

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica

Sistemas Trifásicos Desbalanceados

Profesor Álvaro Lorca

IEE2123 – Circuitos Eléctricos
Segundo Semestre 2018

Agradecimientos material: Daniel Olivares, Tomás Tapia, David Watts

Introducción

- Las redes trifásicas desbalanceadas son normalmente redes balanceadas con problemas.
  - Algunos de los supuestos para las redes balanceadas ya no son válidos

- Si bien un sistema trifásico sólo necesita tres cables para conducir, generalmente hay un cuarto conductor.
  - Éste se debe precisamente a la posibilidad de que haya desbalances en el sistema.

Sistema trifásico desbalanceado

- Cuarto conductor o “cable de guarda”?



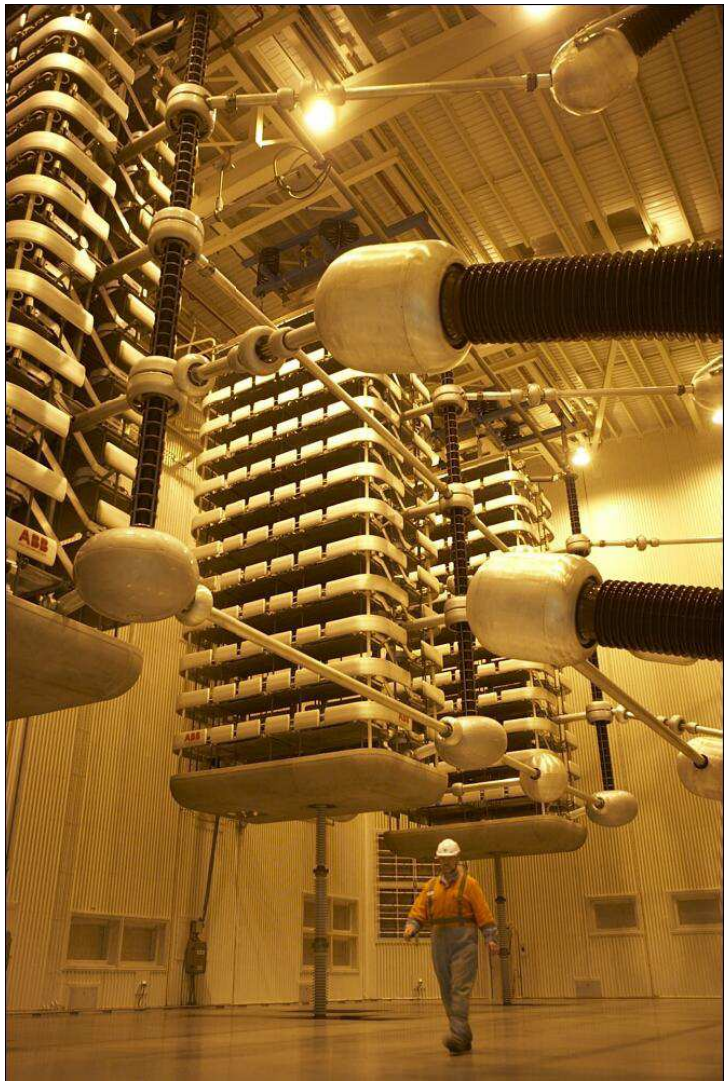
- Conductor Neutro:

Permite la evacuación de la corriente de desbalance y el desacoplamiento de las demás fases, minimizando los problemas originados por algún tipo de desbalance o falla.

¿Qué puede provocar un desbalance en los sistemas?

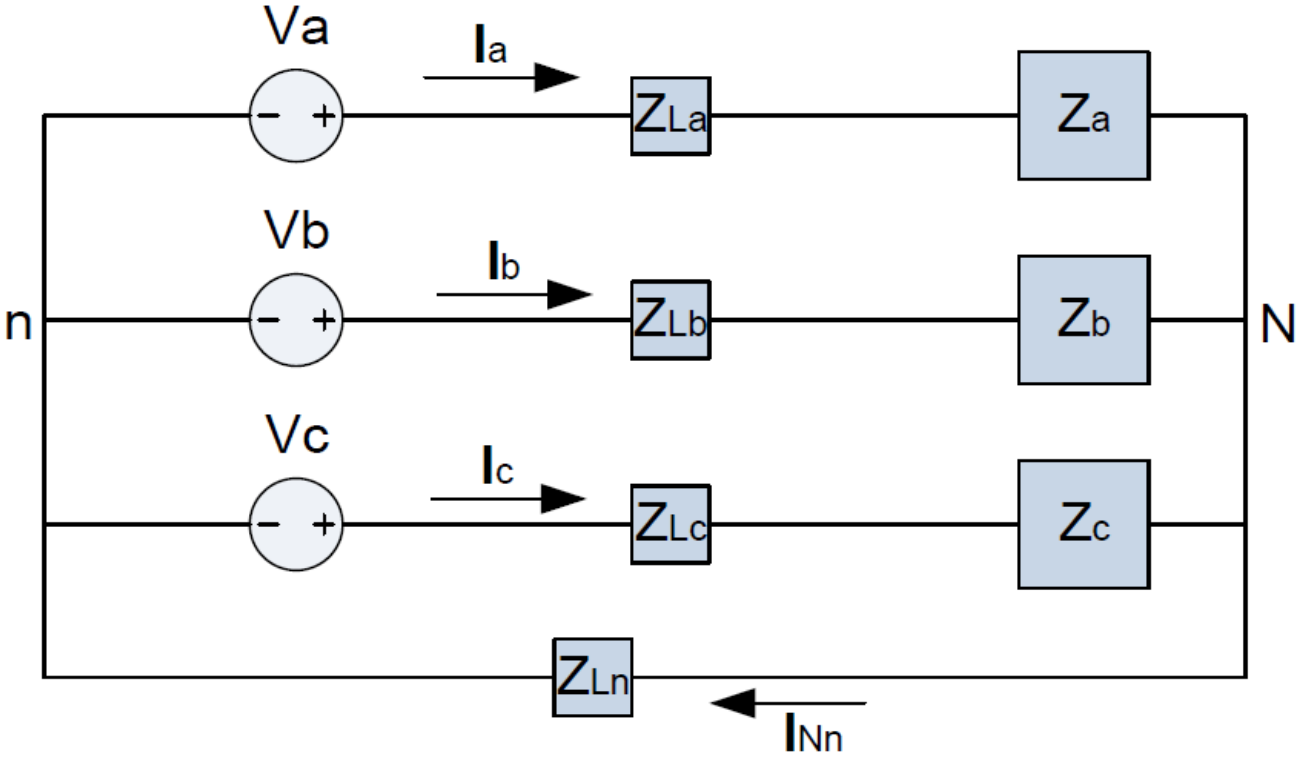
1. Magnitud de los voltajes fase-neutro.
2. Ángulo de los voltajes fase-neutro.
3. Impedancia de línea.
4. Impedancia de carga.
5. Fallas.

- Estas anomalías pueden producirse en cualquier punto de la cadena Generación – Transmisión – Distribución.
- Ejemplos: en el mismo **generador**, en alguno de los **transformadores intermedios**, en las **líneas de transmisión** (220kV o similar), o en el **sistema de distribución** (12kV o similar).



