Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Tarea 11

Amplificadores Operacionales

1º semestre 2023 - Profesor David Watts

Ayudante: Elena Contardo (ele.contardo@uc.cl)

- La tarea debe ser subida en formato .pdf a Canvas al buzón correspondiente.
- Es posible utilizar un comodín para poder entregar la tarea 3 días después del plazo final (contando fin de semana y festivos). Para esto, se debe enviar un correo al ayudante encargado avisando que se usará el comodín antes de que termine el plazo final original.
- No se aceptan tareas con letra ilegible.

Problema 1

Considerando el circuito de la figura:

a) Determine la función de transferencia que relaciona la salida con la entrada.

b) Considerando $C_1 = 4\mu F$ y $R_1 = 3k\Omega$. Realice el diagrama de Bode de magnitud y fase. Indique a qué tipo de filtro corresponde.

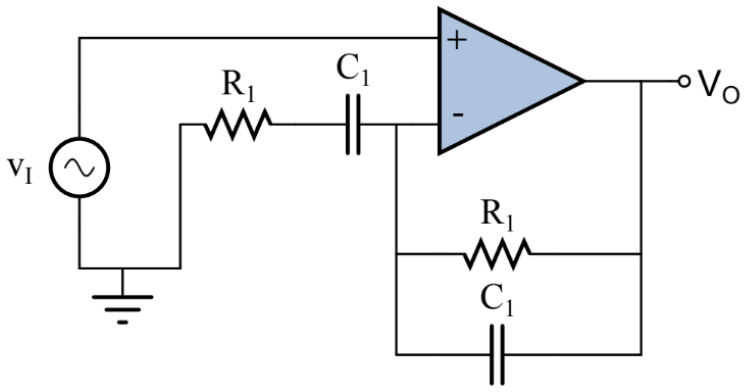


Figura 1: Circuito

Solución:

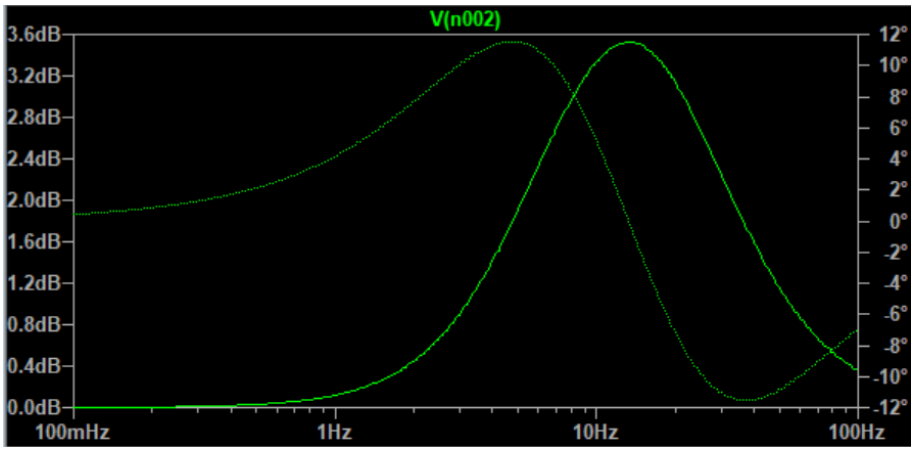
a) Para obtener la función de transferencia se considera el cortocircuito virtual, a partir de nodos:

$$\frac{0 - V_1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = \frac{V_1 - V_o}{R_1 || \frac{1}{sC_1}}$$

Luego, se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_1} = \frac{sC_1R_1}{(1 + sR_1C_1)^2} + 1 = \frac{sC_1R_1 + (1 + sR_1C_1)^2}{(1 + sR_1C_1)^2}$$

b) El diagrama de Bode es el siguiente:



c) El filtro es un pasabanda.

Criterios de corrección:

- **3 ptos.** Obtiene Función de Transferencia de forma correcta.
- **2 ptos.** Grafica correctamente Bode.
- **1 pto.** Determina correctamente tipo de filtro.

Problema 2

Determine la expresión para la carga Z_L del circuito de la figura que maximiza la potencia en la misma en términos de R_g, R_1 y C, considerando que la fuente tiene un valor de V_g. Hint: El valor de la impedancia que maximiza la transferencia de potencia es igual al conjugado de la impedancia de Thevenin en ese nodo.

