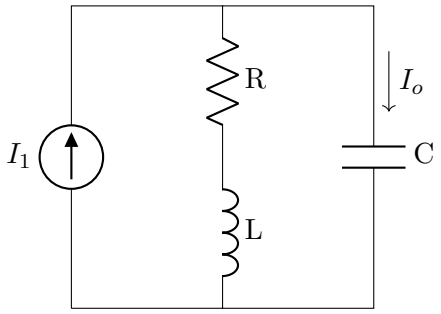
# Examen

- Escriba la respuesta a cada problema en la hoja que corresponda. No olvide colocar su número de lista y nombre.
- No se permiten consultas de NINGÚN tipo. Si considera que falta información, haga una suposición razonable, que no se contraponga al enunciado, y déjela claramente expresada.

---

1. (a) [4 ptos.]*Función de transferencia.* Para el circuito de la figura, encuentre la función de transferencia $H(\omega)$ definida como $I_o(\omega) = H(\omega)I_1(\omega)$

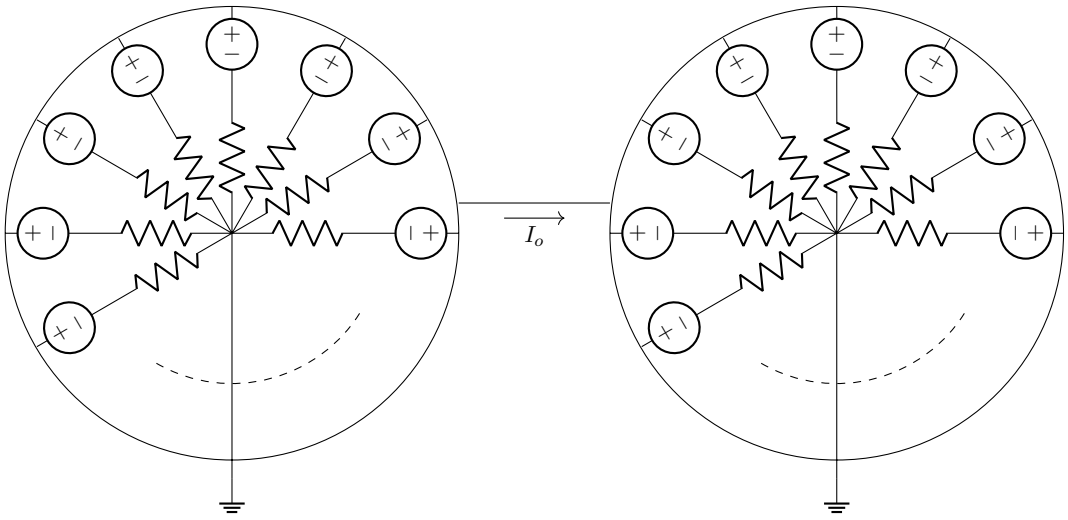



**Solución:** $I_o$ se puede encontrar empleando un divisor de corriente:

$$I_o = \frac{R + j\omega L}{R + j\omega L + 1/j\omega C} I_1 = \frac{j\omega RC - \omega^2 LC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1} I_1$$

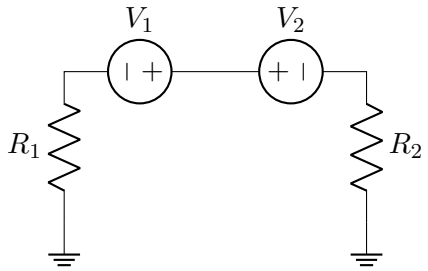
$$H(\omega) = \frac{j\omega RC - \omega^2 LC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1}$$

(b) [4 ptos.]*Bicicleta eléctrica.* En el circuito de la figura, en la "rueda" izquierda las fuentes son de voltaje $V_1$ y los resistores de resistencia $R_1$. En la "rueda" derecha las fuentes son de $V_2$ y los resistores de $R_2$. Ambas "ruedas" tienen $n$ "rayos". Encuentre $I_o$.