Tipo de anomalías

1. Magnitud de los voltajes fase-neutro.



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 230\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

- Este desbalance trae como consecuencias:

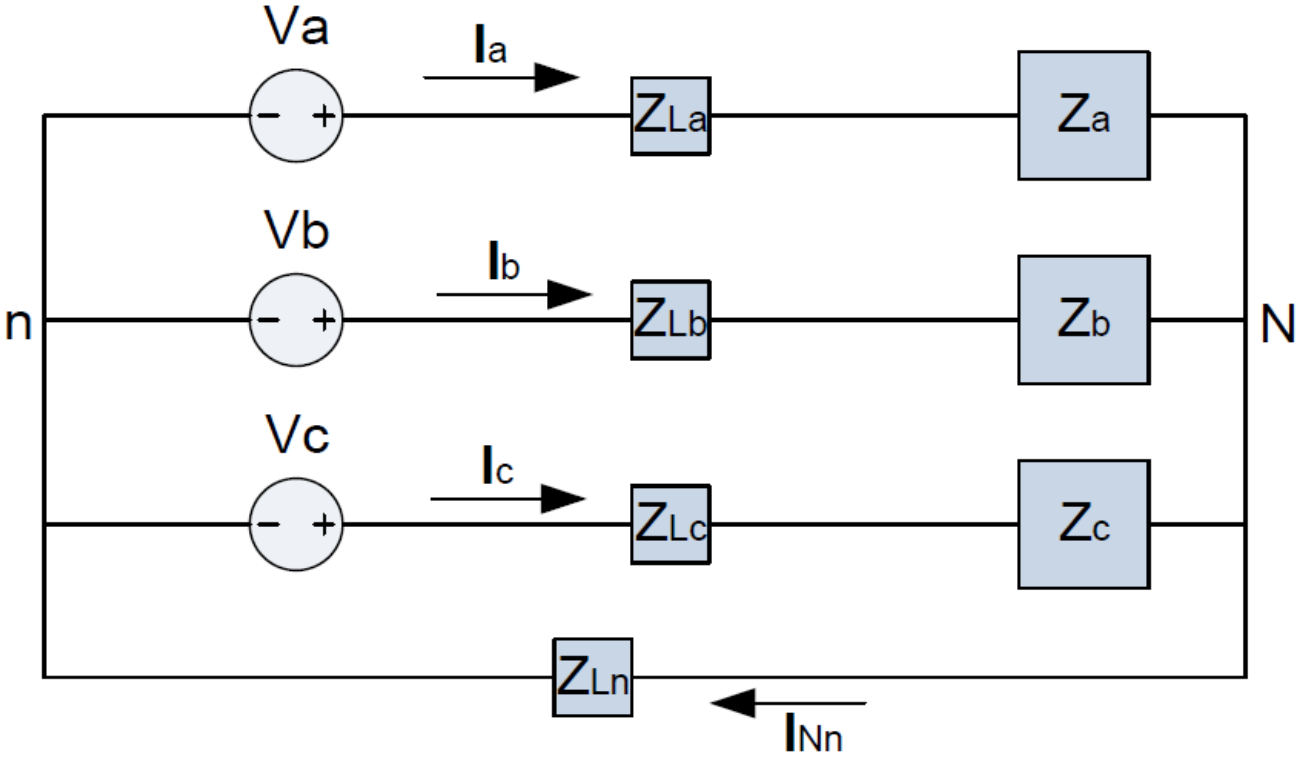
$$|\dot{I}_a| \neq |\dot{I}_b| \neq |\dot{I}_c|$$

$$\dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\dot{I}_{Nn} \neq 0$$

Tipo de anomalías

2. Ángulo de los voltajes fase-neutro.



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 130°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

- Este desbalance trae como consecuencias:

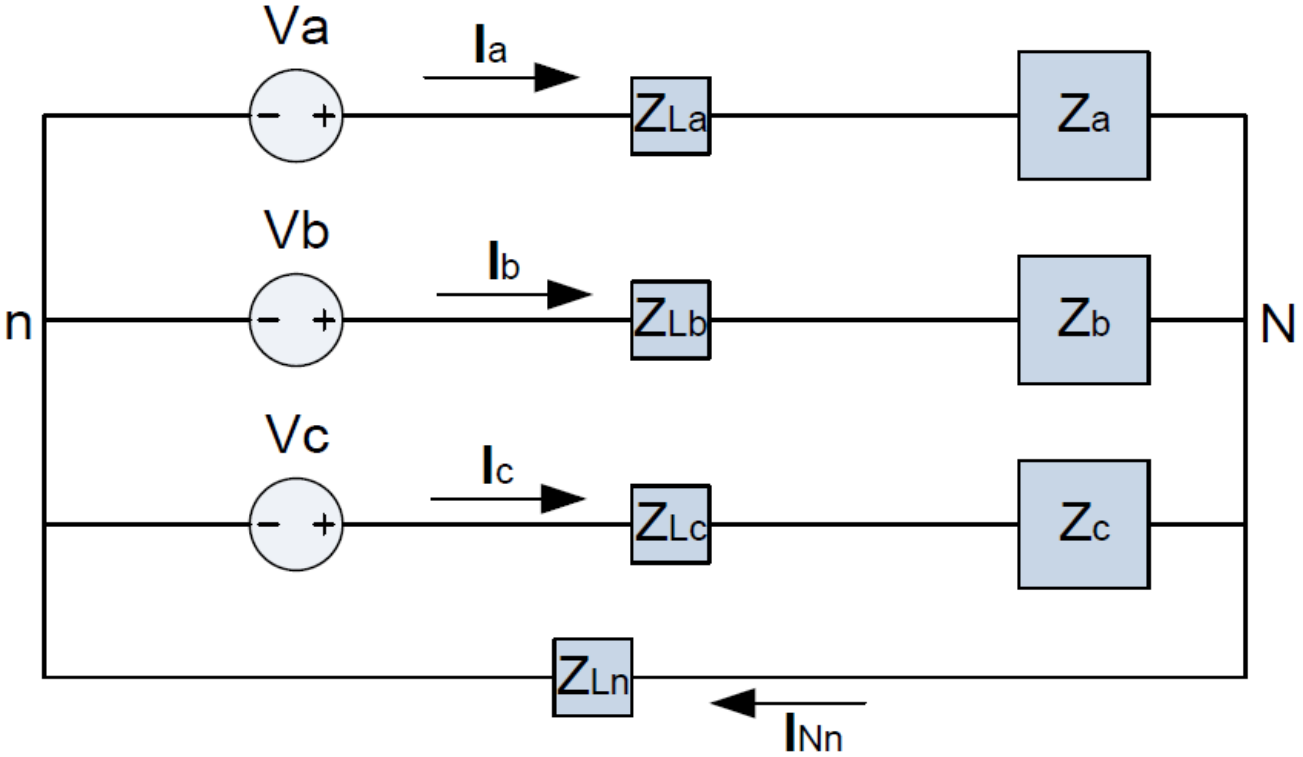
$$|\dot{I}_a| \neq |\dot{I}_b| \neq |\dot{I}_c|$$

$$\dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\dot{I}_{Nn} \neq 0$$

Tipo de anomalías

3. Impedancia de línea



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = 0.03 + j0.3$$

$$Z_{Lb} = 0.01 + j0.1$$

$$Z_{Lc} = 0.01 + j0.1$$

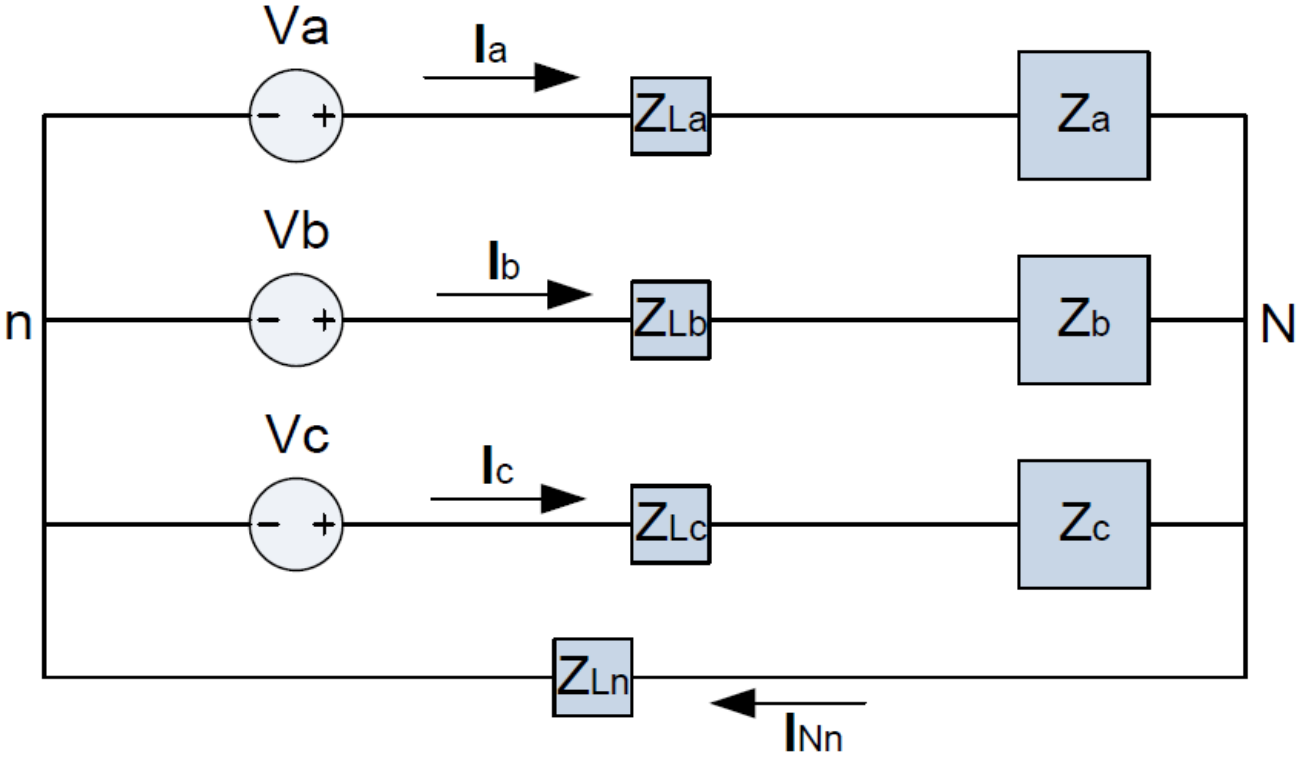
- Este desbalance trae como consecuencias: $|\dot{I}_a| \neq |\dot{I}_b| \neq |\dot{I}_c|$