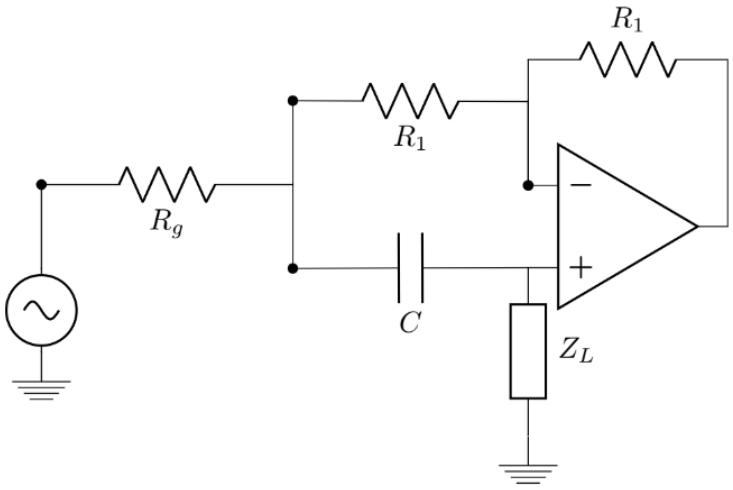


Figura 2: Circuito

Solución:

Se calcula $Z_{th} = V_{oc}/I_{sc}$, siendo V_{oc} el voltaje de circuito abierto en la carga y I_{sc} la corriente al cortocircuitar la carga.

Cálculo de V_{oc}:
El voltaje en el terminal positivo V_+ es igual al voltaje en el otro extremo del capacitor C (V_1), ya que la corriente $I_+ = 0$ por definición. Por otro lado, el voltaje en el terminal negativo V_- es igual al del terminal positivo (por cortocircuito virtual), y como el voltaje en el otro terminal del resistor R_1 es igual al voltaje del otro terminal de C (V_1), la corriente que pasa por el resistor R_g es nula. De esta forma, el voltaje V_+ es igual a V_g y, por lo tanto, $V_{oc} = V_g$.

Cálculo de I_{sc}:
Se considera el voltaje en el nodo entre R_g y R_1 junto a C como V_1, y $V_+ = V_- = V_2$.

Luego, debido al cortocircuito de Z_L, se tiene que $V_2 = 0$. Haciendo análisis de nodos:

$$\frac{V_g - V_1}{R_g} = \frac{V_1 - 0}{R_1 || \frac{1}{sC}}$$

$$I_{sc} = \frac{V_1 - 0}{\frac{1}{sC}}$$

Despejando V_1 de la primera ecuación:

$$V_1 = \frac{R_1 V_g}{R_1 + R_G + C R_1 R_G s}$$

Reemplazando V_1 en la ecuación de I_{sc}:

$$I_{sc} = \frac{CR_1V_g s}{R_1 + R_g + CR_1R_g s}$$

Se calcula Z_{th}:

$$Z_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{R_1 + R_g + CR_1R_g s}{CR_1 s} = -j\frac{R_1 + R_g}{wCR_1} + R_g$$

Finalmente, el valor de Z_L que maximiza la transferencia de potencia es:

$$Z_L = Z_{th}^* = j\frac{R_1 + R_g}{wCR_1} + R_g$$

Criterios de corrección:

- **1 pto.** Determinar que se maximiza potencia con el conjugado de la impedancia Thevenin en las terminales analizadas.
- **2 ptos.** Determinación del voltaje de circuito abierto, para el cálculo del conjugado de la impedancia Thevenin.
- **2 ptos.** Determinación de la corriente de corto circuito, para el cálculo del conjugado de la impedancia Thevenin.
- **1 ptos.** Obtención de la impedancia Thevenin conjugada.

Problema 3

Considerando el circuito de la figura:

a) Explique cómo se comporta el circuito a bajas y altas frecuencias, indicando a qué tipo de filtro corresponde.

b) Encuentre la función de transferencia $V_o(s)/V_1(s)$, asumiendo $R_1 = R_2 = R$.

c) Para el propósito del filtro, ¿es más conveniente que C_2 sea 100 veces mayor a C_1 o que sean iguales? Explique.

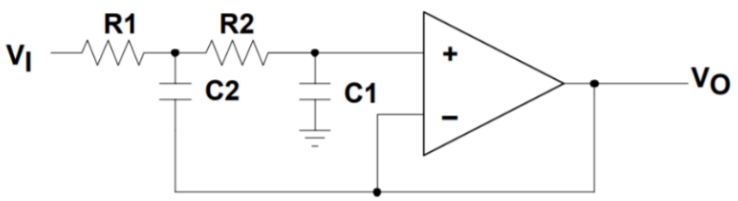


Figura 3: Circuito

Solución:

a) A frecuencia cero los capacitores se comportan como circuitos abiertos. De esta forma, $V_+ = V_1 = V_-$, por lo que finalmente $V_o = V_1$. Para el caso de frecuencia infinita los capacitores se comportan como un cortocircuito, por lo que $V_+ = 0 = V_-$, de esta forma, $V_o = 0$.

