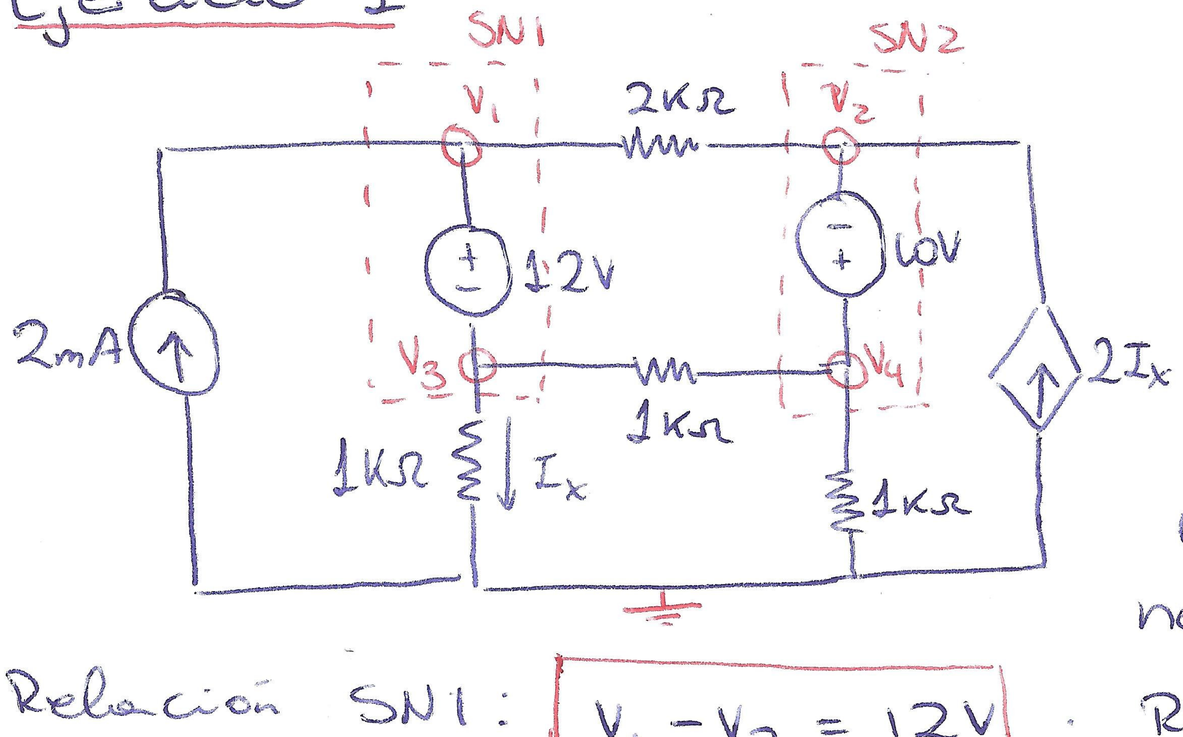
Pauta Tarea 2

Ejercicio 1



Notamos 2 supernodos; uno entre V_1 y V_3 (SN1) y otro entre V_2 y V_4 (SN2)

Hacemos las ecuaciones que relacionan los voltajes del super nodo

Relación SN1: $\boxed{V_1 - V_3 = 12V}$; Relación SN2: $\boxed{V_2 - V_4 = -60V}$

Luego realizamos las ecuaciones de los supernodos

$$\boxed{SN1: \quad \frac{V_1 - V_2}{2K\Omega} + \frac{V_3 - V_4}{1K\Omega} + \frac{V_3}{1K\Omega} = 2mA}$$

$$\boxed{SN2: \quad \frac{V_2 - V_1}{2K\Omega} + \frac{V_4 - V_3}{1K\Omega} + \frac{V_4}{1K\Omega} = 2I_x}$$

} Ecuación de corrientes que salen del supernodo iguales a las corrientes que entran al supernodo

Relacionamos I_x con los Voltajes $\longrightarrow \boxed{I_x = \frac{V_3}{1K\Omega}}$

Despejamos V_1 en función de $V_3 \longrightarrow \boxed{V_1 = 12V + V_3}$

Despejamos V_2 en función de $V_4 \longrightarrow \boxed{V_2 = V_4 - 60}$

} Reemplazamos en las ecuaciones de supernodo.

Reemplazando Valores

$$SN1: \quad \frac{V_3 - V_4 + 22V}{2K\Omega} + \frac{V_3 - V_4}{1K\Omega} + \frac{V_3}{1K\Omega} = 2mA$$

$$SN2: \quad \frac{V_4 - V_3 - 22V}{2K\Omega} + \frac{V_4 - V_3}{1K\Omega} + \frac{V_4}{1K\Omega} = \frac{2V_3}{1K\Omega}$$

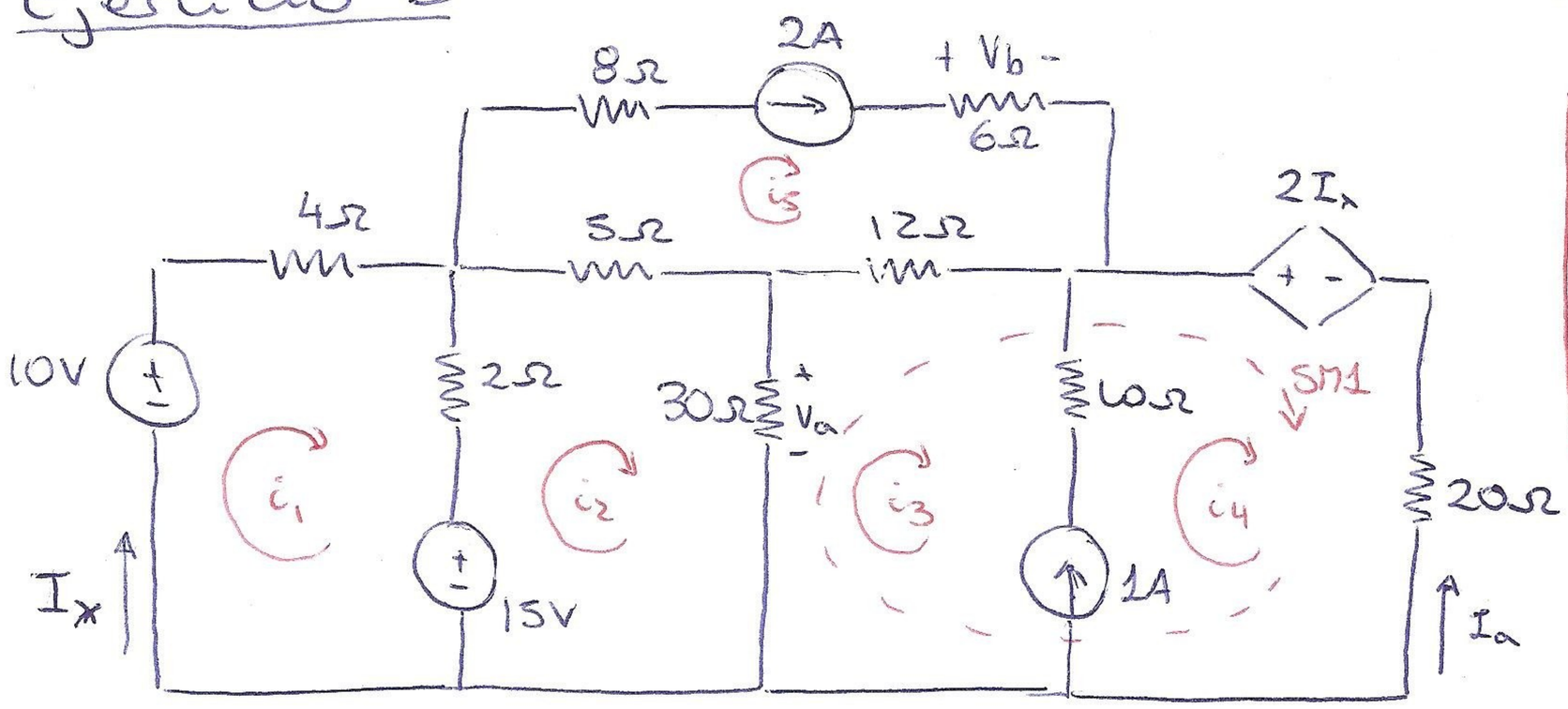
} Resolvemos el sist. de ecuaciones:

