ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA
IEE 2123
Circuitos Eléctricos
Segundo Semestre 2025

Tarea 4

Fecha Entrega: miércoles 24 de Septiembre hasta las 18:00 Hrs.

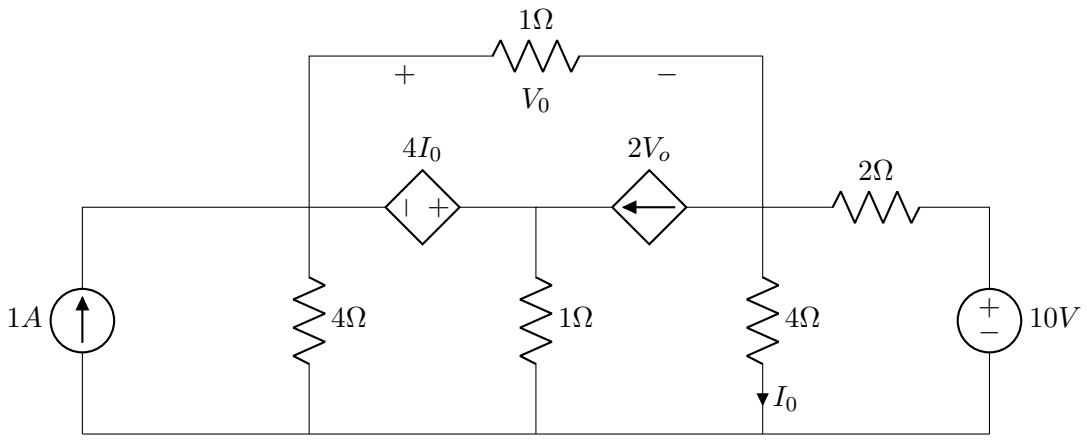
Tema de la tarea: Método de nodos/mallas, superposición y circuitos equivalentes

- La tarea debe ser entregada en un archivo `.pdf` y cargada en el cuestionario de Canvas habilitado, antes del plazo. El formato del archivo debe ser `T2_Apellido_Nombre.pdf`
- Debe indicar claramente su desarrollo en cada ejercicio, puesto que problemas sin desarrollos no serán considerados corregidos.
- Tareas con algún problema en blanco no serán consideradas y obtendrán la nota mínima
- Las tareas deben ser entregas en algún editor de texto como Word o LaTeX. En particular, se recomienda LaTeX(Overleaf) por su facilidad para manejar ecuaciones.
- Libros, papers o cualquier material usado debe ser referenciado apropiadamente. Material no debidamente referenciado será penalizado mediante descuentos en la nota.
- Esta tarea tiene como objetivos la revisión de ciertos temas específicos vistos en clases, los cuales son indicados en el apartado "Tema de la Tarea". La utilización de métodos distintos a los solicitados en cada ejercicio no esta permitido, y resultaran en la no corrección del ejercicio. De tener dudas con respecto a si un contedido está permitido o no, preguntar por el foro Canvas.
- En caso de utilizar herramientas de inteligencia artificial, estas solo deben emplearse como apoyo en la búsqueda de información o en la redacción, sin incluir directamente en las respuestas una reproducción literal del contenido generado. Además, no se debe proporcionar a la IA la pregunta ni una variación de esta como instrucción directa. **En el caso de usar IA sin la debida citación, se asignará nota 1.0 en la tarea.**

Problema 1: Método de Nodos (12 pts)

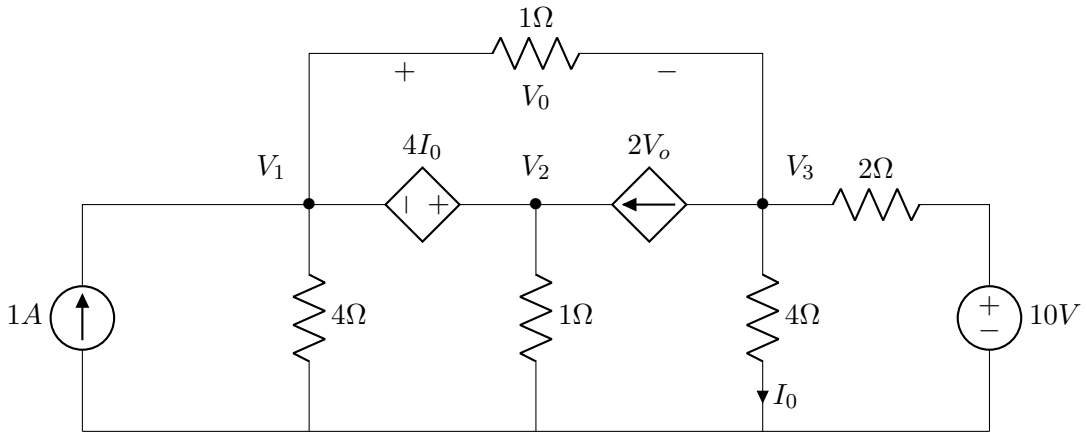
a) Plantee las ecuaciones del metodo de nodos que permitan resolver el problema. Evite plantear ecuaciones redundantes/triviales que no sean necesarias para resolver el problema. (6pts)

b) Encuentre los voltajes de nodos planteados en el inciso anterior. (6pts)