A partir del análisis anterior se concluye que el circuito corresponde a un filtro pasabajos.

b) Considerando como V_2 al nodo entre R_1, R_2 y C, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = \frac{V_2 - V_o}{R_2} + \frac{V_2 - V_o}{\frac{1}{sC_2}}$$

$$\frac{V_2 - V_o}{R_2} = \frac{V_o - 0}{\frac{1}{C_1 s}}$$

A partir de la segunda ecuación se obtiene V_2:

$$V_2 = V_o + sC_1R_2V_o$$

Reemplazando V_2 en la primera ecuación, y considerando $R_2 = R_1 = R$, se tiene:

$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{1}{1 + s2C_1R + s^2C_1C_2R^2}$$

c) Considerando que el propósito del filtro es rechazar las señales de alta frecuencia y mantener una ganancia unitaria para las bajas frecuencias, no es conveniente tener una calidad Q alta.

Considerando el polinomio característico del filtro:

$$1 + s2C_1R + s^2C_1C_2R^2 = 1 + \frac{s}{Qw_0} + \frac{s^2}{w_0^2}$$

De esta forma:

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R^2C_1C_2}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1C_2}}{2C_1}$$

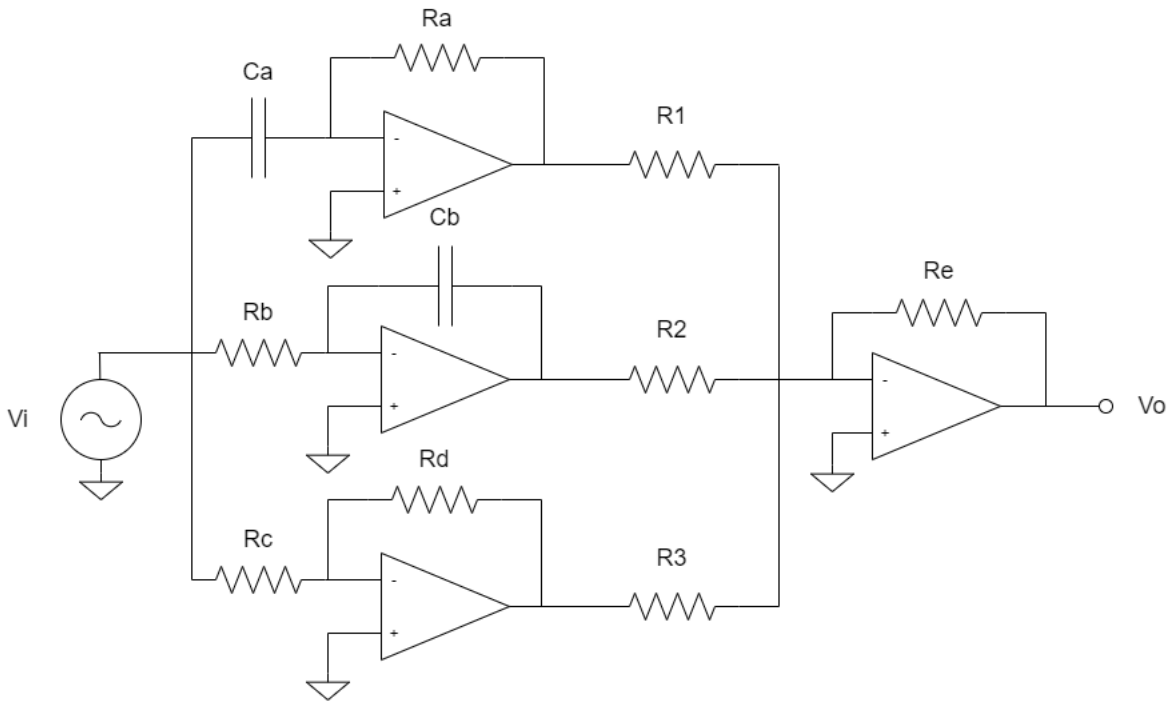
De esta forma, si ambos capacitores son iguales, la calidad del filtro es igual a 0.5, en cambio si C_2 es 100 veces mayor que C_1 la calidad del filtro es de 5 (lo que significa que habría una amplificación de 14dB para la frecuencia de los polos). De esta forma, conviene que ambos valores sean iguales.

