IEE2123-1 Circuitos Eléctricos - 1er Semestre 2017
Profesor: Daniel Olivares Q.
Ayudantes: Rodrigo Bernal Christian Busse Martín Cepeda
Tomás Herrera Yoav Navon Rodrigo Troncoso

Tarea 5

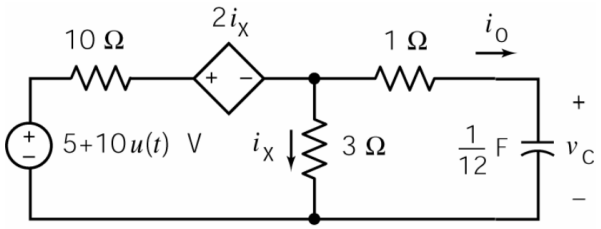
Circuitos de Primer Orden

Fecha de Entrega: Día XX de XXXXX hasta las 23:59 horas.

- La Tarea debe ser subida en formato .pdf al Siding, junto a los archivos adjuntos necesarios en un formato .rar o .zip.
- No se aceptarán fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc. podrán ser hechas a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. por tarea si se escribe en LaTeX.
- Evite entregar tareas de más de 10 MB de peso debido a imágenes de alta resolución.

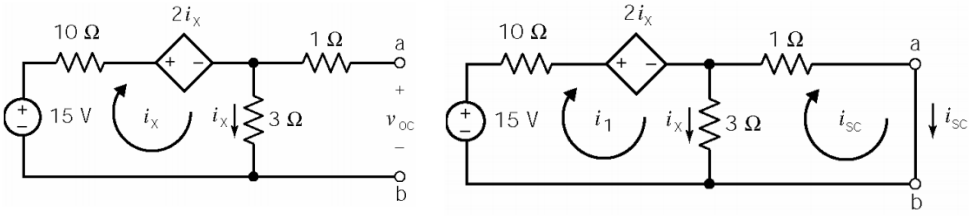
Problema 1

Determine la corriente $i_O(t)$ del siguiente circuito:



Solución: Para $t < 0$, la fuente independiente entrega 5 V y el capacitor actúa como OC. Haciendo KVL en la malla queda que $i_x = 1/3$ luego $v_C(0) = 1$.

Para $t > 0$, calculamos el equivalente de Thévenin:



Tenemos que $v_{OC} = 3i_x$ con $(10 + 2 + 3)i_x - 15 = 0 \Rightarrow i_x = 1$ luego $v_{OC} = 3$

Para i_{SC}, tenemos que $i_x = i_1 - i_{SC}$ y las ecuaciones de la malla quedan como:

$$\begin{aligned} 10i_1 + 2(i_1 - i_{SC}) + 3(i_1 - i_{SC}) - 15 = 0 \\ i_{SC} - 3(i_1 - i_{SC}) = 0 \end{aligned}$$

De donde

$$i_{SC} = 1$$

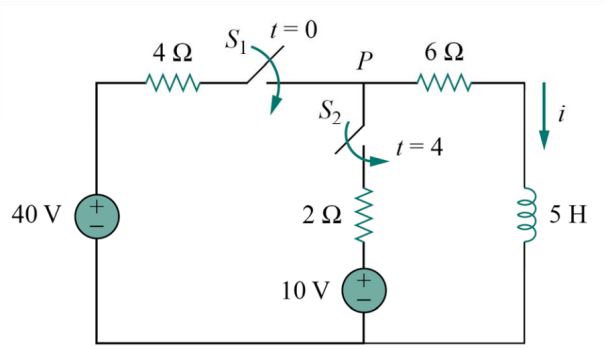
Así, $R_{Th} = 3$ y el circuito se simplifica a un circuito RC con $V = 3$, $R = 3$ y $C = 1/12$. Con esto, para $t > 0$:

$$v_C(t) = (1 - 3)e^{-4t} + 3$$

Luego $i_O(t) = i_C(t) = C \cdot v_C'(t) = \frac{2}{3}e^{-4t}$

Problema 2

Calcule $i(t)$ para $t > 0$, grafique:



Solución: Para $t < 0$ ambos interruptores están abiertos, luego $i(t) = 0$. Para $0 < t < 4$, tenemos un circuito RL con $R = 10$ y $L = 5$ luego $\tau = 1/2$ y $i(t) = (0 - 4)e^{-2t} + 4$. Notamos que $i(4^-) \approx 4$.