$\boxed{V_3 = -6V}$ ∧ $\boxed{V_4 = -4V}$

Calculamos I_x:

$$\boxed{I_x = \frac{V_3}{1K\Omega} = \frac{-6V}{1K\Omega} = -6mA}$$

Ejercicio 2



"Incognitas a resolver"

$I_x = i_1$

$I_a = -i_4$

$V_b = 6\Omega \cdot i_5$

$V_a = 30\Omega \cdot (i_2 - i_3)$

Notamos la existencia de una supermalla entre i_3 e i_4

Relación de SM1: $i_4 - i_3 = 1A \longrightarrow \boxed{i_4 = 1 - i_3}$

Por inspección: $\boxed{i_5 = 2A}$

Elaboramos las ecuaciones de las mallas M_1, M_2 y SM1

① M_1: $\boxed{4 \cdot i_1 + 2(i_1 - i_2) = -15V + 10V}$

M_2: $\boxed{2(i_2 - i_1) + 5(i_2 - i_5) + 30(i_2 - i_3) = 15V}$

SM1: $\boxed{30(i_3 - i_2) + 12(i_3 - i_5) + 20 i_4 = -2 I_x}$

Reemplazamos I_x, i_4 e i_5:

② M_2: $2(i_2 - i_1) + 5(i_2 - 2) + 30(i_2 - i_3) = 15V$

③ SM_1: $30(i_3 - i_2) + 12(i_3 - 2) + 20(i_3 + 1) = -2 i_1$

Resolvemos el sist. de ecuaciones compuesto por ①, ② y ③ obteniendo:

$\boxed{i_1 = -0,44A}$ $\boxed{i_2 = 1,178A}$ $\boxed{i_3 = 0,648A}$

$\hookrightarrow i_4 = i_3 + 1 = 1,648A$

Resolvemos las "Incognitas a resolver"

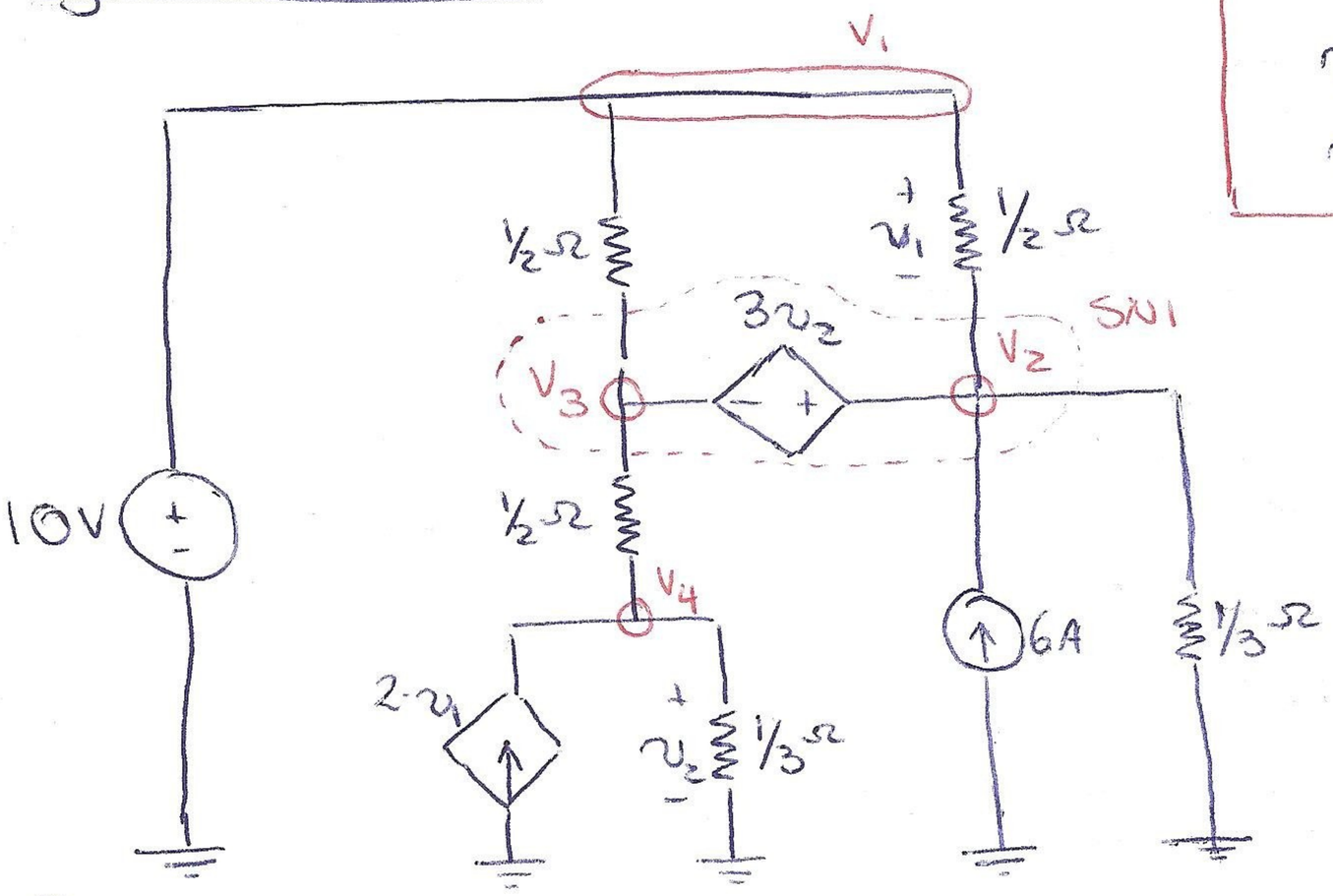
$\boxed{I_x = i_1 = -0,44A}$

$\boxed{I_a = -i_4 = -1,648A}$

$\boxed{V_a = 30\Omega(i_2 - i_3) = 30\Omega(1,178 - 0,648) = 15,9V}$

$\boxed{V_b = 6\Omega \cdot i_5 = 12V}$

Ejercicio 3



"Incognitas a resolver"