$$\dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\dot{I}_{Nn} \neq 0$$

Tipo de anomalías

4. Impedancia de carga



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

$$Z_a = 30 + j10$$

$$Z_b = 30 + j10$$

$$Z_c = 30 + j50$$

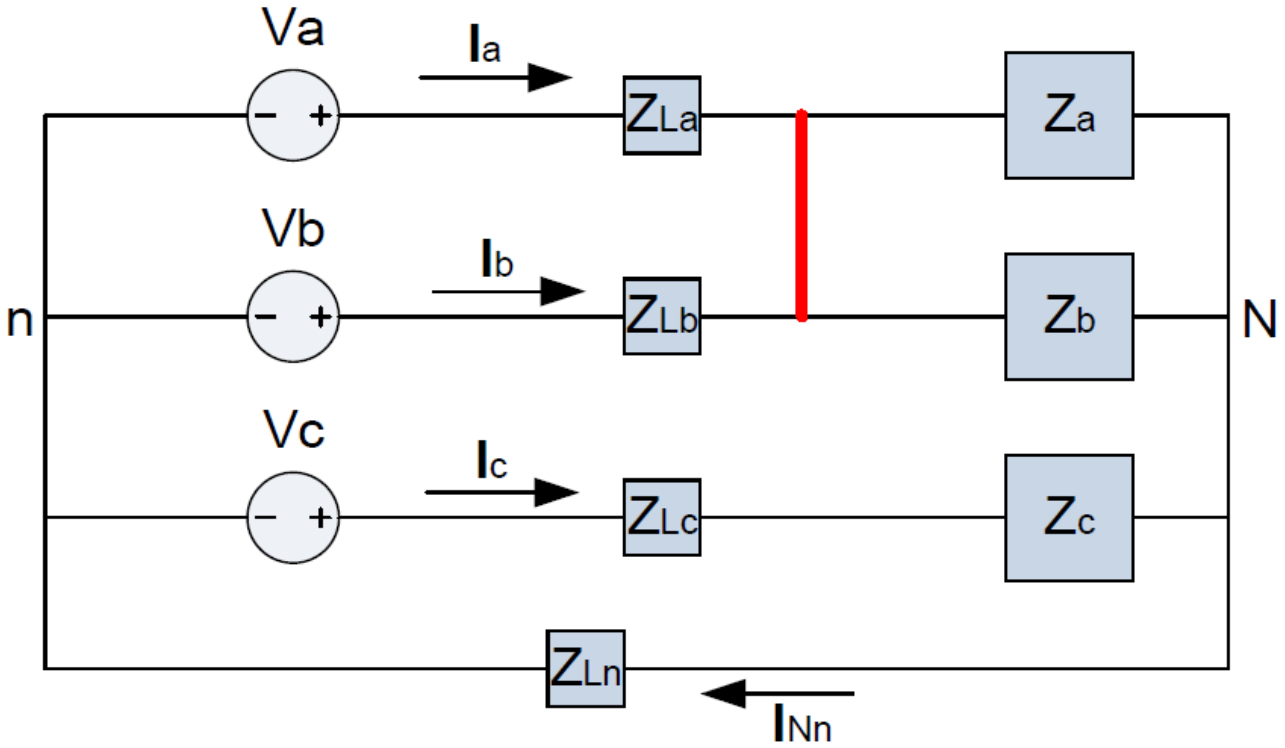
- Este desbalance trae como consecuencias: $|\dot{I}_a| \neq |\dot{I}_b| \neq |\dot{I}_c|$

$$\dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\dot{I}_{Nn} \neq 0$$

Tipo de anomalías

5. Fallas



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

Hay muchos tipos de falla en los sistemas eléctricos, un ejemplo es el cortocircuito bifásico que se muestra en la figura.

$$|\dot{I}_a| \neq |\dot{I}_b| \neq |\dot{I}_c|$$

$$\dot{V}_{Nn} \neq 0$$

Cualquier sea la falla, trae como consecuencias:

$$\dot{I}_{Nn} \neq 0$$

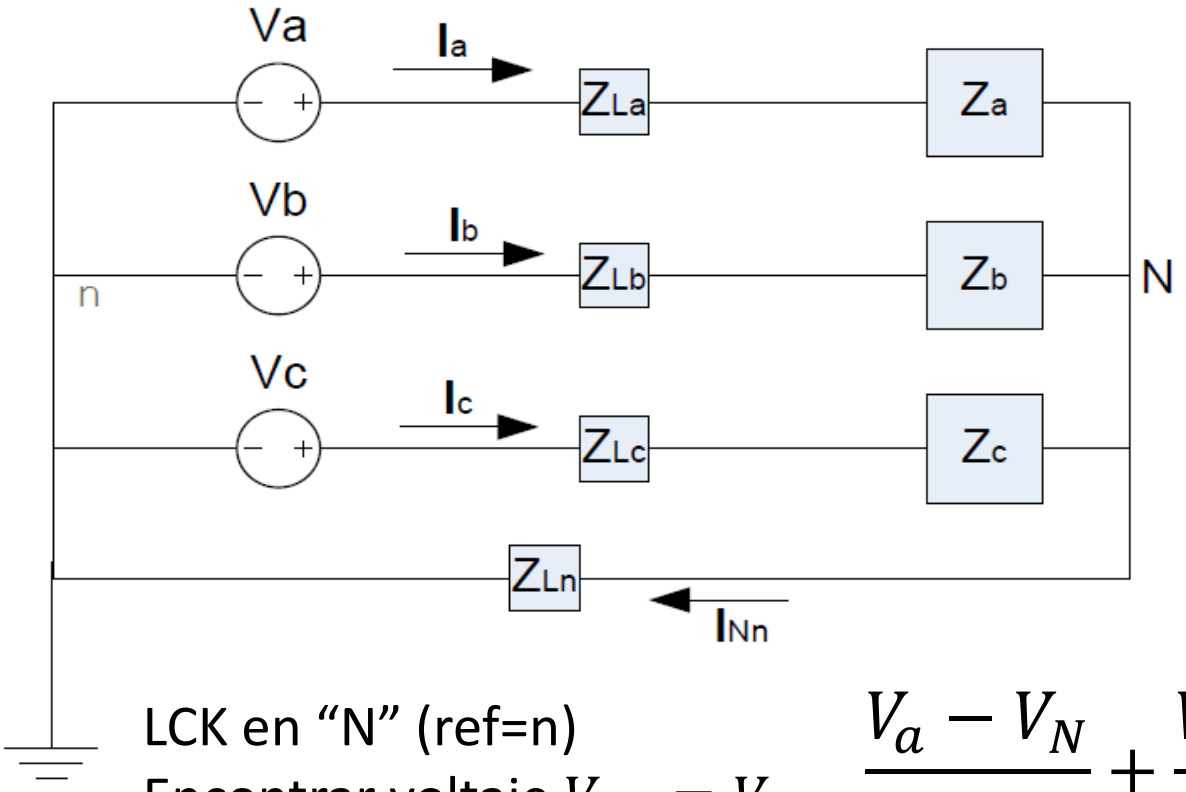
Resolución de redes desequilibradas

- Para trabajar con estas redes:
  Encontrar la diferencia de voltaje entre los neutros del sistema (neutro del generador “n” y neutro de las cargas “N”)
    - No perdiendo la noción de que la red desequilibrada corresponde a algún desajuste de una red trifásica desbalanceada y no a un circuito cualquiera
    - Evitaremos usar mallas

