Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 – Circuitos Eléctricos

Ayudantía 14

Profesor David Watts – 2023-1
Ayudante Ignacio Barrientos (Ignacio.barrientos@uc.cl)

Problema 1

Considerando los circuitos de la Figura 1 encuentre los parámetros H y Z

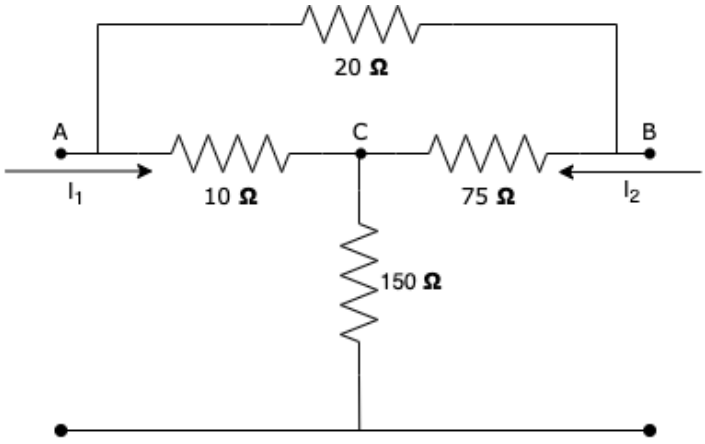


Figura 1: Tetrapolo

Problema 2

Considerando el circuito de la Figura 2 encuentre los parámetros T

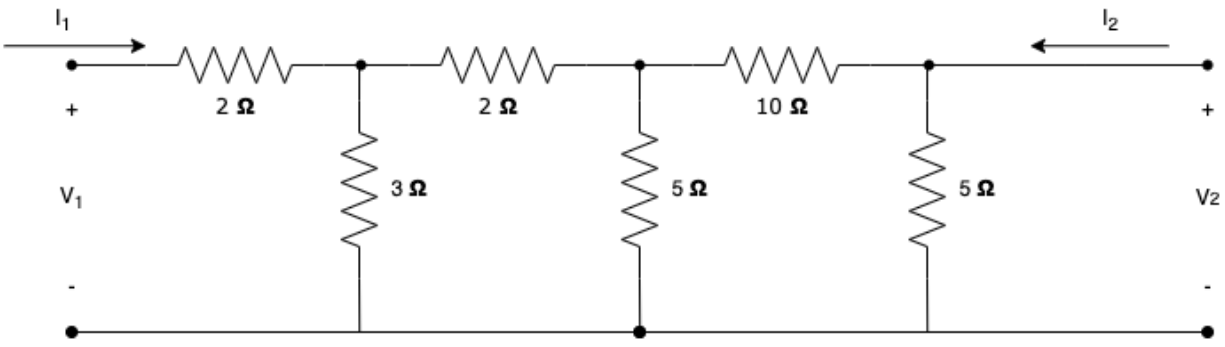


Figura 2: Tetrapolos en cascadas

Problema 3

Considerando el circuito de la Figura 3 encuentre los parámetros H

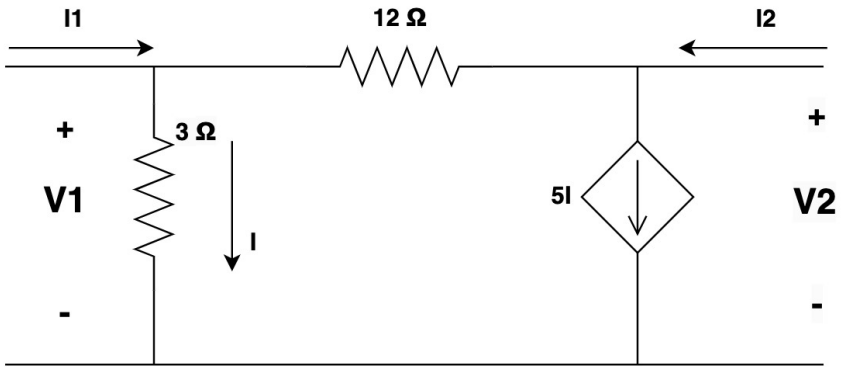


Figura 3: Red de dos puertas con fuente de corriente dependiente.