$v_1 = V_1 - V_2$

$v_2 = V_4$

Notamos la presencia de un supernodo entre V_2 y V_3

Ec. de relación: $V_2 - V_3 = 3v_2$

reemplazamos $v_2 \rightarrow V_2 - V_3 = 3V_4$

① V_2 en función de V_3 y V_4 → $\boxed{V_2 = 3V_4 + V_3}$

Redefinimos $v_1 \rightarrow$ $\boxed{v_1 = V_1 - 3V_4 - V_3}$

Por simple inspección tenemos que $\boxed{V_1 = 10V}$

Desarrollamos las ecuación de los nodos N_4 y SN_1

$$SN_1: \quad \frac{(V_3 - V_1)}{1/2} + \frac{(V_2 - V_1)}{1/2} + \frac{V_2}{1/3} + \frac{(V_3 - V_4)}{1/2} = 6A$$

$$N_4: \quad \frac{V_4}{1/3} + \frac{(V_4 - V_3)}{1/2} = 2v_1$$

Reemplazando V_1 y v_1

$$SN1: \quad \boxed{(V_3 - 10)\cdot 2 + (3V_4 + V_3 - 10)\cdot 2 + 3(3V_4 + V_3) + (V_3 - V_4)\cdot 2 = 6A}$$

$$N_4: \quad \boxed{3V_4 + 2(V_4 - V_3) = 2(10 - 3V_4 - V_3)}$$

Resolvemos el sist. de ecuaciones

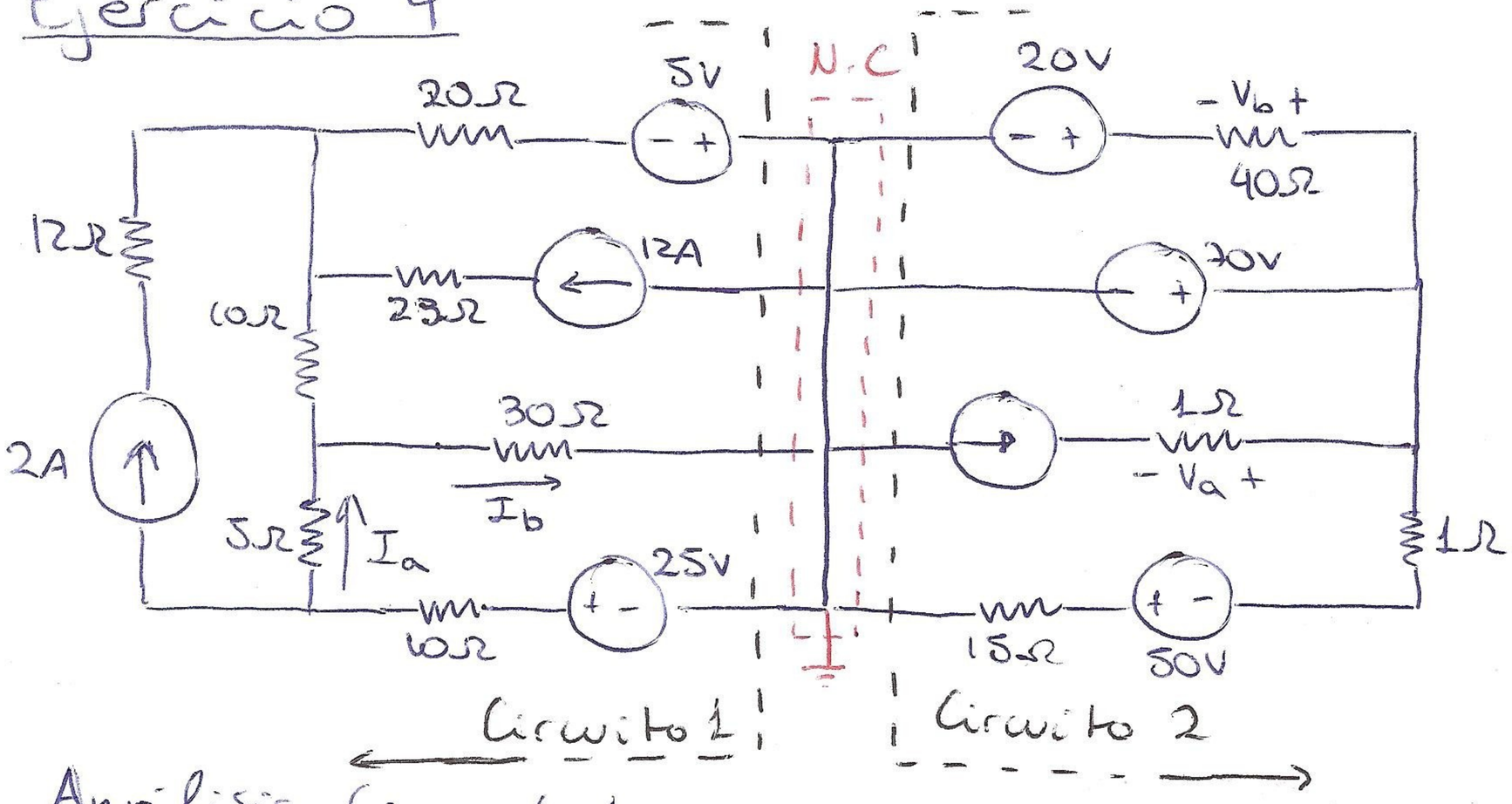
$$\boxed{V_3 = 2,\overline{48}\,V \quad y \quad V_4 = 1,\overline{81} \Rightarrow V_1 = 10V \text{ y } V_2 = 7,\overline{93}}$$ (→ por ①)

luego resolvemos las incognitas

$$\boxed{v_1 = V_1 - V_2 = 10 - 7,\overline{93} \approx 2,061\,V}$$

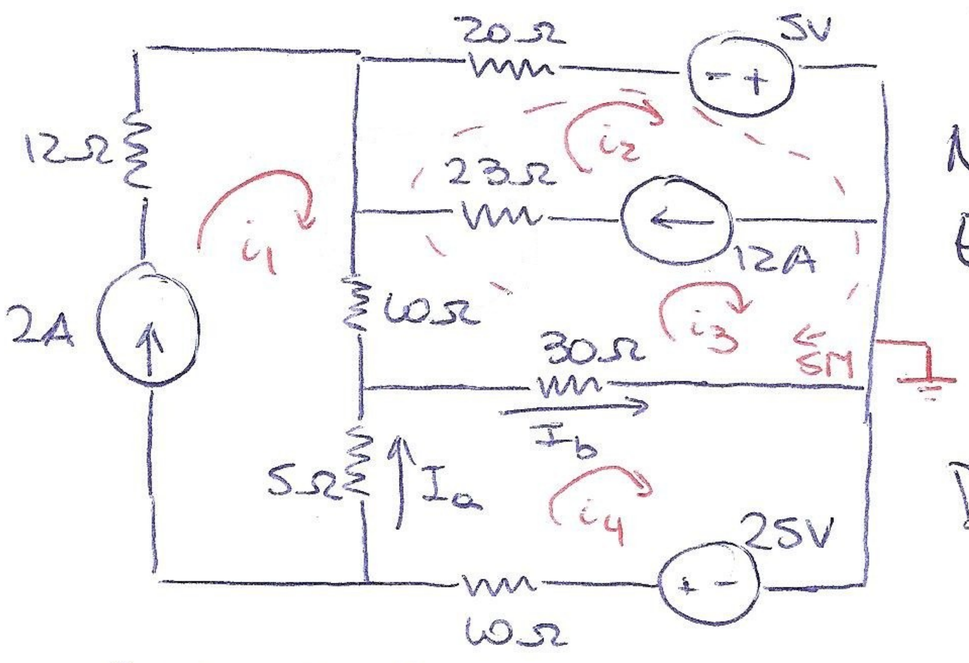
$$\boxed{v_2 = V_4 \approx 1,82V.}$$

Ejercicio 4



Por inspección podemos observar un nodo común (N.C) lo cual nos permite separar en 2 circuitos el circuito original.