**Solución:**

El circuito para cada rayo es



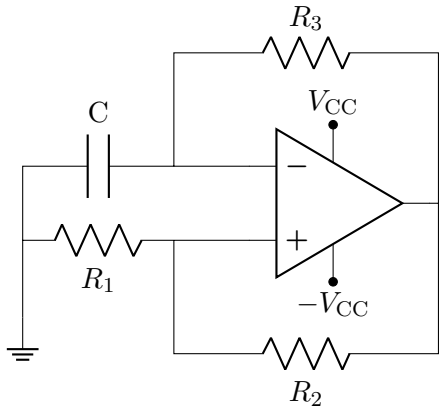

Por lo que la corriente para cada rayo es

$$I_n = \frac{V_1 - V_2}{R_1 + R_2}$$

y el total es

$$I_o = n\frac{V_1 - V_2}{R_1 + R_2}$$

2. (a) [4 ptos.] *Opamp.* ¿Cuál es el máximo voltaje (en valor absoluto) que puede alcanzar el capacitor?




**Solución:**

Supongamos que el opamp está en el estado positivo (la salida es $V_{CC}$). En este caso, la entrada "+" tiene un voltaje

$$V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

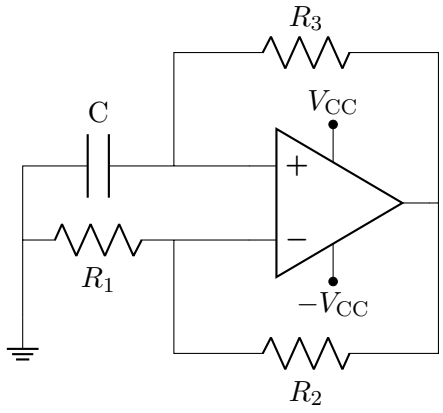
Y ese es el máximo voltaje que puede alcanzar el capacitor porque si supera ese límite, $V_-$ superaría $V_+$, lo que invertiría la salida del opamp.

Por otro lado, si suponemos que el opamp está en el estado negativo, la entrada "+" tiene un voltaje

$$V_+ = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

Y ese es el mínimo voltaje que puede alcanzar el capacitor porque si es menor que eso, $V_-$ sería menor que $V_+$, lo que cambiaría la salida del opamp a positivo.

(b) [4 ptos.] *Opamp al revés.* ¿Cuál es el máximo voltaje (en valor absoluto) que puede alcanzar el capacitor? Note que ahora el opamp está al revés.

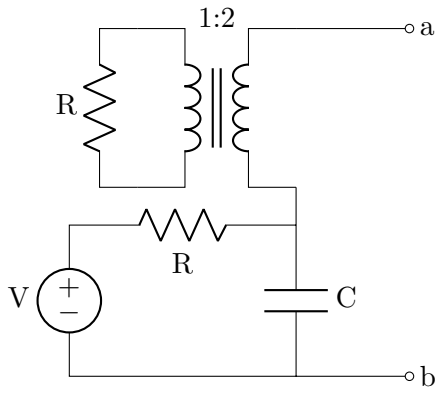


**Solución:** Si suponemos que el opamp está en estado positivo, tenemos $V_+ > V_-$ o

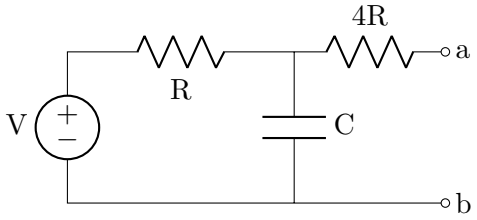
$$V_+ > \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{CC}}$$

es decir, no hay límites para la carga del capacitor, más allá del máximo voltaje $V_{\text{CC}}$. Lo mismo sucede cuando el opamp está en estado negativo, cuando la carga del capacitor alcanzará $-V_{\text{CC}}$.

