Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

# Ayudantía 7

Circuitos con transformadores monofásicos ideales y Sistemas trifásicos balanceados.

2º semestre 2022 - Profesor Samuel Cordova

Ayudante Ignacio Barrientos Martínez

---

## 1. Problema 1

Considerando el circuito de la Figura 1, que está construido por dos transformadores ideales, calcule lo siguiente:

1. La potencia aparente suministrada por $V_2$.
2. La potencia real consumida por $R_2$.

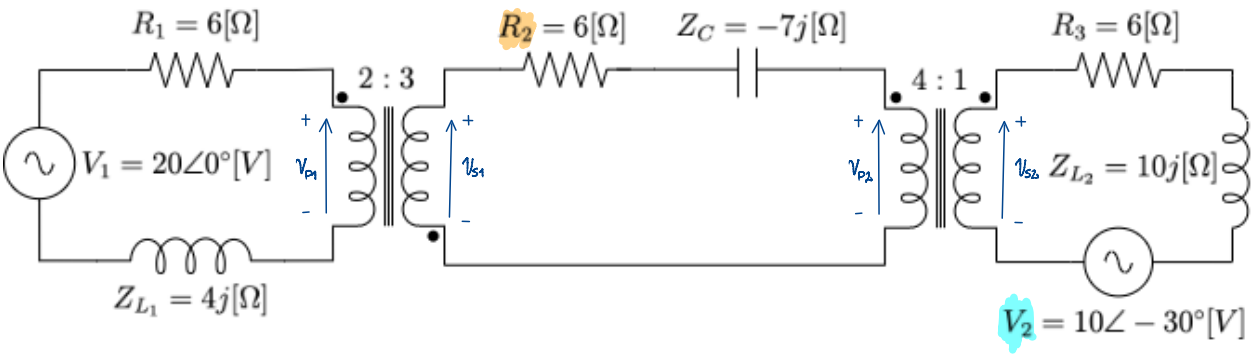
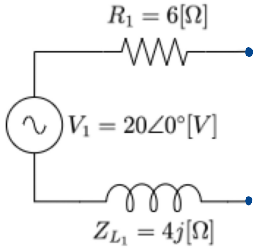



Figura 1: Circuito de Problema 1.

Tomando en consideración que la potencia se conserva al reflejar los elementos, se reflejará todo el circuito, según corresponda, a la malla central, ya que de esa manera solo se debe hacer una reflexión por cada transformador.

Entonces, primero para el transformador de la izquierda:




$$Z_{eq_1} = 6 + 4j\,[\Omega] = 7.21\angle 33.69°\,[\Omega]$$

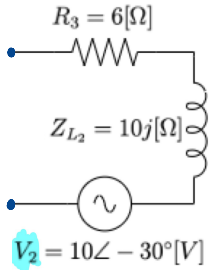
Reflexión de impedancia:

$$\frac{Z_{eq_1}}{Z_{eq_1}'} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow (6+4j)\cdot\frac{9}{4} = Z_{eq_1}' = 13.5 + 9j\,[\Omega] = 16.225\angle 33.69°\,[\Omega]$$

El secundario es el destino. Por convención de signos según los puntos.

$$\frac{V_1}{V_1'} = -\frac{N_1}{N_2} = -\frac{2}{3} \Rightarrow V_1\left(-\frac{3}{2}\right) = V_1' \Rightarrow V_1' = 20\angle 0°\left(-\frac{3}{2}\right) \Rightarrow V_1' = -30\angle 0°[V] = 30\angle 180°\,[V]$$