Problema 1

Considerando los circuitos de la Figura 1 encuentre los parámetros H y Z

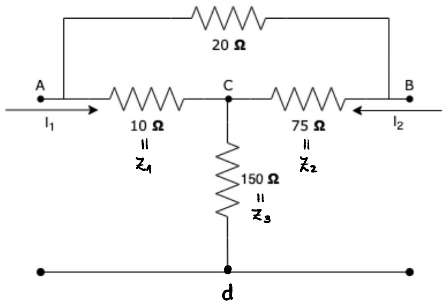
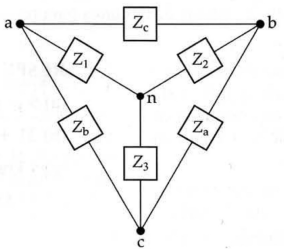


Figura 1: Tetrapolo

Se puede hacer Transformación Y → Δ :

Para cargas desbalanceadas :



Δ → Y

$$Z_1 = \frac{Z_b Z_c}{Z_a + Z_b + Z_c},$$

$$Z_2 = \frac{Z_c Z_a}{Z_a + Z_b + Z_c},$$

$$Z_3 = \frac{Z_a Z_b}{Z_a + Z_b + Z_c}.$$

Y → Δ

$$Z_a = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_1},$$

$$Z_b = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2},$$

$$Z_c = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_3}.$$

Recuperado del libro Nilsson.

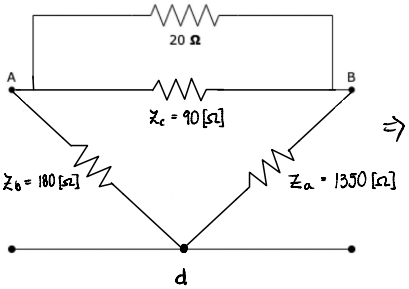
Remplazando se obtiene :

$Z_a = 1350\,[\Omega]$

$Z_b = 180\,[\Omega]$

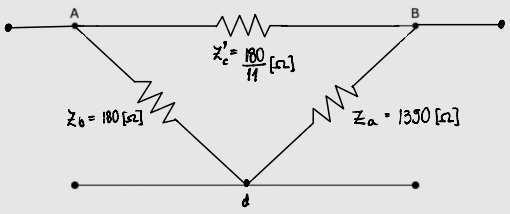
$Z_c = 90\,[\Omega]$

Con lo que el CKT queda :



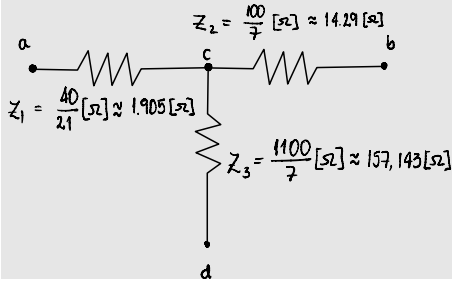
⇒

"Circuito Π"

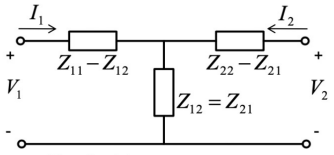


⇒

"Circuito T"



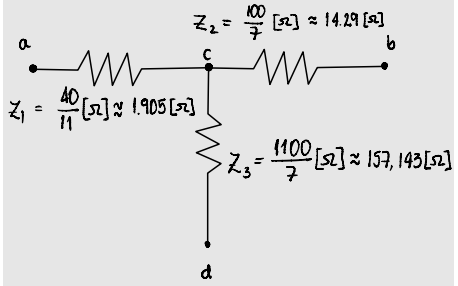
Primero, se buscarán los parámetros Z, que están definidos según lo siguiente:



Circuito T que representa los parámetros de impedancia

Entonces, de acuerdo a lo obtenido anteriormente:

"Circuito T"



$$Z_{12}=Z_{21}=\frac{1100}{7}[\Omega]\approx 157,14[\Omega]$$

$$Z_{11}-Z_{12}=\frac{40}{11}\Rightarrow Z_{11}=\frac{40}{21}+\frac{1100}{7}[\Omega]=\frac{3340}{21}[\Omega]\approx 159,05[\Omega]$$

$$Z_{22}-Z_{21}=\frac{100}{7}\Rightarrow Z_{22}=\frac{100}{7}+\frac{1100}{7}[\Omega]=\frac{1200}{7}[\Omega]\approx 171,429[\Omega]$$

entonces el sistema queda determinado según:

Impedancia Z	$V_1=Z_{11}I_1+Z_{12}I_2$ $V_2=Z_{21}I_1+Z_{22}I_2$

$$\equiv \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \equiv V = Z\,I \quad \text{con } V, I \in \mathbb{R}^2,\ Z \in \mathbb{M}_2$$

$$Z=\begin{pmatrix} \frac{3340}{21} & \frac{1100}{7} \\ \frac{1100}{7} & \frac{1200}{7} \end{pmatrix}$$

Equivalentemente, se podría haber resuelto el sistema de la siguiente manera:

Si $I_1=0 \Rightarrow V_1=Z_{12}I_2 \Rightarrow \frac{V_1}{I_2}=Z_{12}$

≡ Circuito abierto en el primario.

$V_2=Z_{22}I_2 \Rightarrow \frac{V_2}{I_2}=Z_{22}$

* Se coloca fuente de prueba en el secundario.

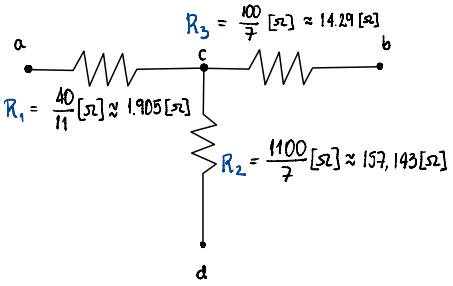
Si $I_2=0 \Rightarrow V_1=Z_{11}I_1 \Rightarrow \frac{V_1}{I_1}=Z_{11}$

≡ circuito abierto en el secundario.

$V_2=Z_{21}I_1 \Rightarrow \frac{V_2}{I_1}=Z_{21}$

* Se coloca fuente de prueba en el primario.

Ahora, para los parámetros h; nuevamente considerando el circuito T:



Considerando:

Híbrido h	$V_1=h_{11}I_1+h_{12}V_2$ $I_2=h_{21}I_1+h_{22}V_2$

al realizar $I_1 = 0$ y $V_2 = 0$ y utilizar las fuentes de prueba correspondientes (como en las diapositivas de clases) se obtiene lo siguiente:

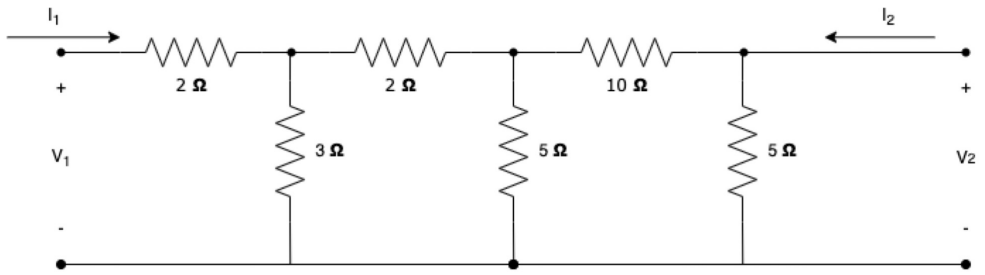
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} & \frac{R_2}{R_2 + R_3} \\ \frac{-R_2}{R_2 + R_3} & \frac{1}{R_2 + R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

por lo que al remplazar, se obtiene lo siguiente:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{3865}{231} & \frac{11}{12} \\ -\frac{11}{12} & \frac{7}{1200} \end{pmatrix}$$

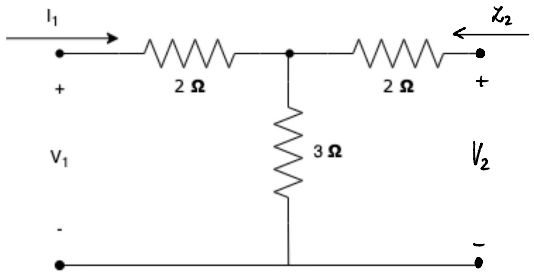
Problema 2

Considerando el circuito de la Figura 2 encuentre los parámetros T

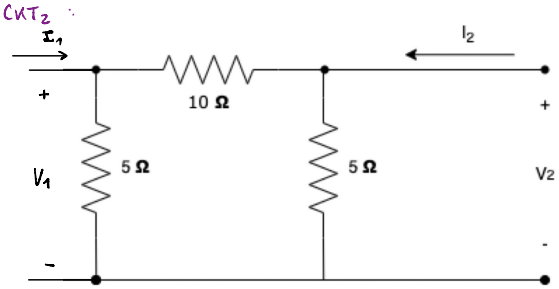


Es posible notar que se tiene un circuito T y un circuito π conectados en cascada:

CKT1:



CKT2:



Por lo que basta conocer los parámetros T de cada uno y luego la matriz total: $T = T_a T_b$

Entonces, considerando

Transmisión T	$V_1 = AV_2 - BI_2$ $I_1 = CV_2 - DI_2$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$

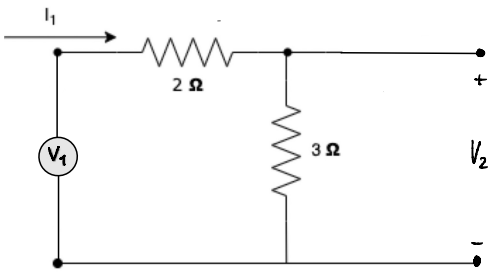
Luego, se tiene: $I_2 = 0$ $\equiv$ C.A.

$\frac{V_1}{V_2} = A$ $\quad \frac{I_1}{V_2} = C$ $\quad V_2 = 0$ $\equiv$ C.C. $\quad -\frac{V_1}{I_2} = B$ $\quad -\frac{I_1}{I_2} = D$

Ahora para CKT1:

$\frac{V_1}{V_2} \cdot V_2 - \frac{V_1}{I_2} I_2$

$I_2 = 0$:

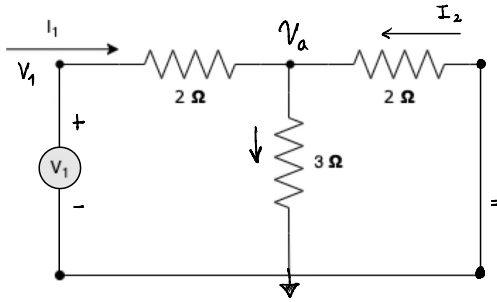


DIV. VOL.:

$V_2 = \frac{3}{5} V_1 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3} = A$

$V_2 = 3 \cdot I_1 \Rightarrow \frac{I_1}{V_2} = \frac{1}{3} = C$

$V_2 = 0$:



DIV. VOL.:

$V_a = \frac{3 // 2}{3 // 2 + 2} V_1 = 2 I_2$

$\Rightarrow V_a = \frac{3}{8} V_1 = -2 I_2 \Rightarrow -\frac{V_1}{I_2} = \frac{16}{3} \Rightarrow B = \frac{16}{3}$

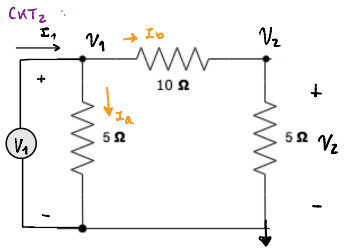
DIV. CORR.:

$I_2 = -\frac{3 // 2}{2} I_1 \Rightarrow -\frac{I_2}{I_1} = \frac{5}{3} \Rightarrow D = \frac{5}{3}$

Entonces, $T_1 = \begin{pmatrix} 5/3 & 16/3 \\ 1/3 & +5/3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & 16 \\ 1 & +5 \end{pmatrix}$

Ahora se busca T_2 :

$I_1 = 0$:



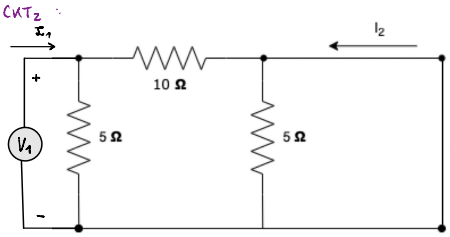
DIV. VOL : $V_2 = \frac{5}{15} V_1 = \frac{1}{3} V_1 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 3 = A$

DIV. COR. :