Pauta problema 1

Definimos los siguientes voltajes en el circuito:



A partir de estos voltajes se puede determinar de manera directa cualquier voltaje en el circuito. Podemos ver como tenemos 2 fuentes dependientes en el circuito, por lo que lo primero que hacemos es despejar las variables usadas en las fuentes en función de los voltajes de nodos:

$$I_0 = \frac{V_3}{4}$$

$$V_0 = V_1 - V_3$$

Una vez despejadas las variables, vemos que tenemos una fuente de voljate entre los nodos 1 y 2, por lo que usamos un súper nodo para determinar las corrientes que salen y entran de aquí. Teniendo esto en cuenta, estas son las ecuaciones resultantes:

N_1 y N_2:

$$V1 + \frac{4 \cdot V_3}{4} = V_2 \rightarrow V_1 - V_2 + V_3 = 0$$

$$1 + 2V_1 - 2V_3 = \frac{V_1 - 0}{4} + V_2 + V_1 - V_3 \rightarrow -3V_1 + 4V_2 + 4V_3 = 4$$

N_3:

$$\frac{10 - V_3}{2} + \frac{V_1 - V_3}{1} = \frac{V_3}{4} + 2(V_1 - V_3) \rightarrow 4V_1 - V_3 = 20$$

2 puntos por cada ecuación de nodos.
-0.5 puntos si no se despejan las variables V_o o I_0 en las ecuaciones.

b)
Este sistema lo podemos poner en su forma matricial Ax=b:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Con esto, podemos calcular el vector de voltajes usando la matriz inversa de A para obtener lo siguiente:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{164}{33} \\ \frac{160}{33} \\ \frac{-4}{33} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 4{,}97 \\ 4{,}85 \\ -0{,}12 \end{pmatrix}$$

2 puntos por cada voltaje correcto.

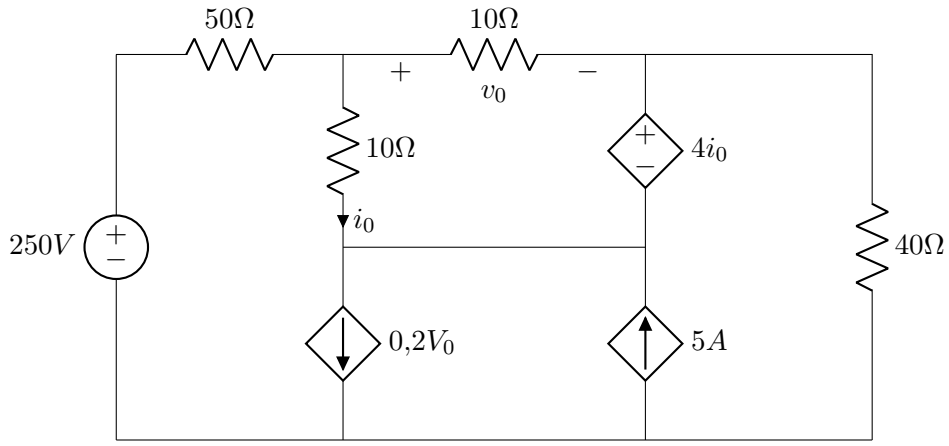
Si hay errores de arrestre por el item a) pero el desarrollo a mano es correcto, dar hasta 4 puntos. Si hay errores de arrastre por la parte a), pero se utiliza la matriz inversa junto a un programa computacional, dar hasta 2 puntos.

Problema 2: Método de Mallas (12 pts)

a) Plantee las ecuaciones del método de mallas que le permitan resolver el circuito. (4pts)

b) Encuentre las corrientes de mallas. (4pts)