Para $t > 4$, buscamos el equivalente de Thévenin. Así, $R_{Th} = (2||4) + 6 = 22/3$ con lo que $\tau = 15/22$. El voltaje de Thévenin será aquel del punto P, haciendo KCL se tiene:

$$\frac{40 - V_{Th}}{4} = \frac{V_{Th} - 10}{2} \Longrightarrow V_{Th} = 20$$

Así, para $t > 4$:

$$i(t-4) = (4 - \frac{30}{11})e^{-\frac{22}{15}(t-4)} + \frac{30}{11}$$

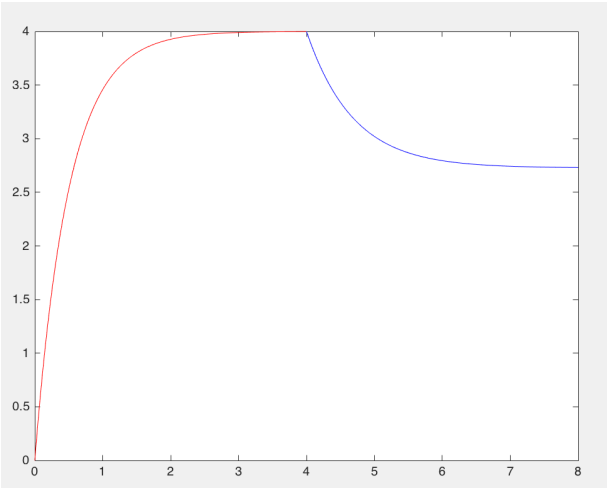
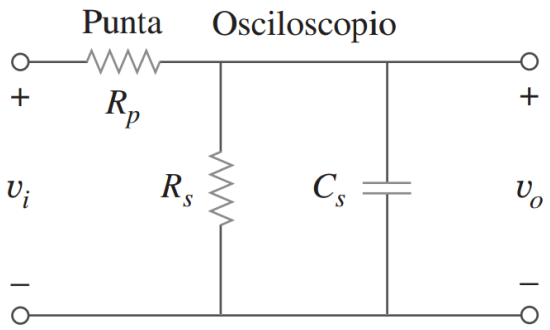


Figura 1: Gráfico de la corriente

Problema 3

Se diseñó una punta atenuadora empleada en los osciloscopios para atenuar la magnitud de la tensión de entrada v_i por un factor de 10.



El osciloscopio tiene una resistencia interna R_s y una capacitancia C_s, mientras que la punta tiene una resistencia interna R_p. Si R_p está fija en 6 MΩ, halle R_s y C_s para que el circuito tenga una constante de tiempo de 15 μs.

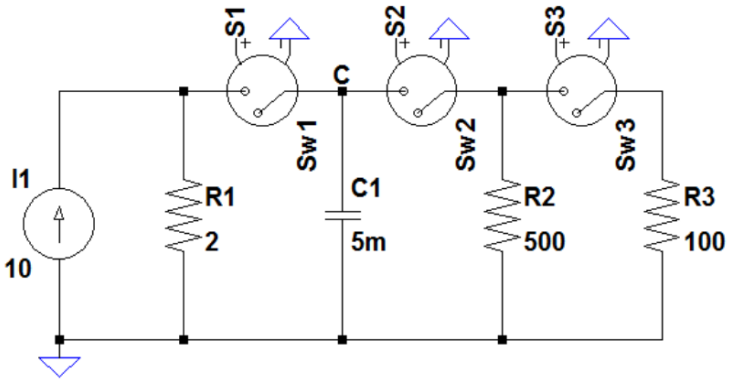
Solución: Haciendo el equivalente de Thévenin para el capacitor tenemos que $v_{Th} = \frac{R_s}{R_p+R_s} v_i$ y $R_{Th} = R_s||R_p = 0{,}6$ MΩ.