Análisis Circuito 1



Por inspección $\boxed{i_1 = 2A,\ i_b = i_4 - i_3 \text{ y } i_a = i_4 - i_1}$ ①

Notamos una supermalla entre i_3 e i_2

Ecuación de relación SM: $i_2 - i_3 = 12A$

$\boxed{i_2 = 12 - i_3}$

Desarrollamos las ecuaciones de mallas

SM: $30(i_3 - i_4) + 10(i_3 - i_1) + 20 \cdot i_2 = 5\ V$

↳ Reemplazando i_2 e i_1 → SM: $\boxed{30(i_3 - i_4) + 10(i_3 - 2) + 20(12 + i_3) = 5V}$ ②

M_4: $10 \cdot i_4 + 5 \cdot (i_4 - i_1) + 30(i_4 - i_3) = 25\ V$

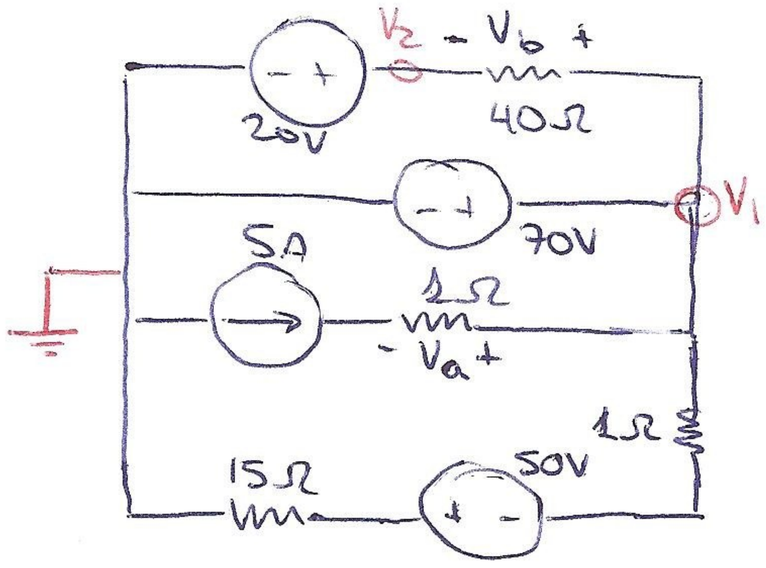
↳ Reemplazando i_1 → M_4: $\boxed{10 \cdot i_4 + 5(i_4 - 2) + 30(i_4 - i_3) = 25\ V}$ ③

Resolvemos el sist. de ecuaciones dado por ② y ③

→ $\boxed{i_3 = -4,79\ A}$ e $\boxed{i_4 = -2,42\ A}$

Reemplazamos i_3 e i_4 en ①: $\boxed{i_b = -2,42 + 4,79 = 2,37\ A}$ $\boxed{i_a = -2,42 - 2 = -4,42\ A}$

Análisis Circuito 2

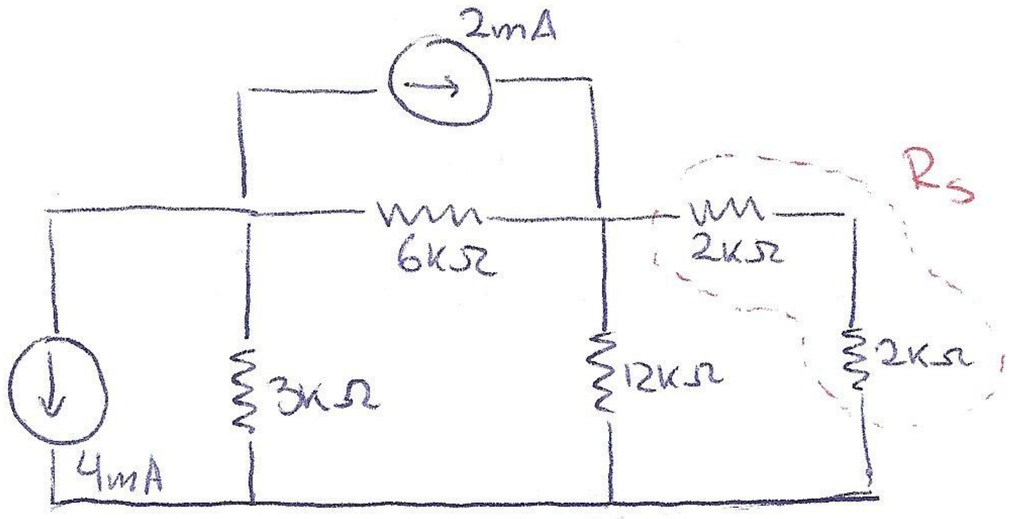


Por inspección $V_2 = 20V$ y $V_1 = 70V$

además $\boxed{V_b = V_1 - V_2 = 70 - 20 = 50V}$

y $\boxed{V_a = 1\Omega \cdot (-5A) = -5V}$

Ejercicio 5

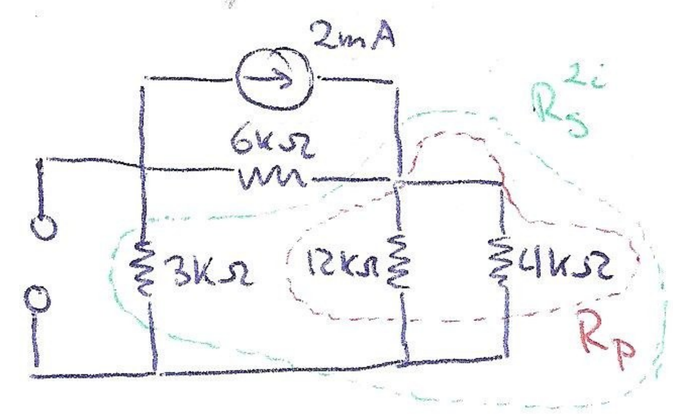


$R_S = 2K\Omega + 2K\Omega = 4K\Omega$

Notamos que la corriente sobre la resistencia de $2K\Omega$ horizontal es la misma que pasa sobre R_S.

Para calcular los aportes de cada fuente, apagamos todas menos la del aporte a evaluar

- **Aporte de la fuente de 2mA:**
  - ↳ Apagamos la de 4mA.

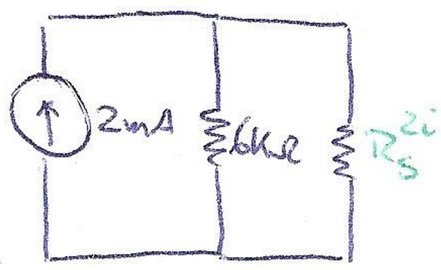


Calculamos R_S^{2i} y R_P

$$R_P = \left(\frac{1}{4k} + \frac{1}{12k}\right)^{-1} = 3K\Omega$$

$$R_S^{2i} = R_P + 3K\Omega = 6K\Omega$$

⟶

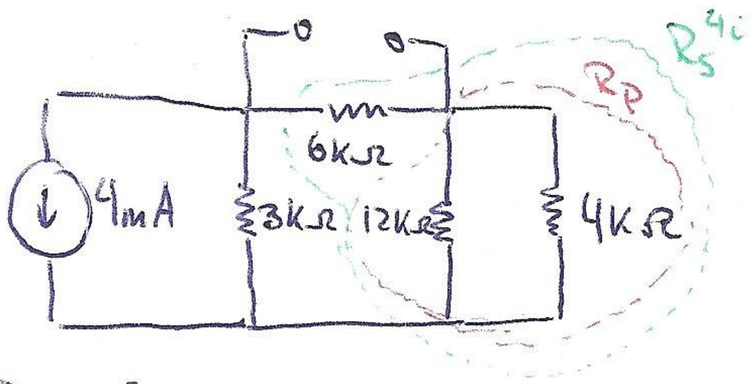


Realizamos divisores de corriente:

$$i_{R_S}^{2i} = 2mA \cdot \frac{6K\Omega}{6K\Omega + 6K\Omega} = 1mA \rightarrow i_{R_P} = 1mA$$, luego divisor de corriente entre $12K\Omega$ y $4K\Omega$:

$$i_{4K\Omega} = i_{R_P} \cdot \frac{12K\Omega}{12K\Omega + 4K\Omega} = \frac{3}{4}mA = i_{2K\Omega}^{2i}$$

- **Aporte de la fuente de 4mA**
  - ↳ Apagamos la de 2mA.