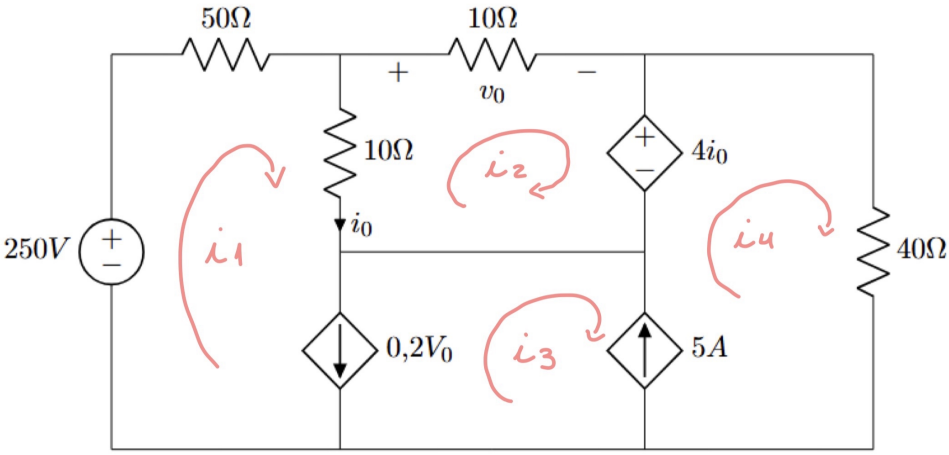
c) Determine el valor de i_0. (4pts)



Pauta problema 2

a)

Se definen las siguientes corrientes de mallas:



Antes de plantear las ecuaciones, despejamos las variables de las fuentes dependientes en función de las corrientes definidas:

$$i_o = i_1 - i_2$$

$$V_0 = 10i_2$$

Como tenemos 2 fuentes de corriente uniendo las mallas 1, 3 y 4, debemos hacer una súper malla que conecte las 3:

M_1, M_3 y M_4:

$$i_1 - i_3 = \frac{10i_2}{5} \rightarrow i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i_4 - i_3 = 5$$

$$-250 + 50i_1 + 10i_1 - 10i_2 - 4i_1 + 4i_2 + 40i_4 = 0 \rightarrow 56i_1 - 6i_2 + 40i_4 = 250$$

M_2:

$$10i_2 - 10i_1 + 10i_2 + 4i_1 - 4i_2 = 0 \rightarrow -6i_1 + 16i_2 = 0$$

1 punto por cada ecuación de malla.
-0.5 puntos si no se despejan las variables V_o o i_0 en las ecuaciones.

b)

Con esto, colocamos esto en su forma matricial Ax=b:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 56 & -6 & 0 & 40 \\ -6 & 16 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 250 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Calculamos la matriz inversa de A, obtenemos el siguiente vector de corrientes:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{40}{51} \\ \frac{5}{17} \\ \frac{10}{51} \\ \frac{265}{51} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}78 \\ 0{,}29 \\ 0{,}2 \\ 5{,}2 \end{pmatrix}$$

1 punto por cada corriente correcto.

Si hay errores de arrestre por el item a) pero el desarrollo a mano es correcto, dar hasta 3 puntos. Si hay errores de arrastre por la parte a), pero se utiliza la matriz inversa junto a un programa computacional, dar hasta 2 puntos.

c)

Con esto, obtenemos lo siguiente:

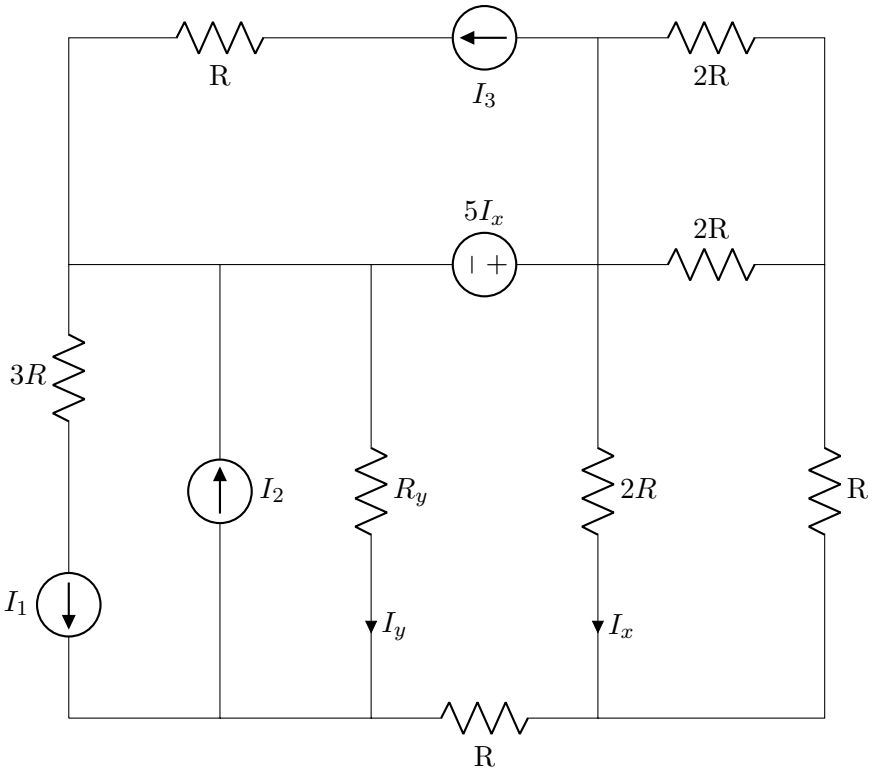
$$i_o = i_1 - i_2 = \frac{40}{51} - \frac{5}{17} = 0{,}49$$

2 puntos por plantear que $i_0 = i_1 - i_2$.
2 puntos por resultado correcto.