- Tenemos 2 caminos para encontrar el voltaje V_{Nn}

- Conociendo V_{Nn} podremos calcular todos los datos del sistema, incluyendo la magnitud del desbalance
    - La cuál se puede apreciar en la diferencia entre los voltajes de los neutros (diagrama fasorial)

Resolución de Redes: Método de Nodos



Impedancias

$$Z_A = Z_{La} + Z_a$$

$$Z_B = Z_{Lb} + Z_b$$

$$Z_C = Z_{Lc} + Z_c$$

LCK en "N" (ref=n)

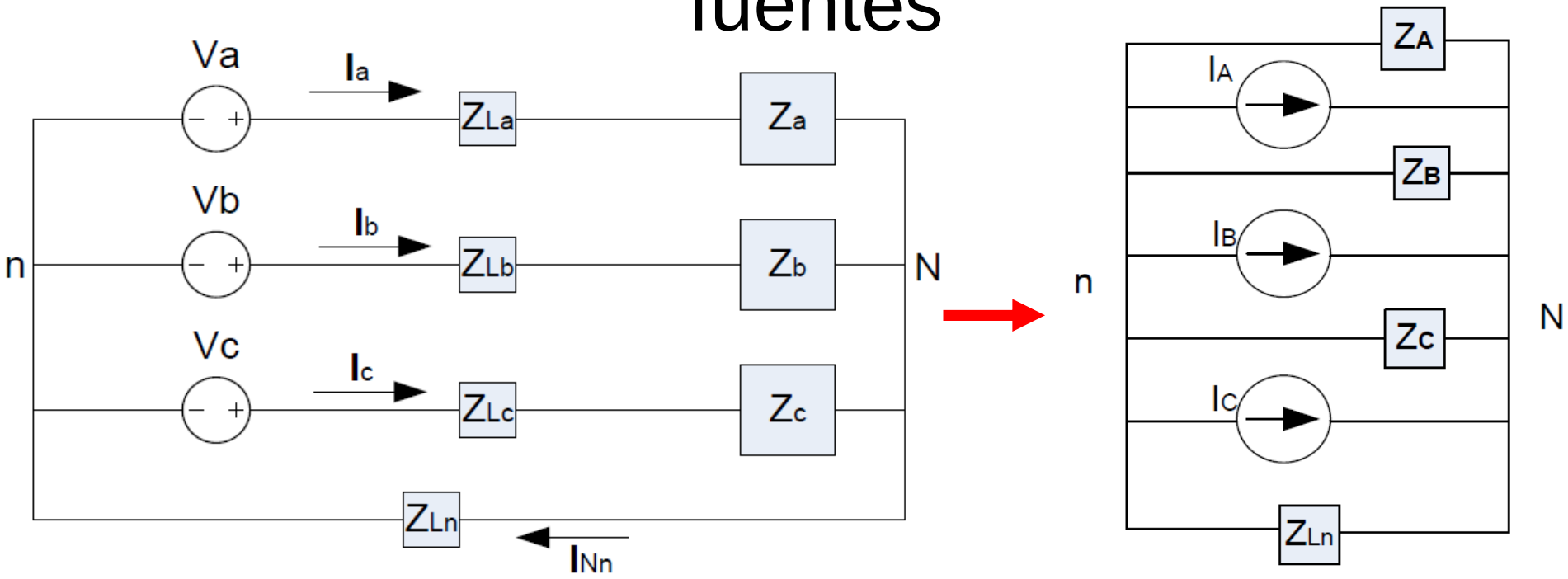
Encontrar voltaje $V_{Nn} = V_N$

$$\frac{V_a - V_N}{Z_A} + \frac{V_b - V_N}{Z_B} + \frac{V_c - V_N}{Z_C} = \frac{V_N}{Z_{Ln}}$$

Resolvemos para V_N y luego calculamos el resto de las variables del sistema:

$$I_a = \frac{V_a - V_N}{Z_A} \quad I_b = \frac{V_b - V_N}{Z_B} \quad I_c = \frac{V_c - V_N}{Z_C} \quad I_{Nn} = \frac{V_N}{Z_{Ln}}$$

Resolución de Redes: Transformación de fuentes



Reducimos impedancias

$$Z_A = Z_{La} + Z_a$$

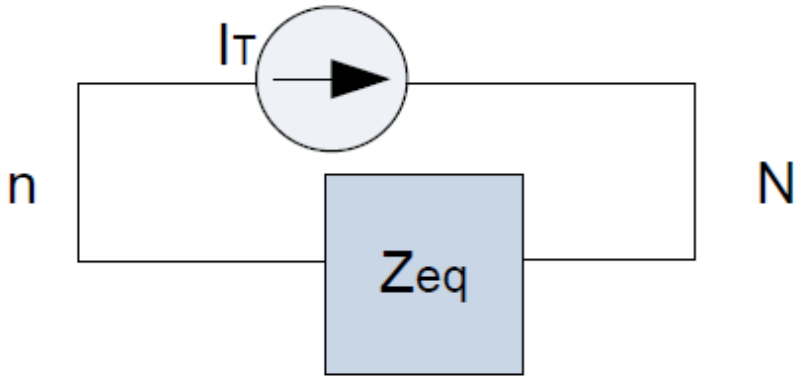
$$Z_B = Z_{Lb} + Z_b$$

$$Z_C = Z_{Lc} + Z_c$$

Transformamos fuentes y sumamos

$$I_A = \frac{V_a}{Z_A} \qquad I_B = \frac{V_b}{Z_B} \qquad I_C = \frac{V_c}{Z_C}$$

Resolución de Redes: Transformación de fuentes



Encontramos el voltaje V_{Nn}

$$I_T = I_A + I_B + I_C$$

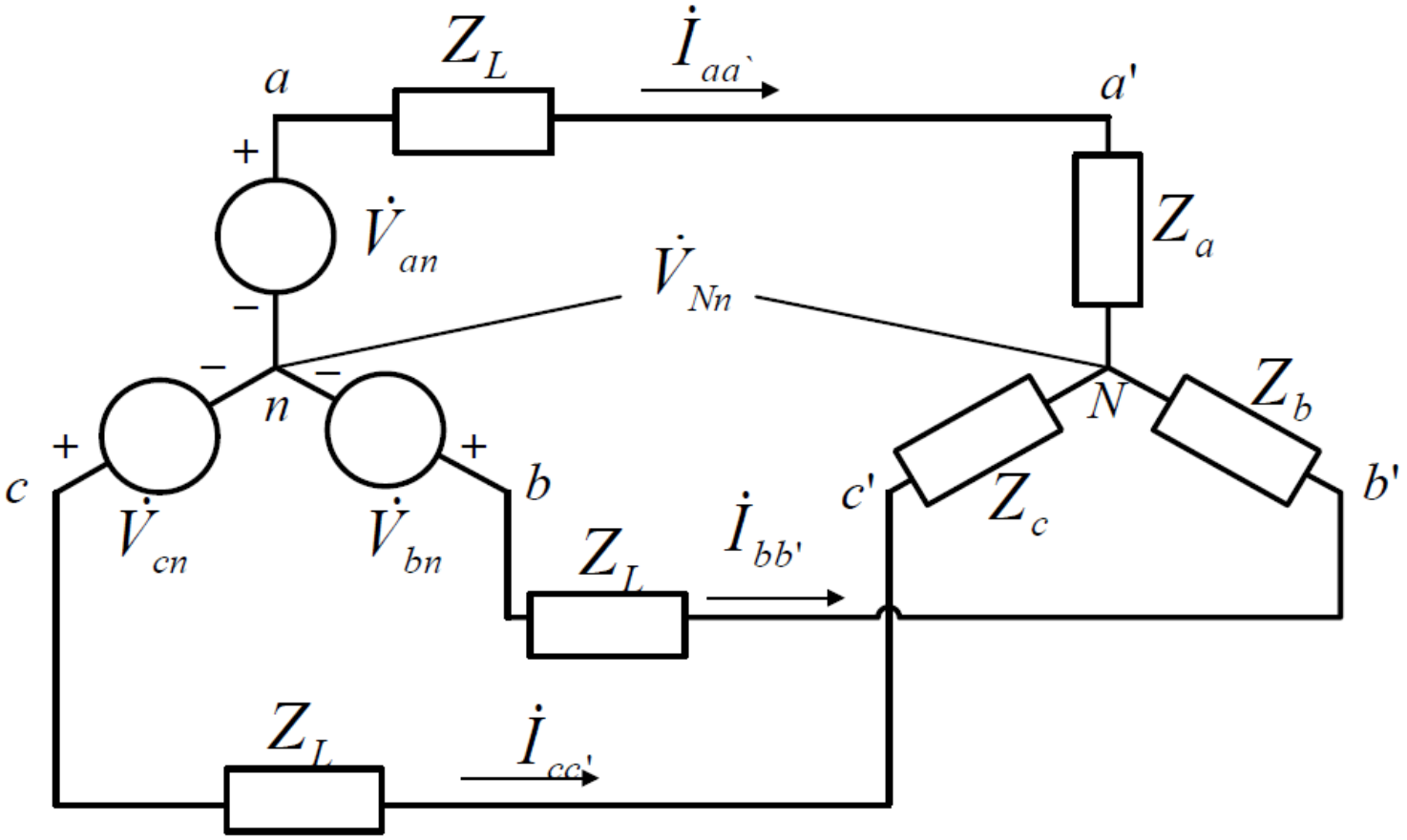
$$Z_{eq} = \left(\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_{Ln}}\right)^{-1}$$