Criterios de corrección:

- **2 ptos.** Realiza análisis de frecuencias correcto y concluye qué tipo de filtro es.
- **2 ptos.** Encuentra satisfactoriamente función de transferencia.
- **2 ptos.** Concluye correctamente acerca del tamaño de C_2.

Problema 4

El siguiente circuito está compuesto por cuatro amplificadores operacionales ideales.



a) Nombre las diferentes configuraciones de amplificadores operacionales que se observan en el circuito.

b) Encuentre V_o/V_i en función de los parámetros del circuito, considerando $R_1 = R_2 = R_3 = R_a = R_b = R_c = R_d = R_e = R$.

Solución

a) A continuación se nombran las configuraciones existentes:

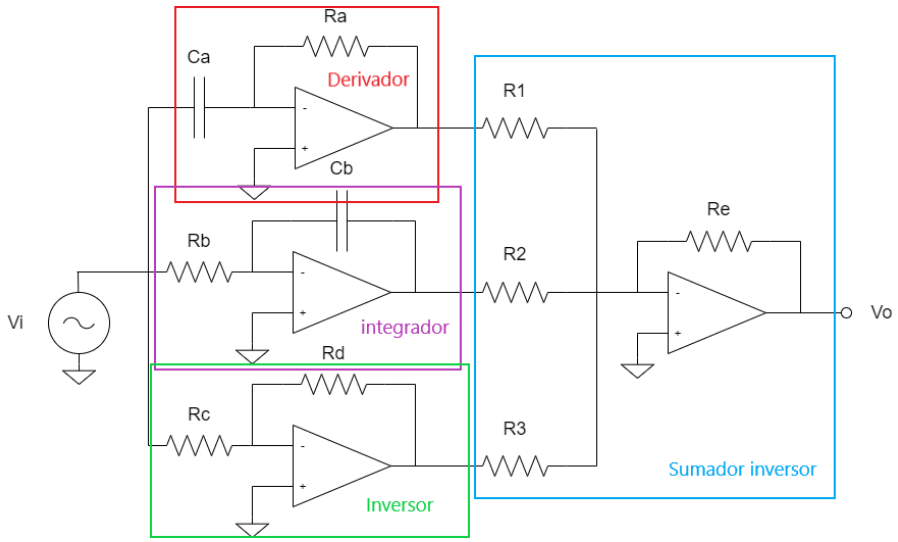


Figura 4: Amplificadores operacionales

b) Considerando las funciones de transferencia de cada tipo de amplificador se tiene:

Derivador

$$V_{out1} = -V_i \; sR_aC_a$$

Integrador

$$V_{out2} = -\frac{V_i}{sR_bC_b}$$

Amplificador Inversor

$$V_{out3} = -V_i\frac{R_d}{R_c}$$

Sumador inversor

$$V_o = -Re(\frac{V_{out1}}{R_1} + \frac{V_{out2}}{R_2} + \frac{V_{out3}}{R_3})$$

Luego, como $R_1 = R_2 = R_3 = R$, en la última configuración se tiene:

$$V_o = -Re(\frac{V_{out1}}{R} + \frac{V_{out2}}{R} + \frac{V_{out3}}{R})$$

Reemplazando V_{out1}, V_{out2} y V_{out3} se llega finalmente a:

$$V_o = -Re(\frac{-V_i \; sR_aC_a}{R} + \frac{-\frac{V_i}{sR_bC_b}}{R} + \frac{-V_i\frac{R_d}{R_c}}{R})$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_e}{R}(sR_aC_a + \frac{1}{sR_bC_b} + \frac{R_d}{R_c})$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_e}{R}\frac{(s^2R_aC_aR_bC_bR_c + R_c + sR_dR_bC_b)}{sR_bC_bR_c}$$

Criterios de corrección:

- **1 pto.** Nombrar correctamente las configuraciones de los amplificadores operacionales.
- **1 ptos.** Determinar/enunciar correctamente las ecuaciones de las configuraciones anteriormente mencionadas.
- **2 ptos.** Determinar correctamente la relación entre las configuraciones de los amplificadores operacionales, es decir, que los voltajes de salida de los Opamps Derivador, Integrador e Inversor son la entrada del Sumador inversor; y con esto integrar aquello en la ecuación general.
- **2 ptos.** Determinar correctamente relación $\frac{V_o}{V_i}$.