Problema 3: Teorema de Superposición (12pts)

a) Utilizando el teorema de superposición, y asumiendo que R > 1, determine la corriente I_y si $R_y = 2R$ (8pts)

b) Determine la potencia disipada por la resistencia R_y (4pts)



Pauta problema 3:

a)
En este problema, tenemos 3 fuentes independientes de corriente junto a una fuente dependiente de voltaje. Para resolver el problema, calcularemos qué es lo que pasa al apagar y encender una de las fuentes de corriente a la vez, manteniendo siempre la fuente dependiente.

El circuito con todas las fuentes simplificadas es el siguiente:

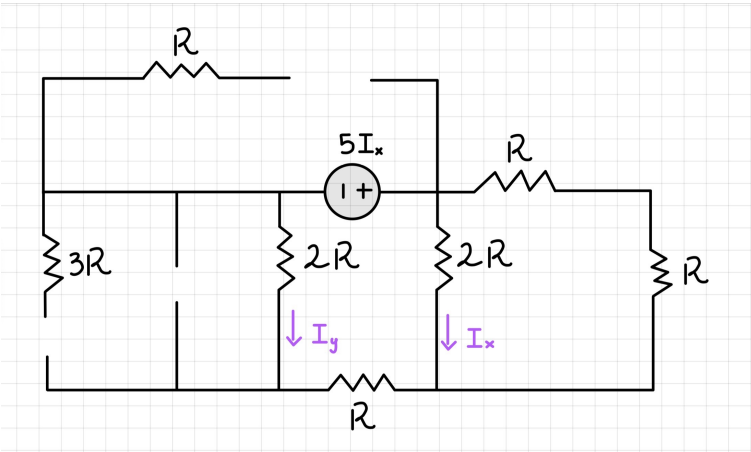


Figura 1: Circuito con todas las fuentes apagadas.

Prendiendo solo la fuente I_1 tenemos el siguiente circuito equivalente:

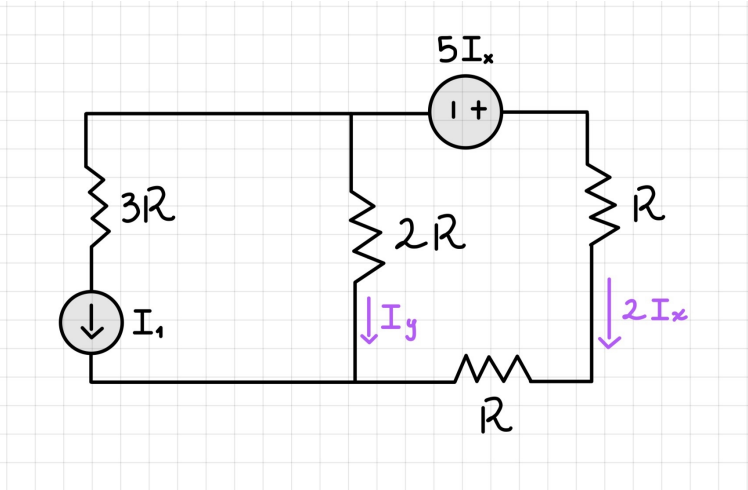


Figura 2: Circuito con I_1 encendido.

Haciendo LVK en la mallas derecha, obtenemos el valor de I_x:

$$I_x = \frac{2RI_1}{5 - 8R}$$

Haciendo LCK en cualquiera de los nodos triples, obtenemos:

$$I_y = -2I_x - I_1 \rightarrow -\frac{4RI_1}{5 - 8R} - I_1 \rightarrow -I_1(1 + \frac{4R}{5 - 8R})$$

El circuito equivalente al encender la fuente de I_2 es el siguiente:

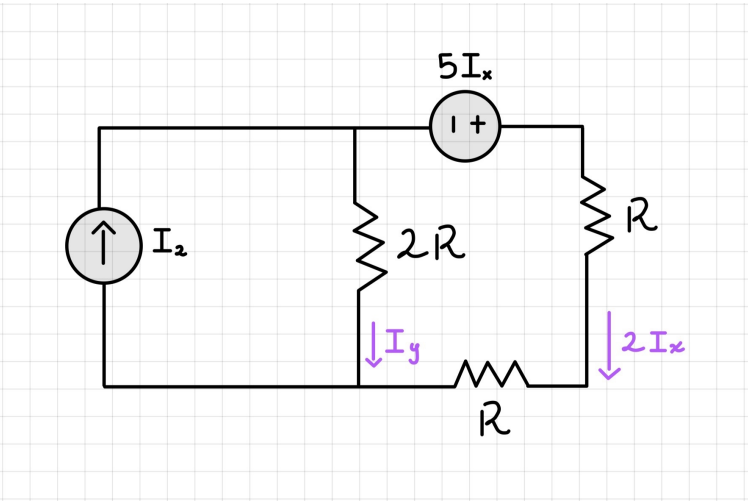


Figura 3: Circuito con I_2 encendido.

Haciendo LVK en la mallas derecha, obtenemos el valor de I_x:

$$I_x = \frac{2RI_2}{8R - 5}$$

Haciendo LCK en cualquiera de los nodos triples, obtenemos:

$$I_y = I_2 - 2I_x \rightarrow I_2 - \frac{4RI_2}{8R-5} \rightarrow I_2(1 + \frac{4R}{5-8R})$$

El circuito equivalente al encender la fuente de I_3 es el siguiente:

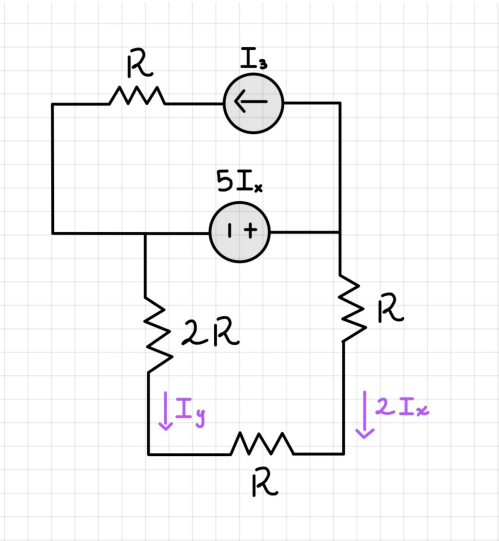


Figura 4: Circuito con I_3 encendido.

Al hacer LVK en la malla inferior, obtenemos inmediatamente que $I_y = 0$.
Con esto, obtenemos que:

$$I_y = -I_1(1 + \frac{4R}{5-8R}) + I_2(1 + \frac{4R}{5-8R}) + 0 \rightarrow I_y = (1 + \frac{4R}{5-8R})(I_2 - I_1)$$

2 puntos por obtener I_y cuando I_1 está encendida.
2 puntos por obtener I_y cuando I_2 está encendida.
2 puntos por obtener I_y cuando I_3 está encendida.
2 puntos por obtener I_y total.

b)

Tenemos que la potencia se calcula como $P = VI$. Usando la ley de ohm, se puede transformar en RI^2
Por lo que, la potencia queda de la siguiente manera:

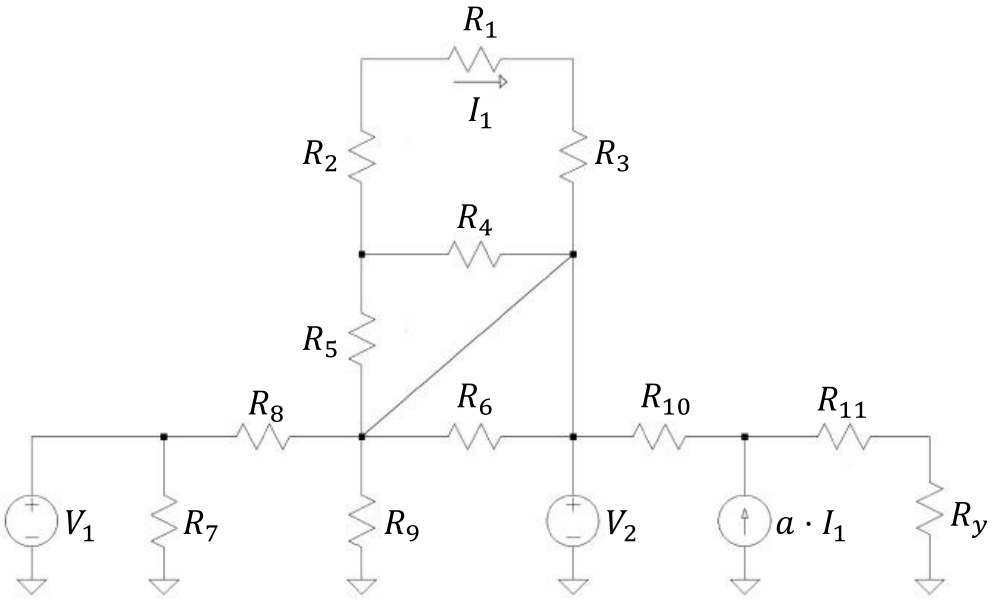
$$P = (1 + \frac{4R}{5-8R})^2(I_2 - I_1)^2 R$$

2 puntos por plantear $P = RI^2$.
2 puntos por resultado correcto.