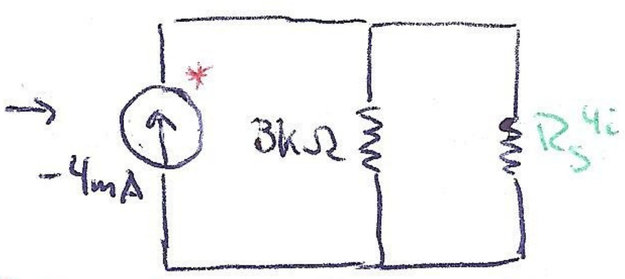


Calculamos R_P y R_S^{4i}

$$R_P = \left(\frac{1}{4K\Omega} + \frac{1}{12K\Omega}\right)^{-1} = 3K\Omega$$

$$R_S^{4i} = R_P + 6K\Omega = 9K\Omega$$

⟶



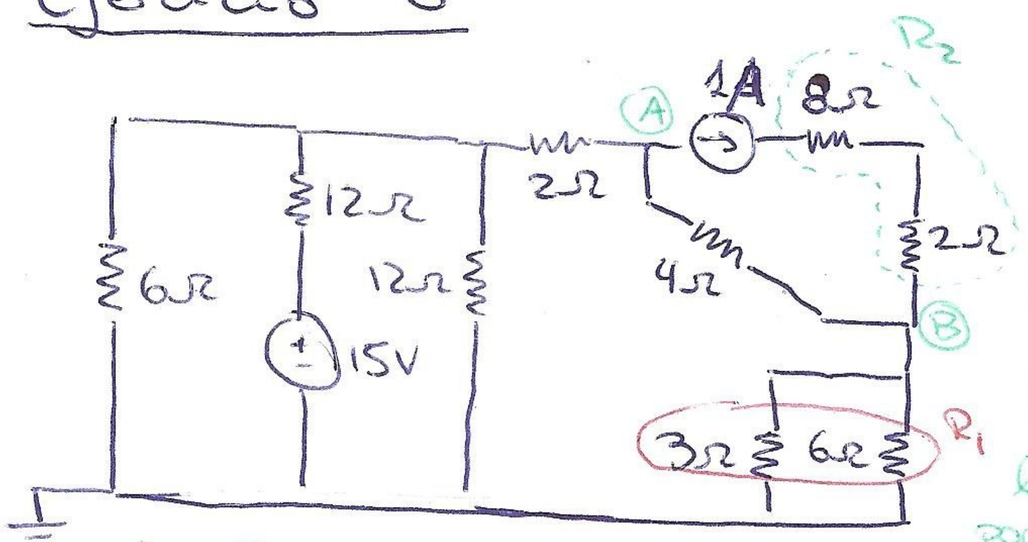
* Invertimos la fuente para que las corrientes que circulan por $R=2K\Omega$ tengan el mismo sentido.

Realizamos Divisores de corriente:

$$i_{R_S}^{4i} = -4mA \cdot \frac{3K\Omega}{9K\Omega + 3K\Omega} = -1mA \rightarrow i_{R_P} = -1mA$$, luego divisor de corriente entre $12K\Omega$ y $4K\Omega$: $i_{4K\Omega} = i_{R_P} \cdot \frac{12K\Omega}{12K\Omega + 4K\Omega} = -\frac{3}{4}mA = i_{2K}^{4i}$

Finalmente: $$I_{2K\Omega} = i_{2K}^{2i} + i_{2K}^{4i} = \frac{3}{4}mA + \left(-\frac{3}{4}\right)mA = 0A$$

Ejercicio 6:

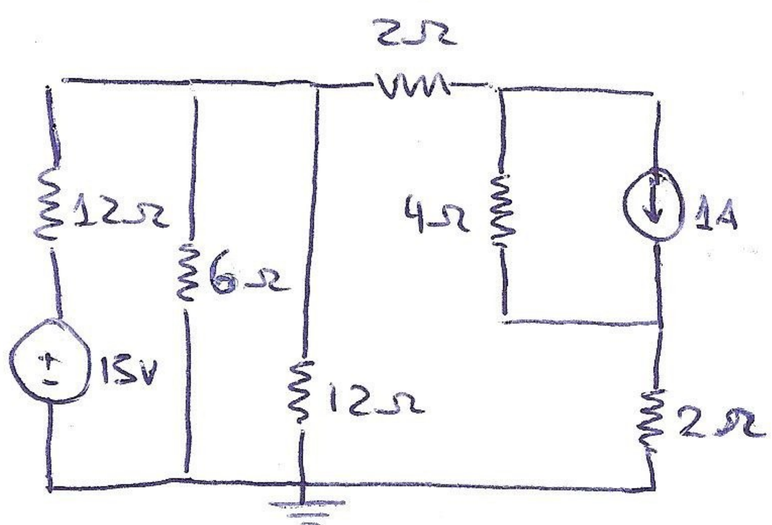


Reordenamos →

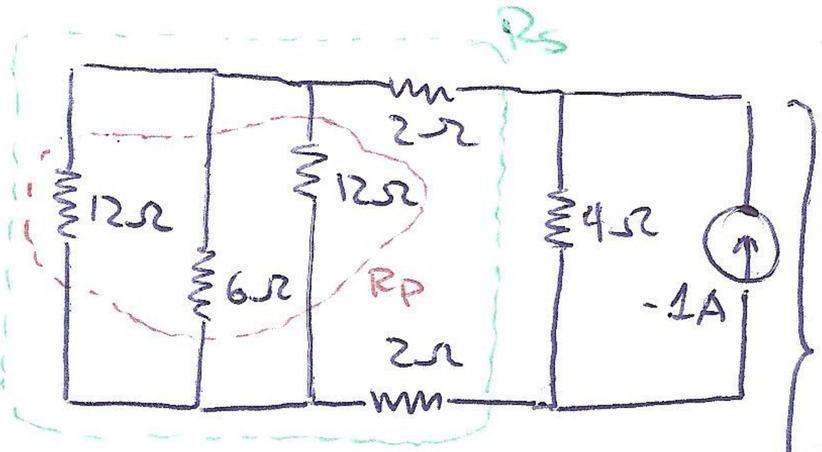
$R_1 = \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)^{-1} = 2\Omega$

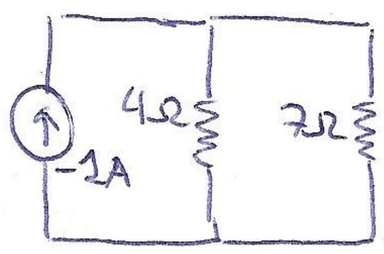
R_2 no afecta en los calculos ya que por los terminales A y B la corriente siempre es de 1A.

Circuito a trabajar.