$$V_{Nn} = I_T \cdot Z_{eq}$$

Calculamos el resto de las variables del sistema:

$$I_a = \frac{V_a - V_{Nn}}{Z_A} \quad I_b = \frac{V_b - V_{Nn}}{Z_B} \quad I_c = \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_C} \quad I_{Nn} = \frac{V_{Nn}}{Z_{Ln}}$$

Resolución de Redes: Tres conductores

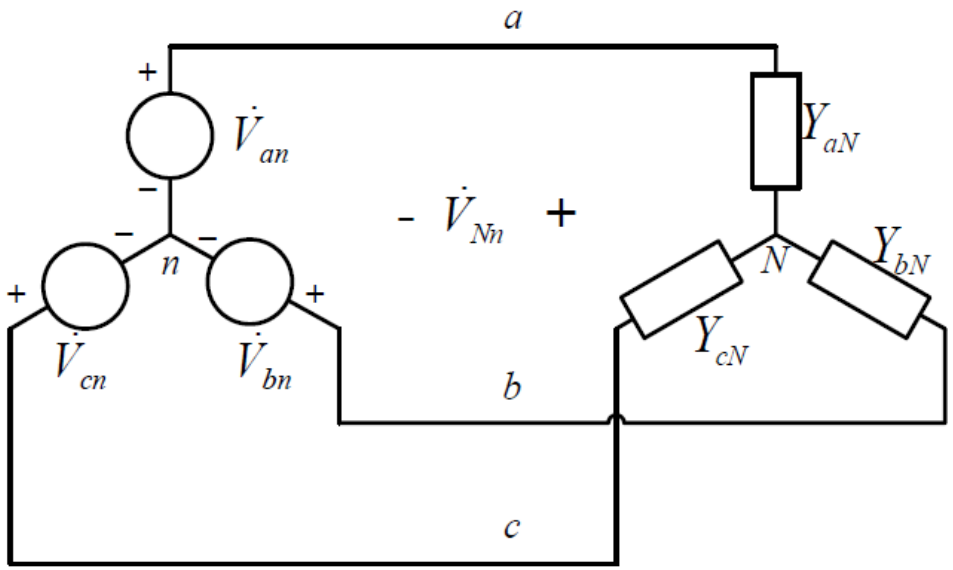


Se debe calcular V_{Nn} para luego calcular las variables de interés, así:

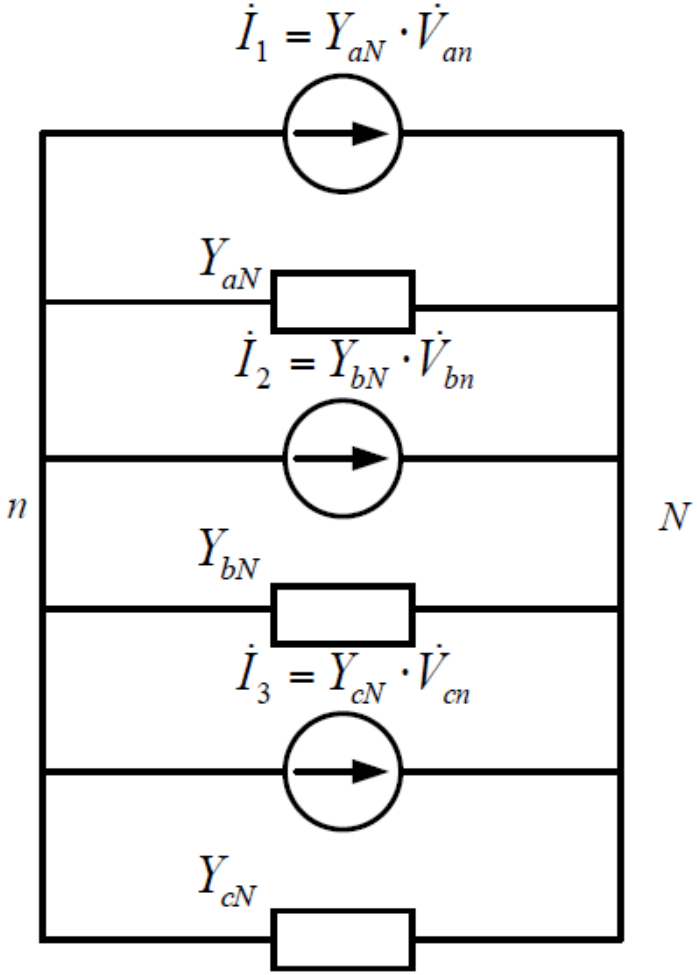
$$\dot{V}_{aN} = \dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn} \rightarrow \dot{I}_{aa'} = \frac{\dot{V}_{aN}}{Z_L + Z_a} \rightarrow Y_{iN} = \frac{1}{Z_L + Z_i} \qquad i = a, b, c$$

Resolución de Redes: Tres conductores

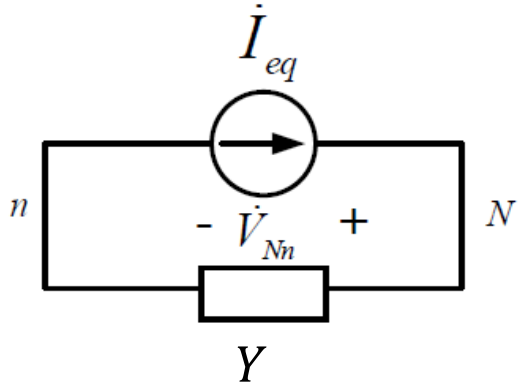
Cálculo del voltaje V_{Nn}



(1)



(2)



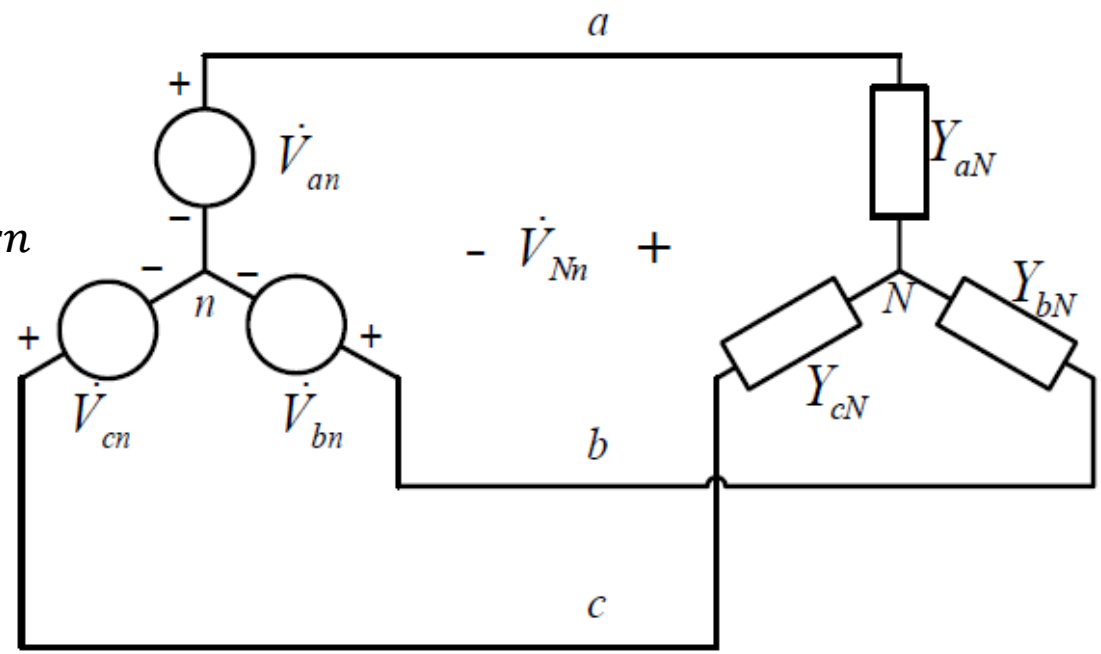
$$\dot{V}_{Nn} = \frac{\dot{I}_{eq}}{Y_{eq}}$$