Problema 4: Equivalente Norton (12 puntos)

a) Explique que es un equivalente de Norton, y como pueden ser determinados la corriente y resistencia correspondientes a este. Sea breve en su respuesta, utilizando no mas de 1 plana en su explicación (4 puntos)

b) Encuentre el equivalente de Norton del siguiente circuito visto desde la resistencia R_y (8 puntos)



Pauta problema 4:

a)

El equivalente de Norton nos dice que cualquier circuito, sin importar que tan complejo sea, puede ser representado como una fuente real de corriente. Existen múltiples maneras de determinar el equivalente de Norton, siendo algunas de estas las siguientes:

- Prueba de circuito abierto
- prueba de corto circuito
- Por la topología del circuito.
- Con una fuente de prueba. Esta es especialmente útil cuando hay fuentes dependientes.
- Apagando todas las fuentes independientes. Esta es especialmente útil cuando solo hay fuentes independientes.
- Usando transformación de fuente a través de la equivalencia Norton-Thevenin.

2 puntos por definir de manera correcta lo que es un equivalente de Norton.
2 puntos por dar metodos suficientes para determinar ambas la fuente de corriente y la resistencia.

b)

En la figura 5 se puede ver como la fuente de voltaje está en paralelo con el lado derecho e izquierdo del circuito. Lo que esto nos permite es separar en 2 el análisis del circuito, ya que el lado derecho e izquierdo no se afectan unos a otros (Excepto por la fuente dependiende al lado derecho, la cual depende de una corriente al lado izquierdo, pero de todas maneras, lo que se puede hacer es realizar el calculo como si se tuvieran 2 circuitos separados, donde la fuente dependiente del circuito derecho depende de una corriente en el circuito izquierdo).

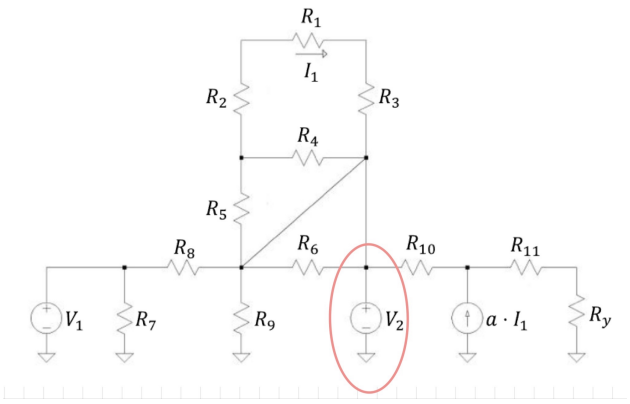


Figura 5: Circuito con fuente de voltaje en paralelo.

De esta manera, el circuito equivalente visto desde la resistencia R_y es el siguiente:
Ahora, podemos ver en la figura 7 que hay un cortocircuito en rojo.

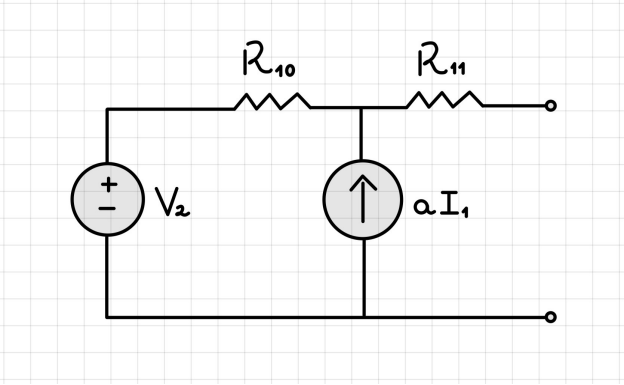


Figura 6: Simplificación del circuito 1

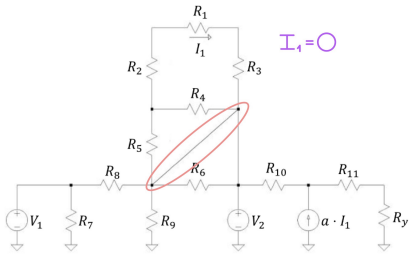


Figura 7: Cortocircuito del circuito

Con esto, obtenemos que $I_1 = 0$, por lo que el nuevo circuito equivalente es el siguiente:

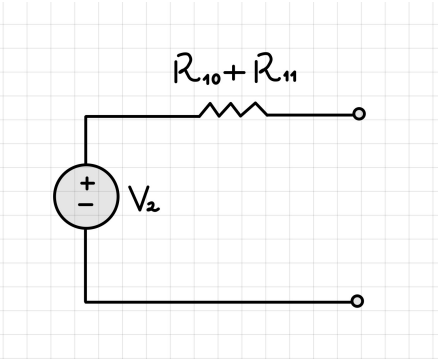


Figura 8: Simplificación del circuito 2

Finalmente, haciendo equivalencia de fuentes, obtenemos el siguiente equivalente de Norton:

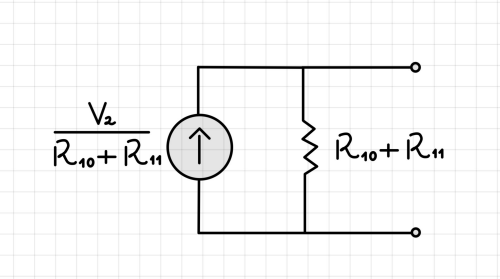


Figura 9: Simplificación del circuito 3

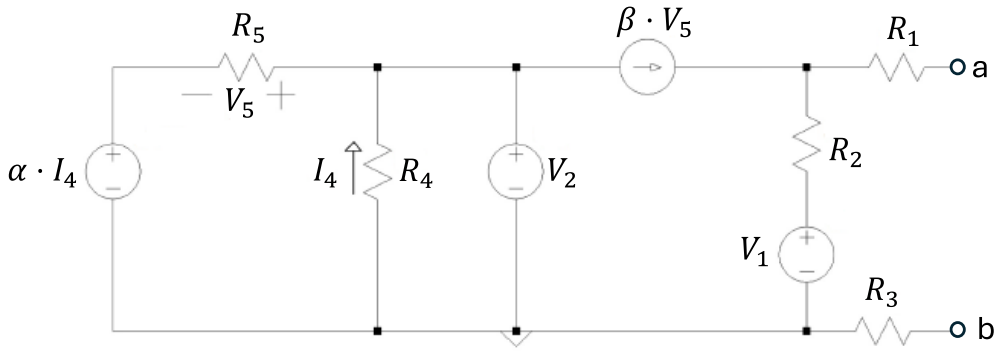
2 puntos por determinar que $I_0 = 0$
3 puntos por determinar la corriente equivalente de Norton.
3 puntos por determinar la resistencia equivalente de Norton.

Queda a criterio del corrector dar puntaje parcial si no se llega al resultado pero se hace un buen desarollo.

Problema 5: Equivalente Thevenin (12 puntos)

a) Explique que es un equivalente de Thevenin, y como pueden ser determinados el voltaje y resistencia correspondientes a este. Sea breve en su respuesta, utilizando no mas de 1 plana en su explicación (4 puntos)

b) Encuentre el equivalente de Thevenin del siguiente circuito visto desde los terminales 'a' y 'b' (8 puntos)



Pauta problema 5:

a)

El equivalente de Thevenin nos dice que cualquier circuito, sin importar que tan complejo sea, puede ser representado como una fuente real de voltaje. Existen múltiples maneras de determinar el equivalente de Thevenin, siendo algunas de estas las siguientes:

- Prueba de circuito abierto
- prueba de corto circuito
- Por la topología del circuito.
- Con una fuente de prueba. Esta es especialmente útil cuando hay fuentes dependientes.
- Apagando todas las fuentes independientes. Esta es especialmente útil cuando solo hay fuentes independientes.
- Usando transformación de fuente a través de la equivalencia Norton-Thevenin.

2 puntos por definir de manera correcta lo que es un equivalente de Thevenin.
2 puntos por dar metodos suficientes para determinar ambas la fuente de voltaje y la resistencia.

b)
Similar a lo realizado en la pregunta 4, podemos ver en la figura 10 como tenemos una fuente de voltaje en paralelo, por lo que podemos separar el circuito en 2, el lado derecho y lado izquierdo de la fuente.

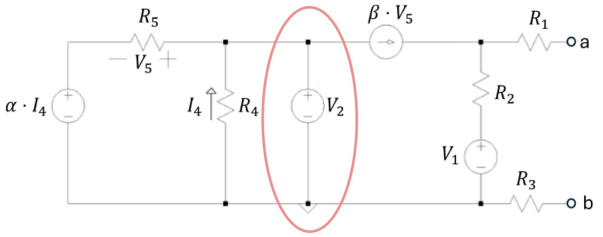


Figura 10: Circuito con fuente de voltaje en paralelo.