Como sabemos que la atenuación es a la décima parte, $\frac{R_s}{R_s+R_p} = \frac{1}{10}$ luego $R_s = 2/3$ MΩ.

La constante de tiempo queda entonces como $\tau = R_{Th} \cdot C_s$ e imponiendo lo descrito en el enunciado se tiene que $C_s = \frac{15 \cdot 10^{-6}}{0{,}6 \cdot 10^{6}} = 25$ pF.

Problema 4

En el siguiente circuito, `Sw1` ha estado cerrado desde el origen de los tiempos, mientras que `Sw2` y `Sw3` han estado abiertos en ese tiempo. Para $t = 0$, `Sw1` se abre y `Sw2` se cierra. Luego de 0,5 segundos en esas condiciones, se cierra `Sw3` manteniendo los otros interruptores tal cual estaban.



a) Calcule la expresión para el voltaje del capacitor y las corrientes que pasan por R_2 y R_3.

b) Determine por cuánto tiempo la corriente por R_3 es mayor que 30 mA.

c) Compruebe sus resultados con LTspice. Utilice una ventana de 6 segundos en la que el capacitor comience completamente cargado. *Investigue sobre los interruptores controlados por corriente* `sw`.

Solución:

a) Antes de $t = 0$, el circuito se compone de la resistencia de 2 Ω en serie con la fuente.

Así, $V_C(0^-)$ =20 V = $V_C(0^+)$ Cuando se abre `Sw1` y se cierra `Sw2` se tiene un circuito RC en descarga, luego para $0 < t < 0{,}5$:

$$V_C(t) = (20 - 0)e^{-\frac{t}{\tau}} + 0$$

con $\tau = 500 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$. Así $I_2 = \frac{V_C}{R_2} = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{25}$. Como R_3 no cierra el circuito, $I_3 = 0$. Con esto se tiene que $V_C(0{,}5^-) = 16{,}37 = V_C(0{,}5^+)$.

Para $t > 0{,}5$, se tiene el mismo comportamiento pero con un τ distinto. El voltaje entonces queda como:

$$V_C(t - 0{,}5) = (16{,}37 - 0)e^{-\frac{t-0{,}5}{\tau}} + 0$$

con $\tau = 500||100 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$. Las corrientes ahora quedan como

$$I_2(t - 0{,}5) = \frac{16{,}37}{500}e^{-\frac{t-0{,}5}{\tau}}$$
$$I_3(t - 0{,}5) = \frac{16{,}37}{100}e^{-\frac{t-0{,}5}{\tau}}$$

b) Se debe resolver:

$$\frac{16{,}37}{100}e^{-\frac{t-0{,}5}{\tau}} = 30 \cdot 10^{-3} \Rightarrow t = 1{,}2$$

c) La simulación entrega lo siguiente:

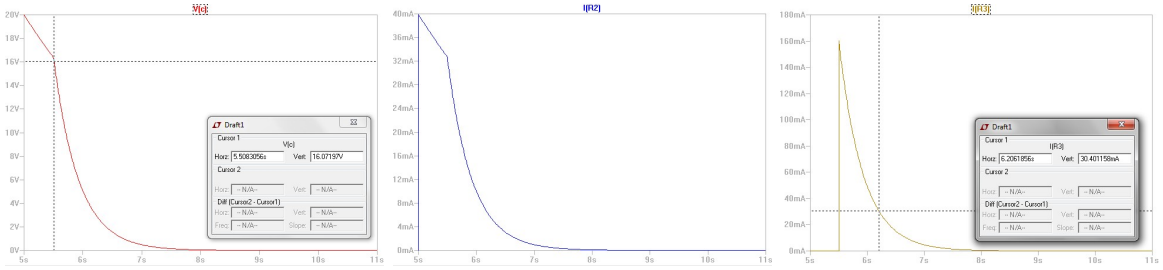


Figura 2: Gráficos de V_C, I_2 y I_3 respectivamente