Resolución de Redes: Tres conductores

$$\dot{I}_{eq} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

$$\dot{I}_{eq} = Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}$$

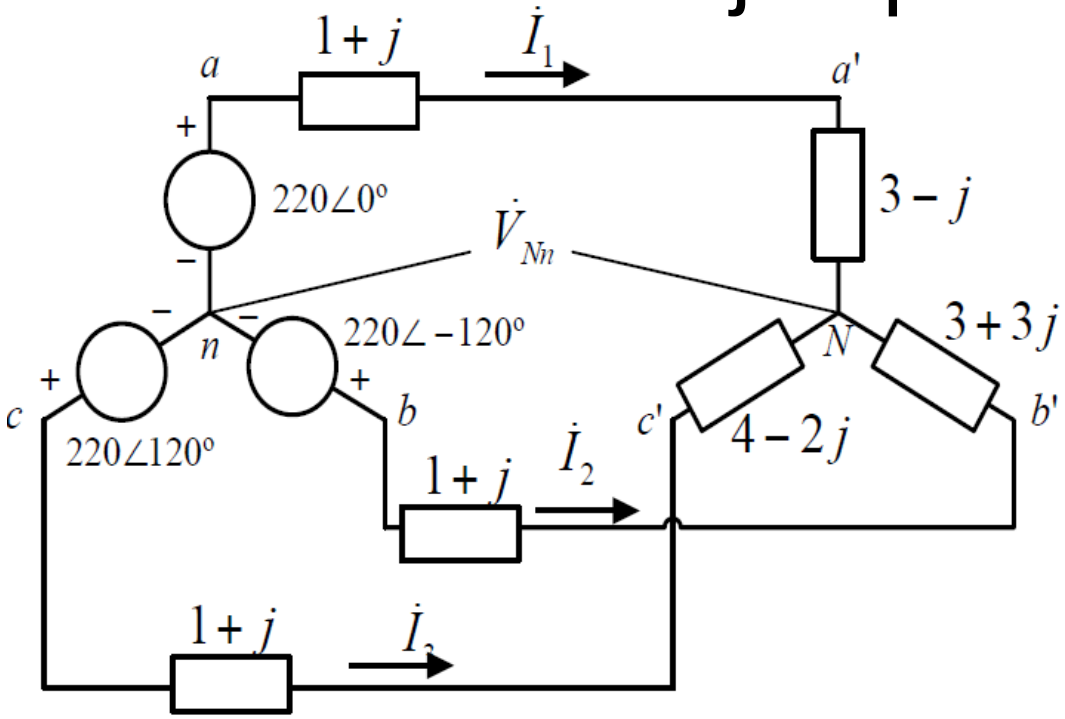
$$Y_{eq} = Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}$$



Por lo tanto:

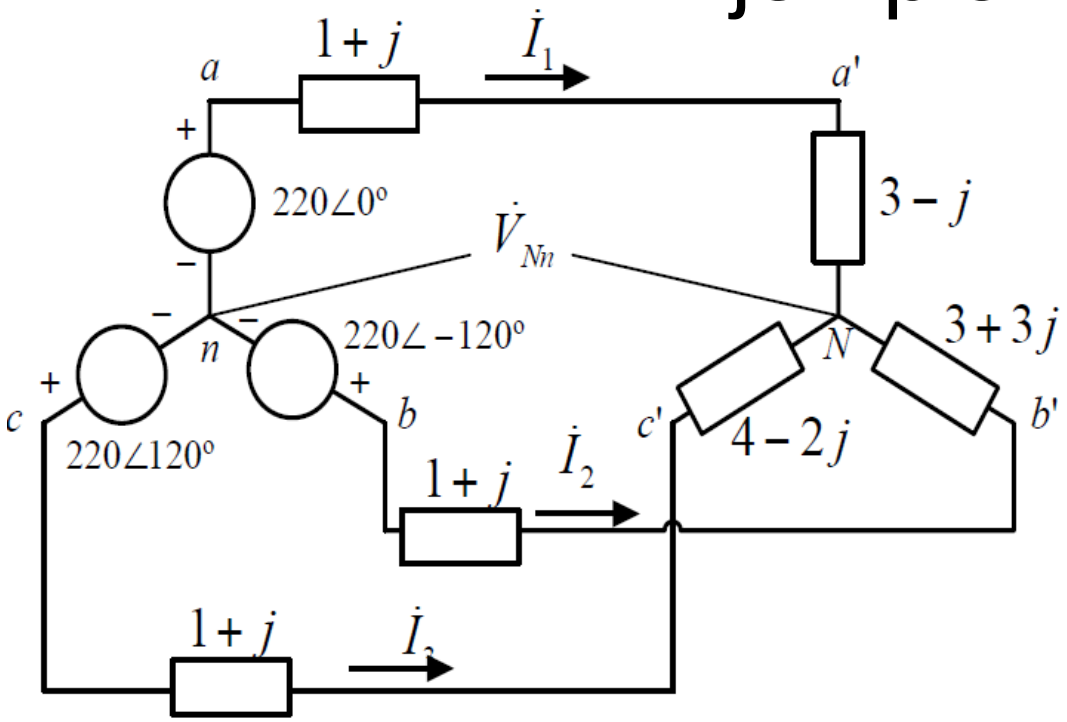
$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}}$$