De esta manera, el circuito equivalente visto desde los terminales a y b nos queda de la siguiente forma:

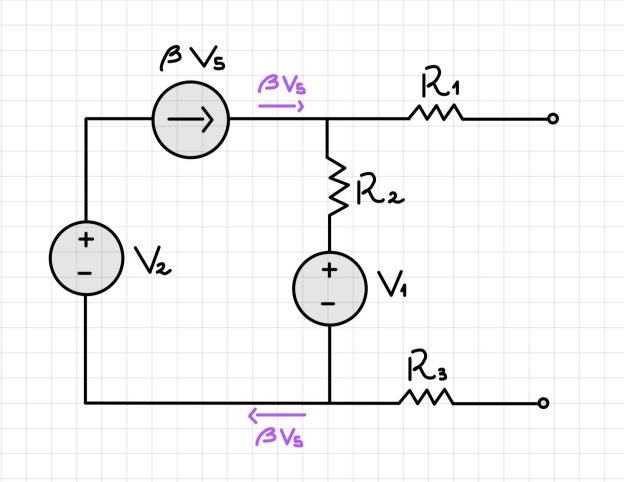


Figura 11: Primera simplificación.

Sin embargo, al analizar lo que "ven"los terminales a y b, podemos notar como estos, sin importar el valor de V_2, siempre perciben que en el lado izquierdo del cirtuito hay un flujo de βV_5 Ampere. Esta independencia al valor de V_2 hace que podamos ignorar esta fuente, haciendo que el circuito equivalente quede de la siguiente forma:

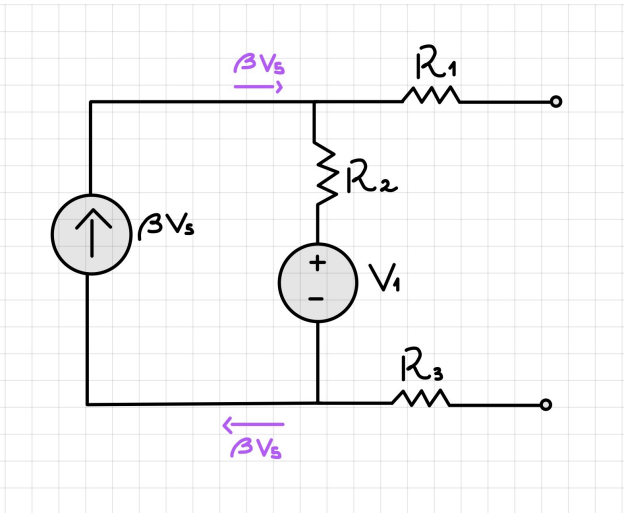
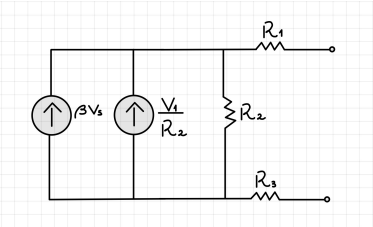
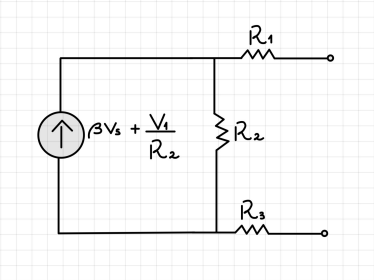


Figura 12: Segunda simplificación.

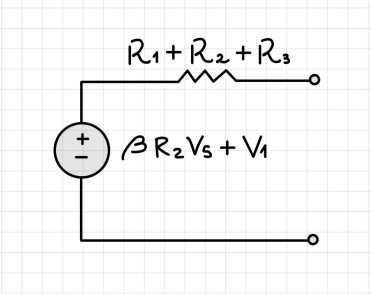
Con esto, ya podemos simplemente trabajar este circuito haciendo transformación de fuente como se realiza a continuación:



(a) Tercera simplificación.



(b) Cuarta simplificación.



(c) Quinta simplificación.

Figura 13: Simplificaciones

De manera alternativa, un alumno podría despejar V_5 en función de otros voltajes en el circuito izquierdo. De ser este el caso, el voltaje obtenido en el equivalente de thevenin sería el siguiente:

$$I = \beta R_2(V_2(1 + \frac{\alpha}{R_4})) + V_1$$

Ambas formas están igual de correctos.
4 puntos por utilizar métodos que permitan llegar a la solución.
2 puntos por llegar a la fuente de Voltaje de Thevenin.
2 puntos por llegar a la resistencia de Thevenin.

Queda a criterio del corrector dar puntaje parcial si no se llega al resultado pero se hace un buen desarollo.