Ahora, para el transformador de la derecha:




$$\vec{Z}_{eq_2} = 6 + 10j\,[\Omega] = 11.66\angle 59.04°\,[\Omega]$$

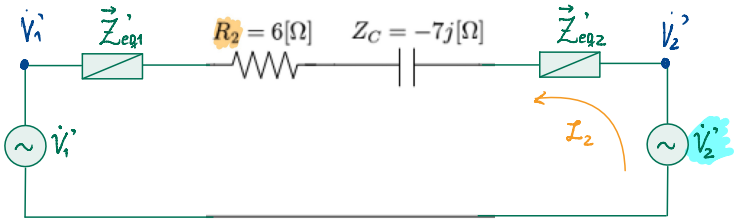
El primario es el destino.

$$\frac{\vec{Z}_{eq_2}'}{\vec{Z}_{eq_2}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = \left(\frac{4}{1}\right)^2 = 16 \Rightarrow \vec{Z}_{eq_2}' = 16\cdot\vec{Z}_{eq} = 16(6+10j)\,[\Omega]$$

$$\vec{Z}_{eq_2}' = 96 + 160j\,[\Omega] = 186.59\angle 59.04°$$

$$\frac{V_2'}{V_2'} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{4}{1} \Rightarrow V_2' = 4\cdot V_2' \Rightarrow V_2' = 40\angle -30°[V]$$

Entonces, el circuito reflejado queda:




a) Para encontrar la potencia suministrada por $\dot{V}_2'$ es necesario encontrar la corriente que circula por la malla, según:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_2' - \dot{V}_1'}{\vec{Z}_{eq_1}' + \vec{Z}_{eq_2}' + R_2 + Z_c} = \frac{40\angle -30° - (-30)}{13.5 + 9j + 96 + 160j + 6 - 7j} \Rightarrow \dot{I}_2 = 0.34\angle -71.705°\,[A]$$

Finalmente $\vec{S}_{V_2} = \dot{V}_2'\cdot\dot{I}_2^* = 40\angle -30°\cdot 0.34\angle +71.705° \Rightarrow \vec{S}_{V_2} = 13.60\angle 41.705\,[VA] = 10.16\,[W] + 9.05j\,[VAr]$

b) Para la potencia de $R_2$: $\vec{S}_{R_2} = \|\dot{I}_2\|^2\cdot R_2 = P_{R_2} = 0.694\,[W]$

# 2. Problema 2

Considerando el circuito que se muestra en la Figura 2, realice lo siguiente:

1. Determine el diagrama fasorial de corrientes y voltajes de la alimentación.
2. Determine la potencia aparente de la carga en delta entre las fases $a$ y $b$, es decir $S_{Z_{ab}}$.

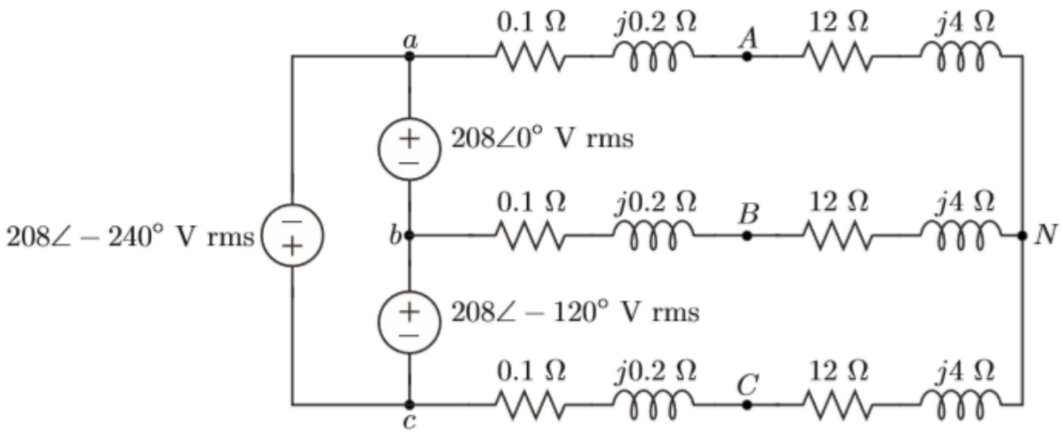
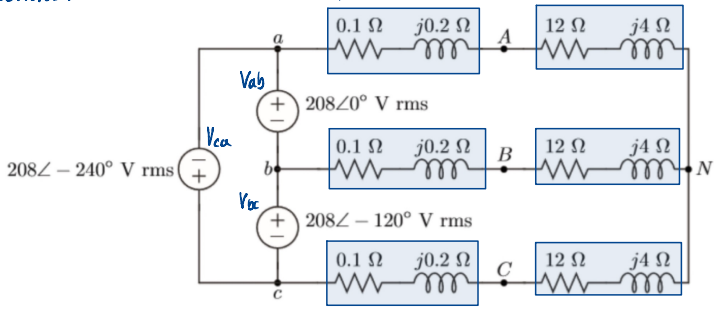
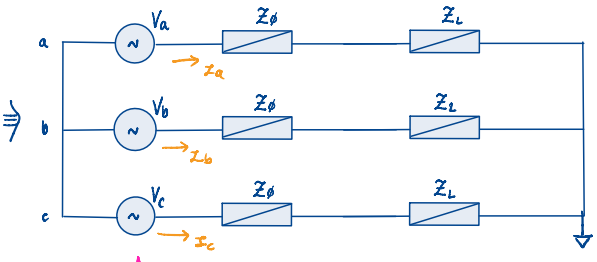