Ejemplo



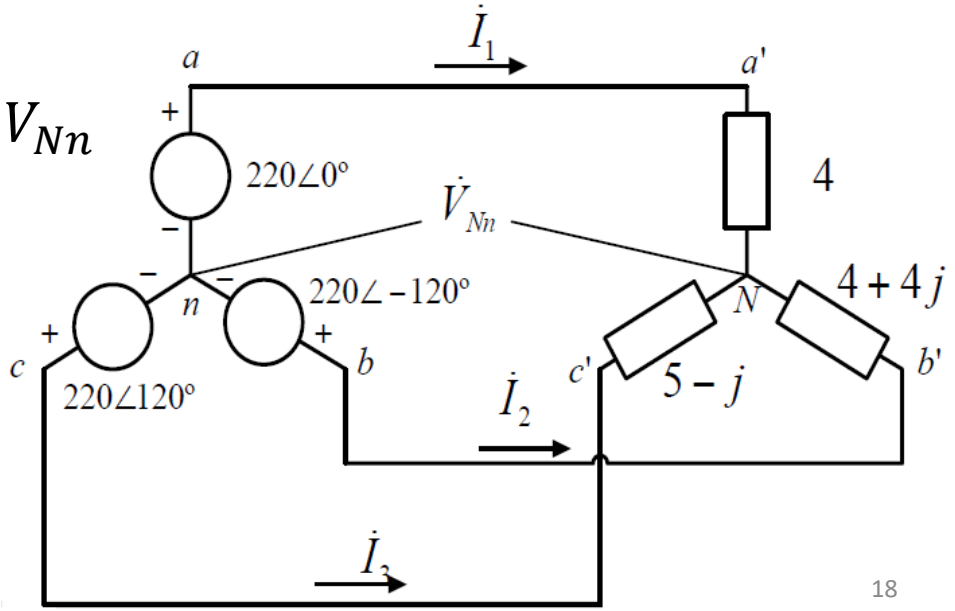
Encontrar todas las corrientes de línea

Ejemplo

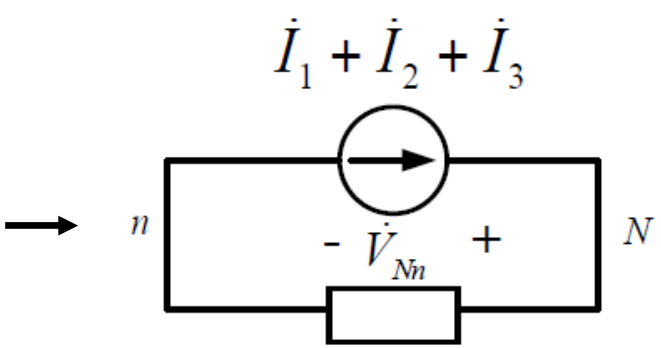


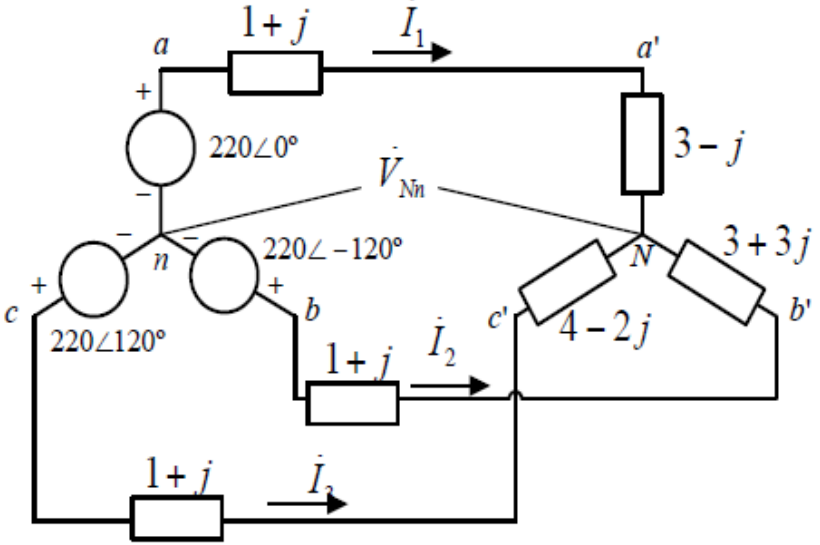
Encontrar todas las corrientes de línea

Buscamos V_{Nn}



Ejemplo: 3 conductores





$$Y_{eq} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4+4j} + \frac{1}{5-j}$$

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN}\cdot\dot{V}_{an} + Y_{bN}\cdot\dot{V}_{bn} + Y_{cN}\cdot\dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}} = \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4+4j} + \frac{1}{5-j}} = 43{,}442\angle 125°$$

Luego las corrientes:

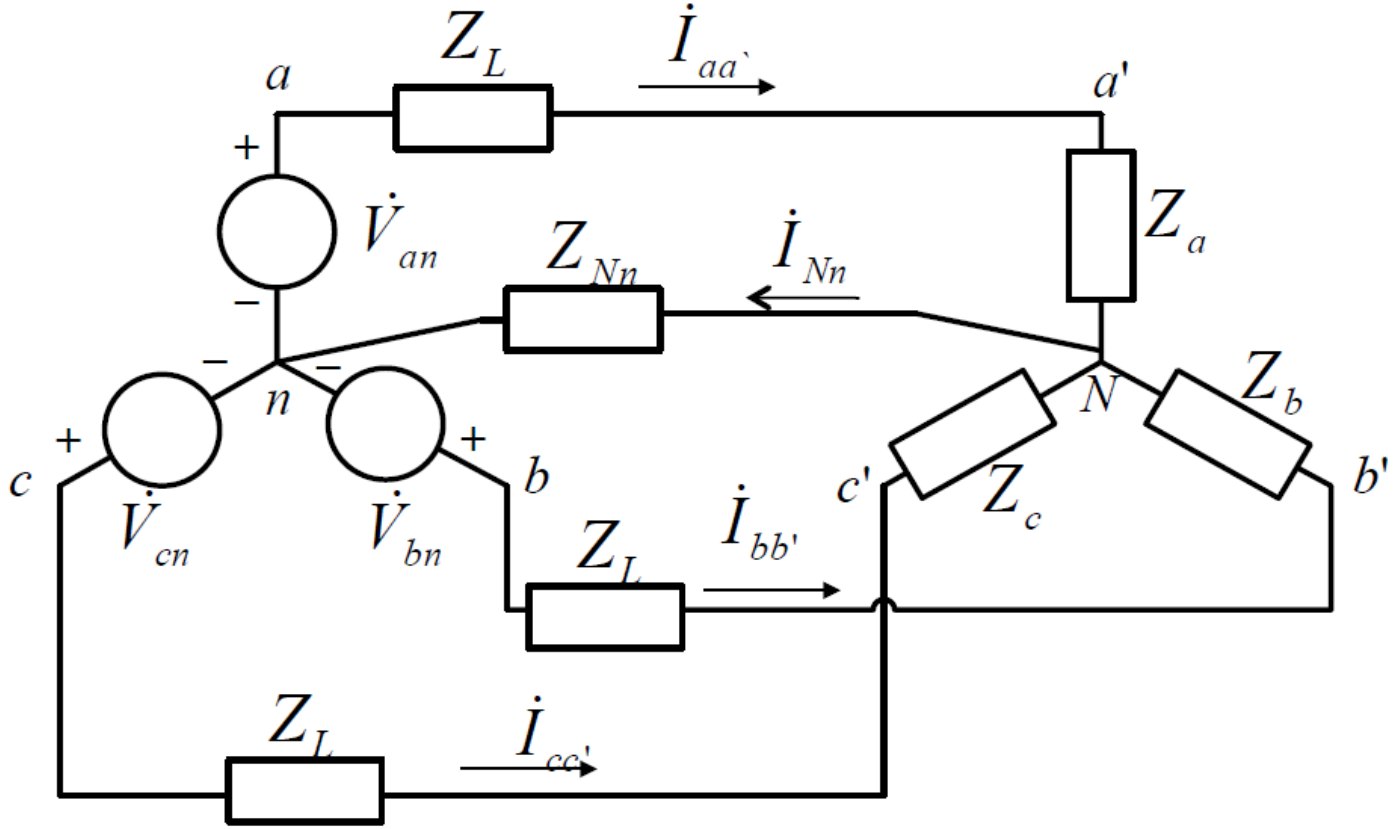
$$\dot{I}_i = \frac{\dot{V}_{in} - \dot{V}_{Nn}}{Z_L + Z_i} \quad \forall i = 1,2,3 \longrightarrow$$

$$\dot{I}_1 = 61{,}87\angle -8.28\ A$$

$$\dot{I}_2 = 42{,}7\angle -155{,}62A$$

$$\dot{I}_3 = 34{,}66\angle 130{,}1A$$

Ejemplo: 4 conductores



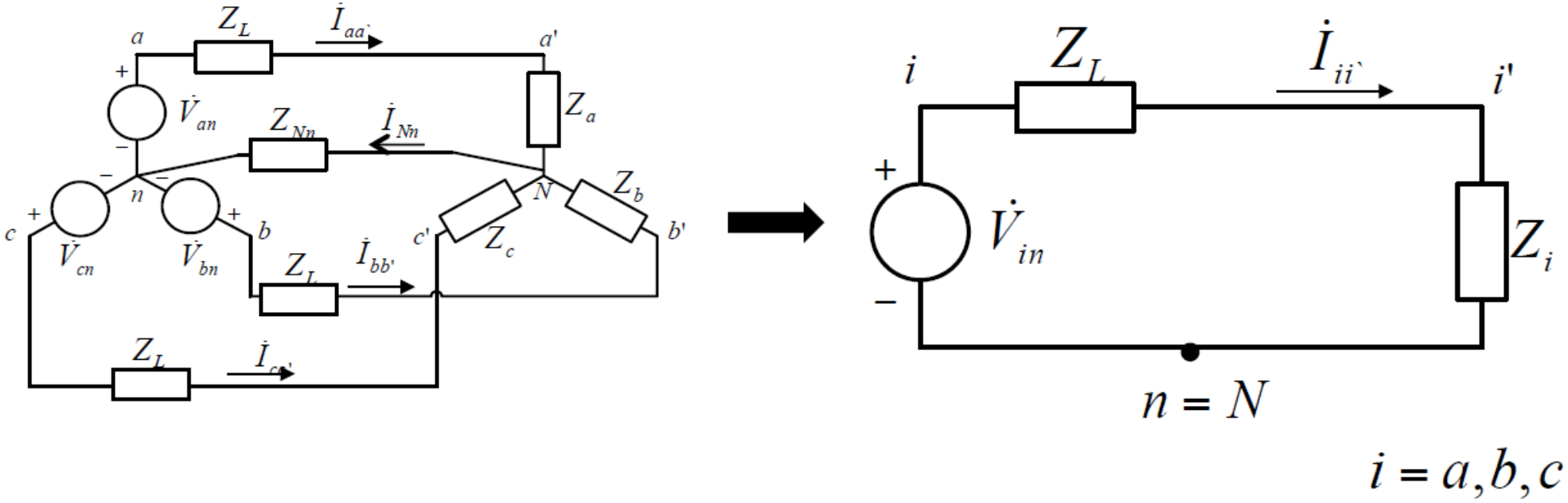
- Análogo al caso de 3 conductores, se puede plantear:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN} + Y_{Nn}} \qquad Y_{Nn} = \frac{1}{Z_{Nn}}$$