Apagamos fuente de 15V





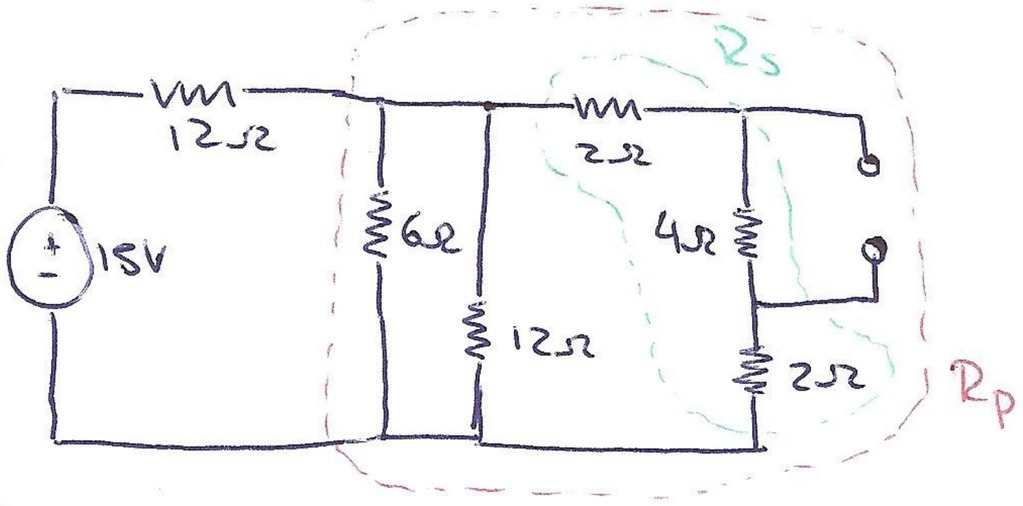
$R_P = \left(\frac{1}{12\Omega}+\frac{1}{12\Omega}+\frac{1}{6\Omega}\right)^{-1} = 3\Omega$

$R_S = 3\Omega + 2\Omega + 2\Omega = 7\Omega$

Por divisor de corriente

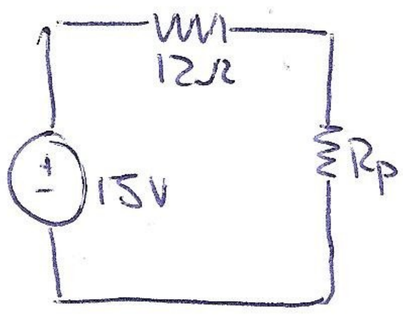
$$i_{4\Omega} = -1 \cdot \frac{7\Omega}{4\Omega+7\Omega} = -0,\overline{63}\ A.$$

Apagamos fuente de 1A



$R_S = 2\Omega + 4\Omega + 2\Omega = 8\Omega$

$R_P = \left(\frac{1}{6\Omega}+\frac{1}{12\Omega}+\frac{1}{8\Omega}\right)^{-1} = 2,\overline{6}\Omega$



Por divisor de voltaje

$$V_{R_P} = \frac{15 \cdot R_P}{12+R_P} = 2,\overline{72}\ V$$

luego $V_{R_P} = V_{R_S}$ y $I_{R_S} = i_{4\Omega}^{15V}$

$$I_{R_S} = \frac{V_{R_S}}{R_S} = 0,3409 = i_{4\Omega}^{15V}$$

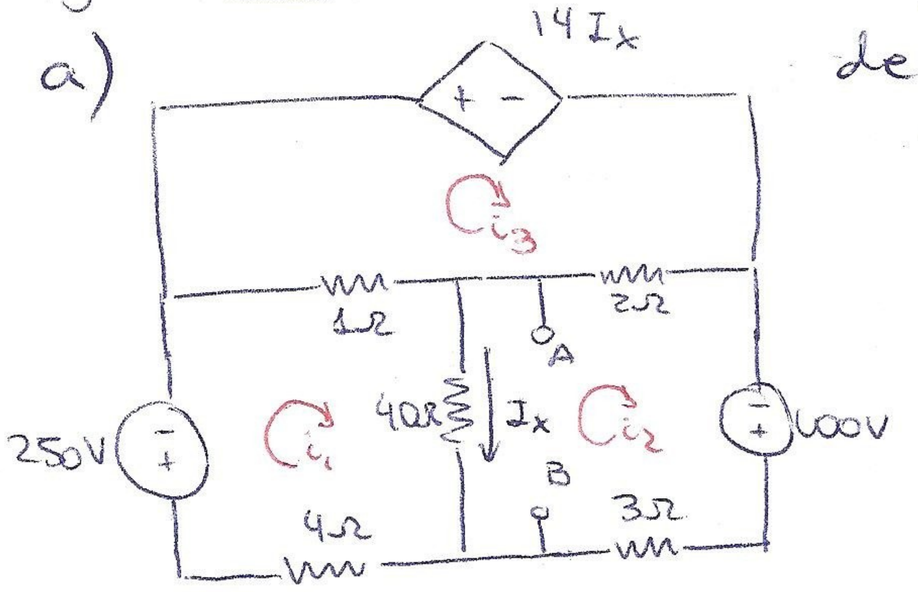
Luego $\boxed{i_{4\Omega} = i_{4\Omega}^{1i} + i_{4\Omega}^{15V} = -0,\overline{63} + 0,3409 = -0,2954\ A}$

Finalmente la potencia consumida está dada por

$\boxed{P = (i_{4\Omega})^2 \cdot 4\Omega = 0,34917 = 349,17\ mW}$

Ejercicio 7

a)



Definimos I_x en función de las corrientes de malla: $I_x = i_1 - i_2$

Definimos ecuaciones de mallas

$M_1: (i_1 - i_3) + 40(i_1 - i_2) + 4i_1 = -250V$

$M_2: 2(i_2 - i_3) + 3i_2 + 40(i_2 - i_1) = 100V$

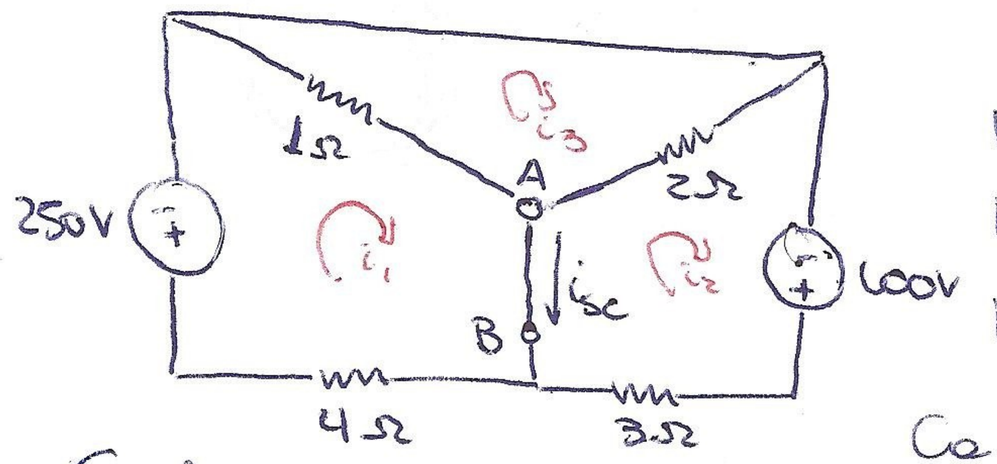
$M_3: 2(i_3 - i_2) + (i_3 - i_1) = -14 I_x$

Reemplazamos $I_x \rightarrow M_3$: $2(i_3 - i_2) + (i_3 - i_1) + 14(i_1 - i_2) = 0$.

Resolvemos el sist. de ecuaciones: $i_1 = -14.817A$ $i_2 = -10.609$ $i_3 = 7.622A$

$$\boxed{V_{AB} = 40 \cdot I_x = 40(i_1 - i_2) = -168.32V.}$$

Para calcular i_{sc}: Notamos que al dejar los terminales A-B en corto circuito $I_x = 0$, por lo que la fuente independiente se apaga quedando como cortocircuito.