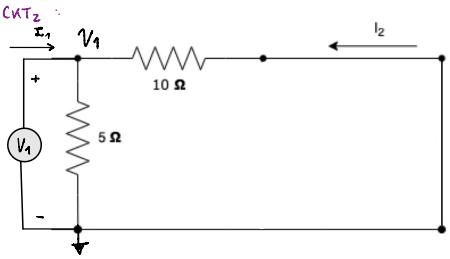
$I_b = \frac{15 /\!/ 5}{15} I_1 \wedge V_2 = 5 I_b \Rightarrow V_2 = \frac{15 /\!/ 5}{3} I_1$

$\Rightarrow V_2 = \frac{5}{4} I_1 \Rightarrow \frac{I_1}{V_2} = \frac{4}{5} = C$

$V_2 = 0$:



$\Rightarrow$



DIV. COR : $I_2 = -\frac{5 /\!/ 10}{10} I_1 = -\frac{1}{3} I_1 \Rightarrow -\frac{I_1}{I_2} = 3 \Rightarrow D = +3$

$V_1 = -10 I_2 \Rightarrow -\frac{V_1}{I_2} = 10 \Rightarrow B = +10$

Entonces :

$$T_2 = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 4/5 & 3 \end{pmatrix}$$

Finalmente :

$$T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & 16 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 4/5 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 139/5 & 98 \\ 7 & 25 \end{pmatrix}$$

Problema 3

Considerando el circuito de la Figura 3 encuentre los parámetros H

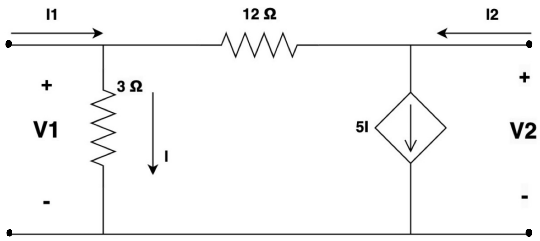


Figura 3: Red de dos puertas con fuente de corriente dependiente.

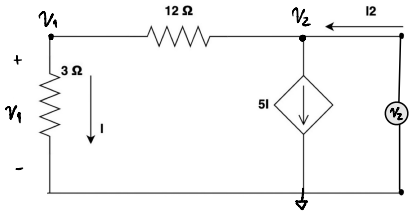
Considerando

Híbrido h	$V_1=h_{11}I_1+h_{12}V_2$ $I_2=h_{21}I_1+h_{22}V_2$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}}_{H} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Luego, se tiene: Si $I_1 = 0$ $\equiv$ C.A. $\Rightarrow$ $\frac{V_1}{V_2} = h_{12} \wedge \frac{I_2}{V_2} = h_{22}$ Si $V_2 = 0$ $\equiv$ C.C. $\Rightarrow$ $\frac{V_1}{I_1} = h_{11} \wedge \frac{I_2}{I_1} = h_{21}$

$I_1 = 0$

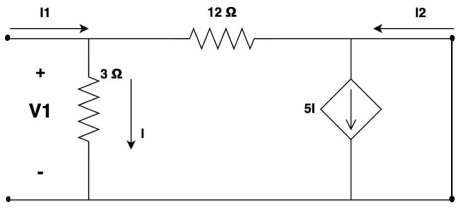


Div. Vol: $V_1 = \frac{3}{15} V_2 = \frac{1}{5} V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5} = h_{12}$

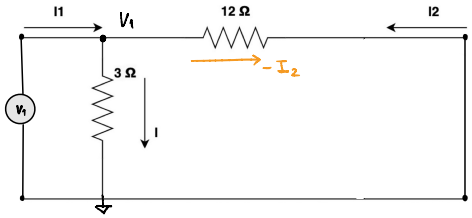
$I_2 = 5I + I = 6I \Rightarrow I = \frac{I_2}{6}$

$V_2 = 15\, I \Rightarrow V_2 = 15 \cdot \frac{I_2}{6} \Rightarrow \frac{I_2}{V_2} = \frac{6}{15} \Rightarrow \frac{I_2}{V_2} = \frac{3}{5} = h_{22}$

$V_2 = 0$



$\Rightarrow$



$\frac{V_1}{I_1} = (3 /\!/ 12) = \frac{12}{5} = h_{11}$ Div. Cor.: $I_2 = -\frac{3}{15} I_1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = -\frac{1}{5} = h_{21}$

Finalmente:

$$H = \begin{pmatrix} 12/5 & 1/5 \\ -1/5 & 3/5 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{H = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 12 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}}$$