Ejemplo: 4 conductores

- Caso particular
  - $Y_{Nn} \rightarrow \infty \Longrightarrow V_{Nn} \rightarrow 0$

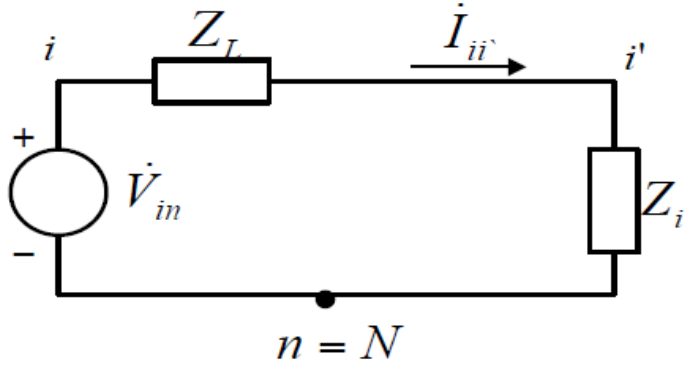
- Ambos neutros se confunden en un solo nodo, quedando tres sistemas monofásicos articulados en un nodo, luego:



Ejemplo: 4 conductores

- Se tiene:

$$\dot{I}_{Nn} = \dot{I}_{aa'} + \dot{I}_{bb'} + \dot{I}_{cc'}$$



- Corriente de línea:

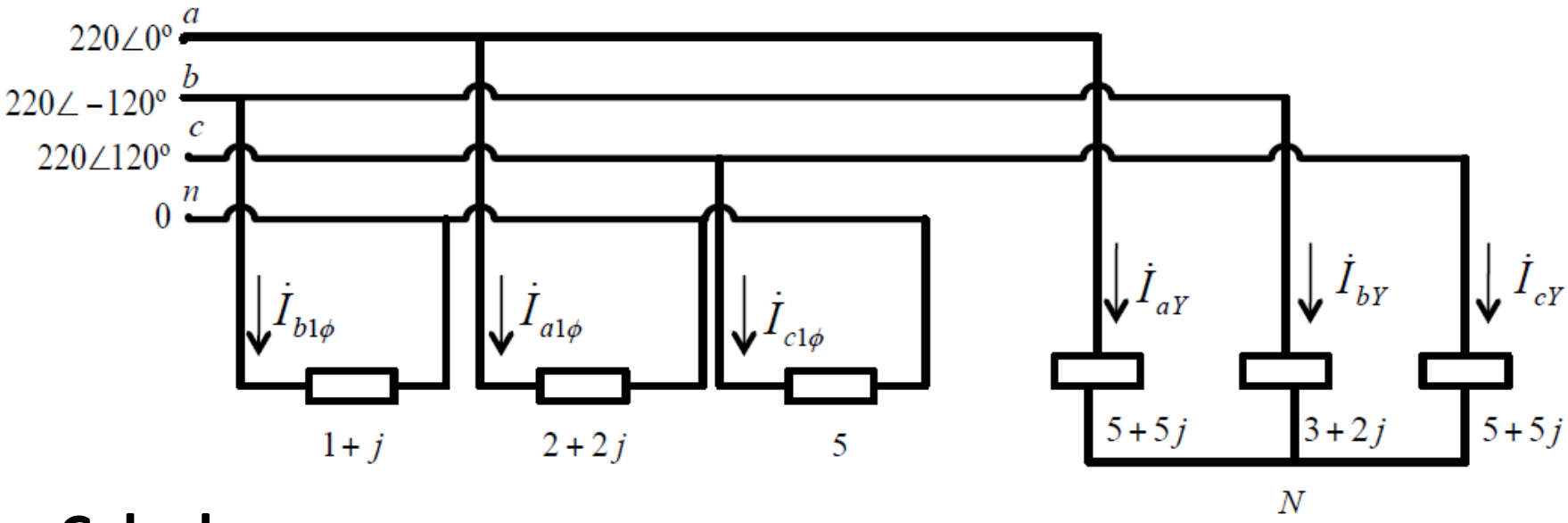
$$\dot{I}_{ii'} = \frac{\dot{V}_{in}}{Z_L + Z_i}; \quad i = a, b, c$$

- Voltaje en la carga:

$$\dot{V}_{i'N'} = \dot{V}_{in} \frac{Z_i}{Z_L + Z_i}; \quad i = a, b, c$$

- Como en la práctica $Z_i \gg Z_L$, las tensiones en el consumo son **prácticamente equilibradas.**

Ejemplo: 4 conductores



- **Calcular:**
  1. Corrientes de línea (a,b,c y n)
  2. Factor de potencia línea b (Luego corríjalo para tener un fp=0,9 con $\omega = 50Hz$).
- **Solución:**

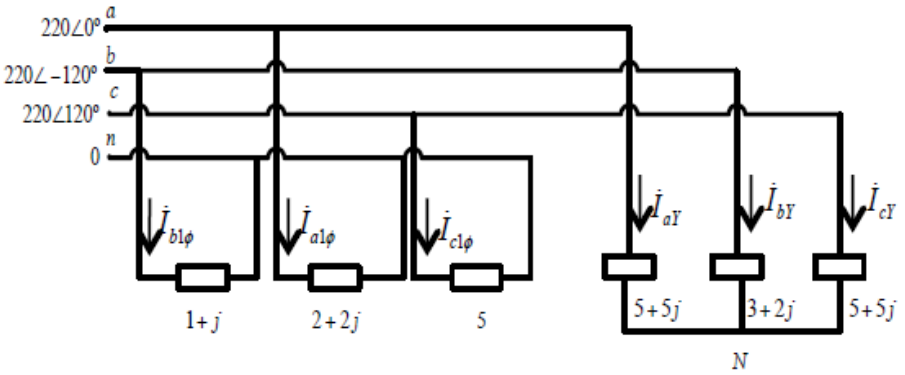
$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{I}_{a1\phi} + \dot{I}_{aY} \\ \dot{I}_b &= \dot{I}_{b1\phi} + \dot{I}_{bY} \\ \dot{I}_c &= \dot{I}_{c1\phi} + \dot{I}_{cY} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \dot{I}_{i1\phi} &= \frac{\dot{V}_{in}}{Z_{i1\phi}} \\ \dot{I}_{iY} &= \frac{\dot{V}_{in} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{iY}} \end{aligned} \qquad \forall i = a, b, c$$

Ejemplo: 4 conductores

Calculamos V_{Nn}:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}}$$

$$\dot{V}_{Nn} = 55.812\angle -103°$$



Luego:

$$\dot{I}_{a1\phi} = \frac{\dot{V}_{in}}{Z_{a1\phi}} = 77{,}78\angle -45° \qquad \dot{I}_{aY} = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{aY}} = 33{,}78\angle -31{,}8°$$

$$\dot{I}_{b1\phi} = \frac{\dot{V}_{bn}}{Z_{b1\phi}} = 155{,}56\angle -165° \qquad \dot{I}_{bY} = \frac{\dot{V}_{bn} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{bY}} = 46{,}44\angle -159{,}28°$$

$$\dot{I}_{c1\phi} = \frac{\dot{V}_{cn}}{Z_{c1\phi}} = 44\angle 120° \qquad \dot{I}_{cY} = \frac{\dot{V}_{cn} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{cY}} = 37{,}28\angle 66{,}7°$$

$$\dot{I}_1 = 111,\angle -41°$$

$$\dot{I}_2 = 201{,}82\angle -163{,}7°$$

$$\dot{I}_3 = 72{,}7\angle 95{,}7°$$