3. (a) [4 ptos.] *Transformador intruso.* Encuentre el equivalente de Thevenin fasorial visto desde los terminales $a$ y $b$ para el siguiente circuito, que incluye un transformador ideal




**Solución:**
Si llevamos la resistencia al secundario del transformador, el circuito es equivalente a




El voltaje de circuito abierto es

$$V_{\text{OC}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} V = \frac{1}{j\omega RC + 1} V$$

Para calcular la corriente de corto circuito hacemos mallas, llamando $i$ a la corriente por la fuente:

$$V = Ri + \frac{1}{j\omega C}(i - I_{\text{CC}})$$

$$\frac{1}{j\omega C}(I_{\text{CC}} - i) + 4RI_{\text{CC}} = 0$$

de donde se despeja

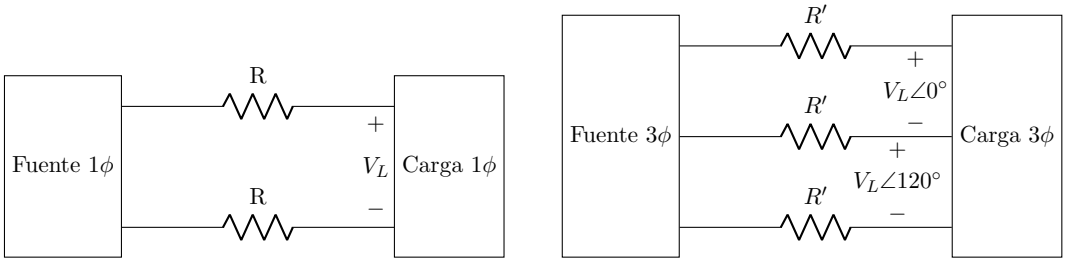
$$I_{\text{CC}} = \frac{V}{R(j\omega 4RC + 5)}$$

De donde el equivalente de Thevenin es

$$V_{\text{Th}} = \frac{1}{j\omega RC + 1} V$$

$$Z_{\text{Th}} = \frac{R(j\omega 4RC + 5)}{j\omega RC + 1}$$

(b) [4 ptos.] *Cables de transmisión.* Se tiene dos sistemas de transmisión de energía eléctrica, uno monofásico y otro trifásico balanceado, como se muestran en la figura. Ambos tienen un voltaje de línea de magnitud $V_L$ (rms) y en ambos la potencia total consumida en la carga es $P_L$. Encuentre el valor de las resistencias $R'$ en función de $R$ de manera que la potencia total disipada en los cables para ambos sistemas sea la misma. Se está usando un modelo puramente resistivo para los cables.




**Solución:**

Para el sistema monofásico, se tiene $I_L = P_L/V_L$ de donde la potencia consumida en los dos cables es

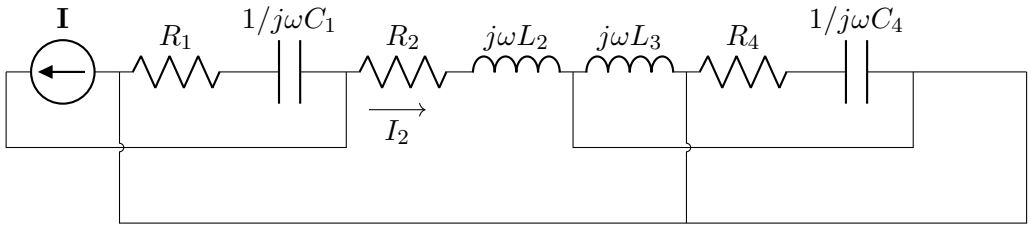
$$P_c = 2RI_L^2 = 2R\frac{P_L^2}{V_L^2}$$

Para el sistema trifásico, se tiene $I_L = P_L/\sqrt{3}V_L$ de donde la potencia consumida en los tres cables es

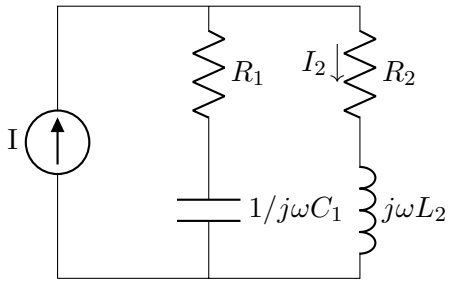
$$P_c = 3R'I_L^2 = 3R'\frac{P_L^2}{3V_L^2} = R'\frac{P_L^2}{V_L^2}$$

Es decir, con $R' = 2R$ la potencia total disipada en los cables será la misma. Esto muestra que en un sistema trifásico se pueden tolerar cables de mayor resistencia (o menor diámetro).

