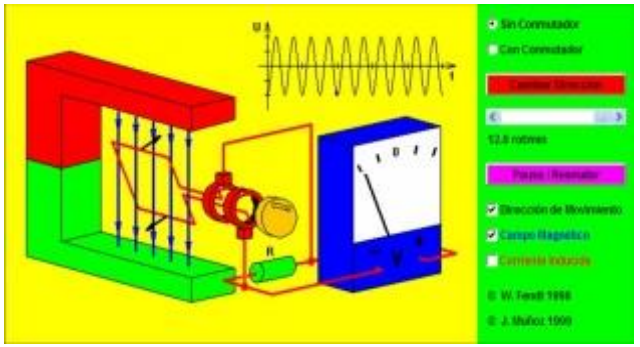
Apéndice:
¿Por qué sistemas trifásicos?

- **Generación:**
  - Un generador trifásico produce **potencia constante** (uno monofásico produce potencia pulsante, y cae tres veces por ciclo).
  - La potencia proporcionada por un sistema trifásico **nunca cae a cero** por lo que la potencia enviada a la carga es siempre la misma.
  - Un generador trifásico **aprovecha mejor el espacio físico**.
  - El generador trifásico es **más barato a igualdad de potencia**.



Apéndice:
Principios de Generación





- Fuentes (Google):
  - http://magnet14.wordpress.com/generador/
  - http://html.rincondelvago.com/motores-y-generadores-electricos_2.html

Apéndice:
Principios de Transmisión Eléctrica





- Fuentes (Google):
- http://www.vnf.com/practices-17.html
- http://www.freefoto.com/images/13/18/13_18_63---Power-Lines_web.jpg

Apéndice:
¿Por qué sistemas trifásicos?

- **Transmisión:**
  - Una línea monofásica necesita de dos conductores, mientras que una trifásica balanceada necesita tres, pero **conduce tres veces más potencia** que la primera
  - Debido a desbalances inevitables, algunos sistemas trifásicos cuentan con un cuarto conductor: el neutro.
  - En un sistema trifásico balanceado los conductores necesitan ser el **75% del tamaño que necesitarían para un sistema monofásico con la misma potencia en VA**.

Apéndice:
¿Por qué sistemas trifásicos?

- **Distribución:**
  - Los sistemas trifásicos/monofásicos alimentan de consumos domiciliarios e **industriales**.

- **Consumo:**
  - Los motores trifásicos son superiores a los monofásicos en cuanto a **rendimiento**, **tamaño**, **factor de potencia** y **capacidad de sobrecarga**. También entregan un torque uniforme.
  - La potencia en KVA de un motor trifásico es aproximadamente **150% mayor** que la de un motor monofásico.
  - La **rectificación** trifásica resulta “más limpia” que la monofásica.

Apéndice:
Más sobre trifásicos…

- Los vehículos modernos (desde mediados de la década del 70), **utilizan un generador trifásico** (alternador) para cargar su batería. ¿Por qué si la batería es de CC?

- La industria se mueve casi exclusivamente con **motores trifásicos** por su mejor rendimiento y menor costo.

- Los trenes del metro se mueven con **motores trifásicos** por las mismas razones anteriores. ¿Entonces por qué se alimentan con corriente continua (750 Vcc)?

- La alimentación trifásica **permite tener también tensión para cargas monofásicas** y, mediante rectificación electrónica, **tensión continua de alta calidad** para cargas como sistemas electrolíticos y motores de corriente continua.