Definimos ecuaciones de mallas:

$M_1: (i_1 - i_3) + 4i_1 = -250V$

$M_2: 2(i_2 - i_3) + 3i_2 = 100V$

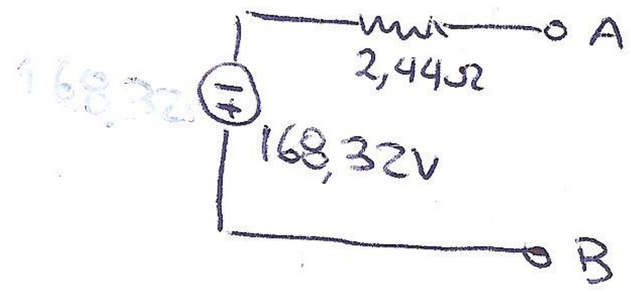
$M_3: (i_3 - i_1) + 2(i_3 - i_2) = 0$

$\Rightarrow i_1 = -51A$, $i_2 = 18A$, $i_3 = -5A$

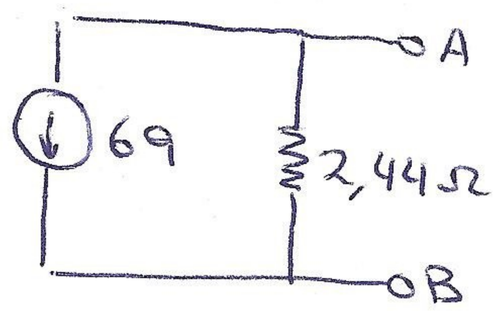
Calculamos $\boxed{i_{sc} = i_1 - i_2 = -69A.}$

Calculamos $\boxed{R_{th} = \frac{V_{AB}}{I_{sc}} = \frac{-168,32}{-69} = 2,44\Omega.}$

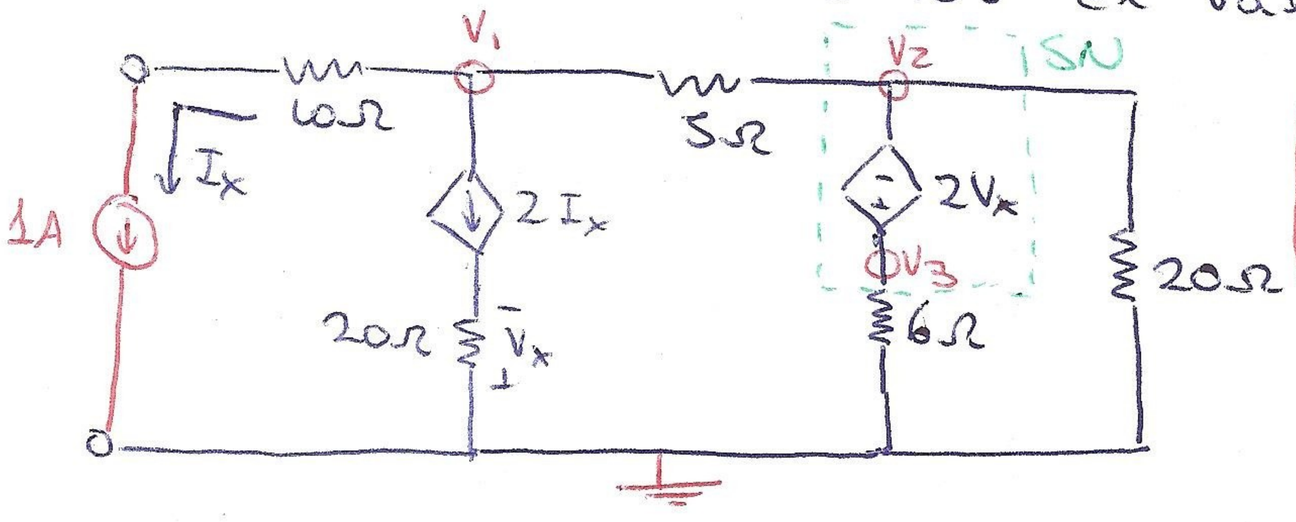
Equivalente de Thevenin:



Equivalente de Norton:



b) Conectamos una fuente de prueba, en este caso, de 1A ya que así obtenemos el valor de I_x inmediatamente



$\boxed{I_x = 1A}$

$\boxed{V_x = 20 \cdot -2I_x = -40V.}$

Ecuación de relación del SN

$V_3 - V_2 = 2V_x \rightarrow V_3 = V_2 + 2V_x$

$\boxed{V_3 = V_2 - 80}$

Hacemos ecuaciones de N_1 y SN:

N_1: $1A + 2A + \frac{V_1 - V_2}{5\Omega} = 0$

SN: $\frac{V_2 - V_1}{5\Omega} + \frac{V_2}{20} + \frac{V_3}{6\Omega} = 0$

↳ reemplazamos V_3: SN: $\frac{V_2 - V_1}{5\Omega} + \frac{V_2}{20\Omega} + \frac{V_2 - 80}{6\Omega} = 0$

Resolvemos el sist.

V_1: 32,69 V

V_2: 47,69 V

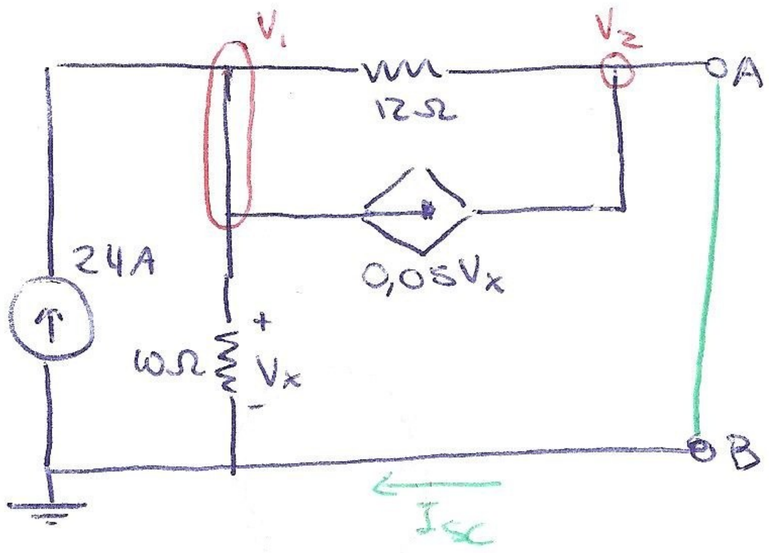
Calculamos $R_{th} = \frac{V_{BA}}{I_{BA}} = \frac{V_1}{1A} = 32,69\ \Omega$.

Como no hay fuentes activas el equivalente de Thevenin es igual al equivalente de Norton.

Equivalente de Thevenin y Norton: A ○——32,69Ω.——○ B

Ejercicio 8

a)



Por inspección tenemos que $V_x = V_1$

Hacemos ecuaciones de nodos: (omitir línea verde)

N_1: $\frac{V_1}{10\Omega} + \frac{V_1 - V_2}{12\Omega} + 0,05V_x = 24A$

↳ reemplazamos $V_x \rightarrow N_1$: $\frac{V_1}{10\Omega} + \frac{V_1 - V_2}{12\Omega} + 0,05V_1 = 24A$

N_2: $\frac{V_2 - V_1}{12\Omega} = 0,05V_x \rightarrow \frac{V_2 - V_1}{12\Omega} = 0,05V_1$

Resolvemos el sist: $V_1 = 240V$ y $V_2 = 384\ V = V_{AB}$

Para calcular I_{sc} conectamos V_2 a tierra (línea verde)

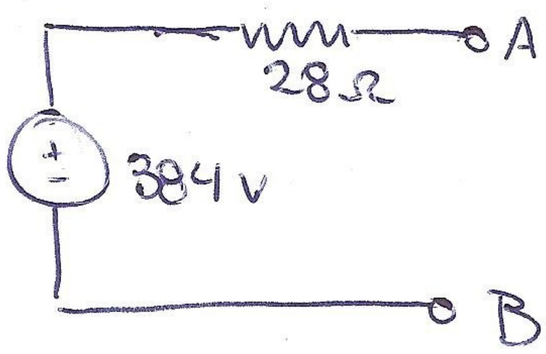
Con lo cual usando la ecuación de N_1 para $V_2 = 0$ resulta