4. (a) [4 ptos.]*Enredo geométrico.* En el circuito de la figura, la fuente produce una corriente **I** (fasorial). Encuentre $I_2$.



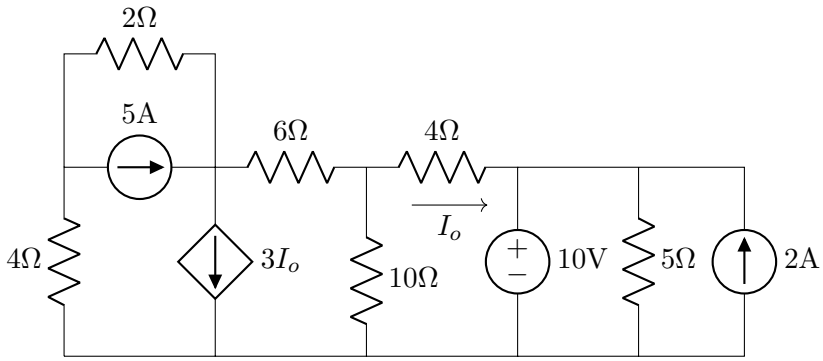

**Solución:** Lo primero a considerar es que $L_3$, $R_4$ y $C_4$ están cortocircuitados por lo que no juegan ningún rol en el circuito. Ordenando el dibujo tenemos



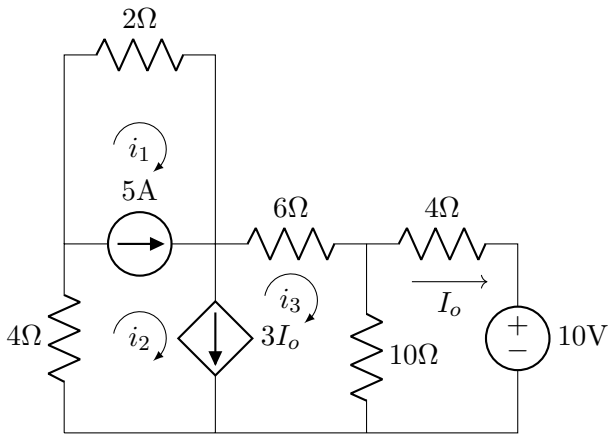

Haciendo divisor de corriente tenemos

$$I_2 = \frac{R_1 + 1/j\omega C_1}{R_1 + 1/j\omega C_1 + R_2 + j\omega L_2} I = \frac{j\omega R_1 C_1 + 1}{j\omega(R_1 + R_2)C_1 - \omega^2 L_2 C_1 + 1} I$$

(b) [4 ptos.]*Fuentes y resistencias.* Para el circuito de la figura encuentre $I_o$.




**Solución:** Definiendo mallas:




La supermalla 1-2-3 nos da

$$4i_2 + 2i_1 + 6i_3 + 10(i_3 - I_o) = 0 \tag{1}$$

De la fuente de 5A:

$$i_2 - i_1 = 5 \tag{2}$$

De la fuente dependiente

$$i_2 - i_3 = 3I_o \tag{3}$$

y finalmente la última malla

$$10(i_3 - I_o) - 4I_o = 10 \tag{4}$$

Resolviendo estas ecuaciones tenemos:

$$i_2 = 5 + i_1$$

$$i_3 = 5 + i_1 - 3I_o$$

$$4(5 + i_1) + 2i_1 + 6(5 + i_1 - 3I_o) + 10(5 + i_1 - 3I_o - I_o) = 0$$

$$10(5 + i_1 - 3I_o - I_o) - 4I_o = 10$$

$$50 + 11i_1 - 29I_o = 0$$

$$20 + 5i_1 - 22I_o = 0$$

De donde $I_o = -0.31$.