Figura 2: Circuito de Problema 2.

Considerando:

$Z_\phi = 0.224\angle 63.43°\ [\Omega]$ $\quad Z_L = 12,65\angle 18.43°\ [\Omega]$




Voltajes en delta:

$V_{ab} = 208\angle 0°\ [V]$
$V_{bc} = 208\angle -120°\ [V]$
$V_{ca} = 208\angle -240°\ [V] = 208\angle 120°\ [V]$

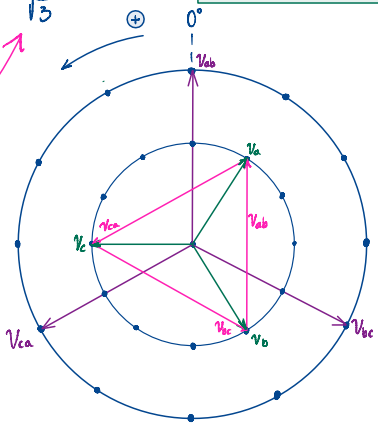
considerando $V_{ff} = V_{fn}(\sqrt{3}\angle 30°) \Rightarrow V_{fn} = \dfrac{V_{ff}\angle -30°}{\sqrt{3}}$

$V_a = \dfrac{V_{ab}\angle -30°}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_a = 120,09\angle -30°\ [V]$

$V_b = \dfrac{V_{bc}\angle -30°}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_b = 120,09\angle -150°\ [V]$

$V_c = \dfrac{V_{ca}\angle -30°}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_c = 120,09\angle 90°\ [V]$

Entonces, considerando lo anterior, el diagrama fasorial es el siguiente:




Dado que es un sistema balanceado también se puede sacar solo un voltaje y tomar este como referencia y con esto obtener los otros, considerando que tienen igual magnitud y un desfase relativo de ± 120° según corresponda.

Para las corrientes de fase:

$\dot{I}_a = \dfrac{V_a}{Z_\phi + Z_L} = 9.376\angle -49,14°\ [A]$ $\quad \times$

$\dot{I}_b = \dfrac{V_b}{Z_\phi + Z_L} = 9.376\angle -169,14°\ [A]$ $\quad \times -120°$

$\dot{I}_c = \dfrac{V_c}{Z_\phi + Z_L} = 9,376\angle 70.86°\ [A]$ $\quad \times +120°$

considerando que:

$I_{ff} = \dfrac{I_{fn}\angle 30°}{\sqrt{3}}$

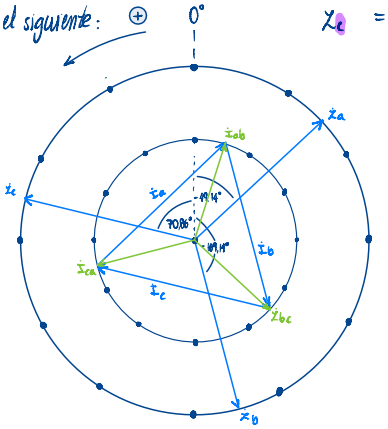
$I_{ab} = \dfrac{I_a\angle 30°}{\sqrt{3}} \Rightarrow I_{ab} = 5.41\angle -19.14\ [A]$

$I_{bc} = \dfrac{I_b\angle 30°}{\sqrt{3}} \Rightarrow I_{bc} = 5.41\angle -139.14°\ [A]$

$I_{ca} = \dfrac{I_c\angle 30°}{\sqrt{3}} \Rightarrow I_{ca} = 5.41\angle 100.86°\ [A]$

Dado que es un sistema balanceado también se puede sacar solo una corriente y tomar esta como referencia y con esto obtener las otras, considerando que tienen igual magnitud y un desfase relativo de ± 120° según corresponda.

Entonces, el diagrama fasorial es el siguiente:



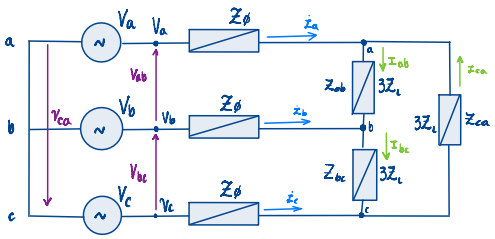

$I_a = I_{ab} - I_{ca}$
$I_b = I_{bc} - I_{ab}$
$I_c = I_{ca} - I_{bc}$

También se verifica que se cumple.

Ahora con las cargas en delta:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} \Rightarrow Z_\Delta = 3 \cdot Z_Y$$

$$= 3 \cdot Z_L$$




LCK a: $I_a + I_{ca} = I_{ab}$

$$I_a = I_{ab} - I_{ca}$$

LCK b: $I_b + I_{ab} = I_{bc}$

$$I_b = I_{bc} - I_{ab}$$

LCK c: $I_c + I_{bc} = I_{ca}$

$$I_c = I_{ca} - I_{bc}$$

Entonces,

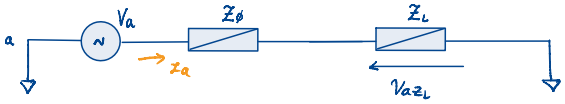
$$\vec{S}_{Z_{ab}} = \|I_{ab}\|^2 \cdot \vec{Z}_{ab} = \|I_{ab}\|^2 \cdot 3\vec{Z}_L \Rightarrow \vec{S}_{Z_{ab}} = 5.41^2 \cdot 3 \cdot (12 + 4j) \Rightarrow$$

$$\vec{S}_{Z_{ab}} = 1111.96 \angle 18.43° \; [VA]$$

$$= 1054.9 \; [W] + 351.63 \; j \; [VAr]$$

Alternativamente, se podría haber hecho lo siguiente:

Equivalente monofásico:




$$\vec{V}_{aZ_L} = \vec{Z}_L \cdot I_a = 118,6 \angle -30,71° \; [V] \quad (\text{Voltaje fase de la carga})$$

$$V_{abZ_L} = V_{aZ_L}\sqrt{3}\angle 30° = 205,42 \angle -0,71° \; [V] \Rightarrow \vec{S}_{Z_{ab}} = \frac{\|V_{abZ_L}\|^2}{3 \cdot \vec{Z}_L^{\,*}} = \frac{205,42^2}{3 \cdot (12 - 4j)} = 1111,96 \angle 18.43° \; [VA]$$

(Voltaje delta de la carga)

($\vec{Z}_L^{\,*} = \vec{Z}_{L\Delta}^{\,*}$)