$N_1\ (V_2 = 0)$: $\frac{V_1}{10\Omega} + \frac{V_1}{12\Omega} + 0,05V_1 = 24 \rightarrow V_1 = 102,857V$

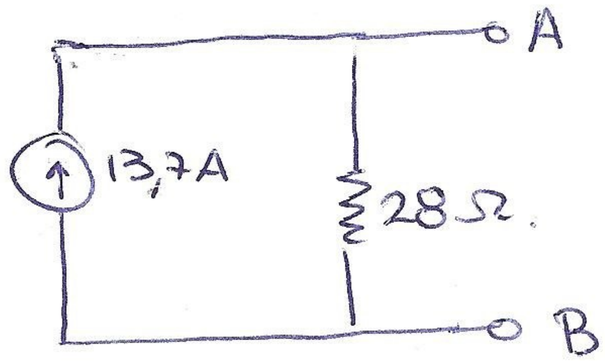
Luego $24A = I_{sc} + \frac{V_1}{10\Omega} \rightarrow I_{sc} = 24 - \frac{102,857}{10} = 13,71\ A$

Calculamos $R_{th} = \frac{V_{ab}}{I_{sc}} = \frac{384V}{13,71} = 28\ \Omega$

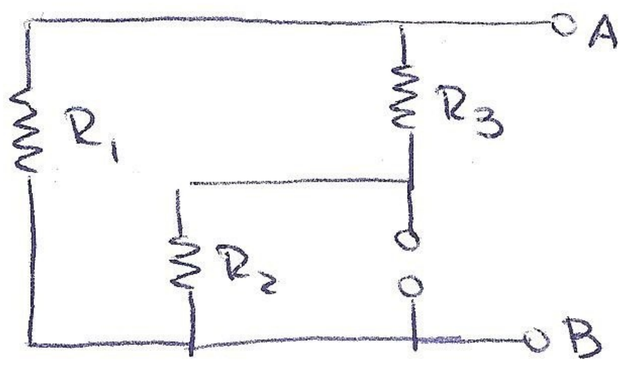
Equivalente de Thevenin:



Equivalate de Norton



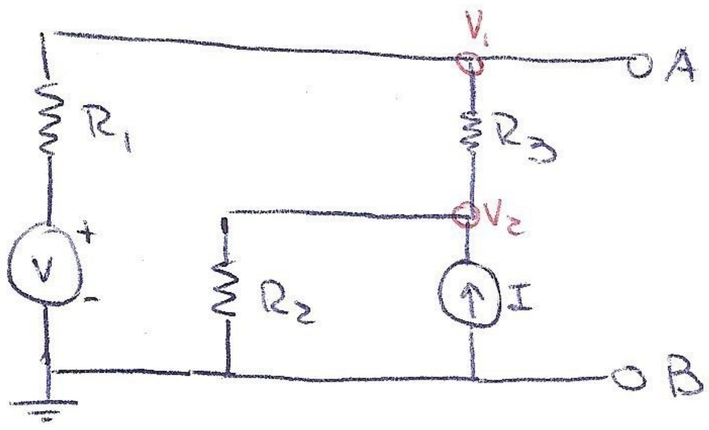
8.b) Apagamos las fuentes independientes



De aquí $R_{th} = R_1 // (R_2 + R_3)$

$$= \boxed{\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}}$$

Calculamos V_{ab} con las fuentes prendidas y método de nodos:



$$N_1: \frac{(V_1 - V)}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = 0$$

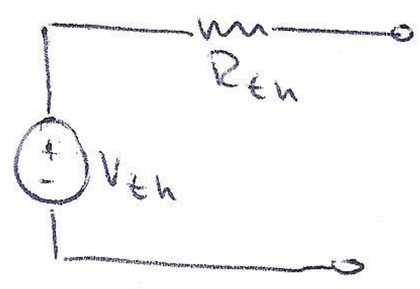
$$N_2: \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_1}{R_3} = I$$

Despejamos V_2 de N_2: $V_2 = \frac{I \cdot R_2 \cdot R_3}{(R_2 + R_3)} + \frac{V_1 \cdot R_2}{(R_2 + R_3)}$

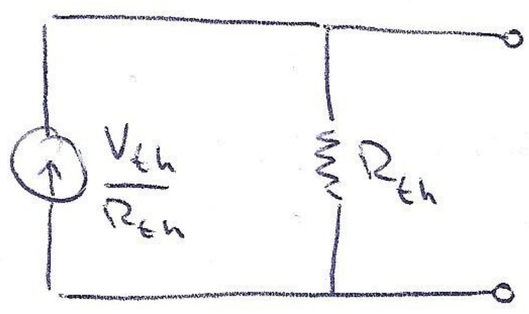
Reemplazamos V_2 en V_1 más un poco de álgebra:

$$V_1 = \frac{I \cdot R_1 \cdot R_2 + V(R_2 + R_3)}{(R_2 + R_3) + R_1} = V_{th}$$

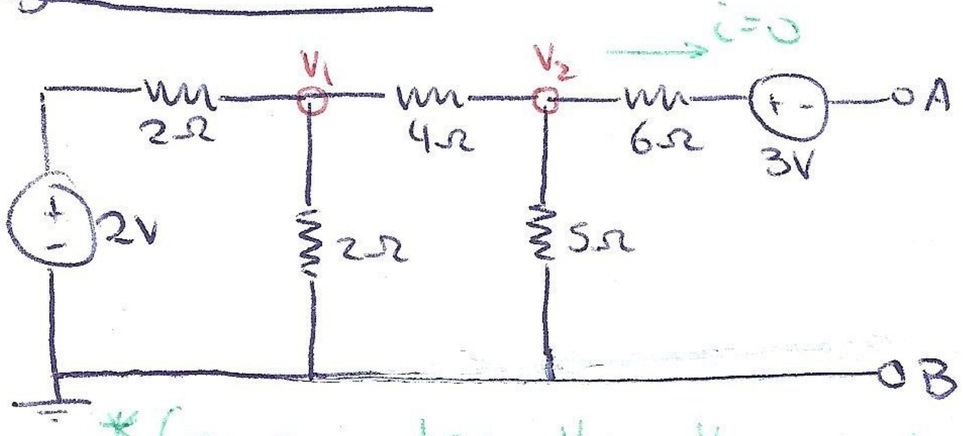
Thevenin:



Norton:



Ejercicio 9



Por método de nodos:

$$N_1: \frac{V_1 - 2}{2\Omega} + \frac{V_1}{2\Omega} + \frac{V_1 - V_2}{4\Omega} = 0$$

$$N_2: \frac{V_2}{5\Omega} + \frac{V_2 - V_1}{4\Omega} = 0$$

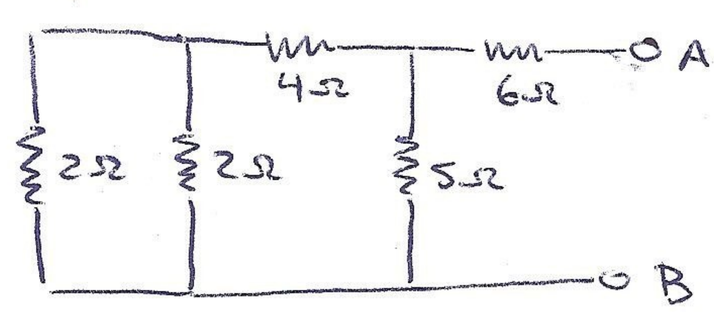
$V_1 = 0,9V \quad V_2 = 0,5V$

$V_B = 0V \quad V_a = V_2 - 3V$

luego $\boxed{V_{ab} = -2,5V}$

* Como entre V_2 y V_A no hay corriente no se agrega el término $\frac{V_2 - (V_a + 3)}{6\Omega}$

Para calcular R_{th} apagamos las fuentes:

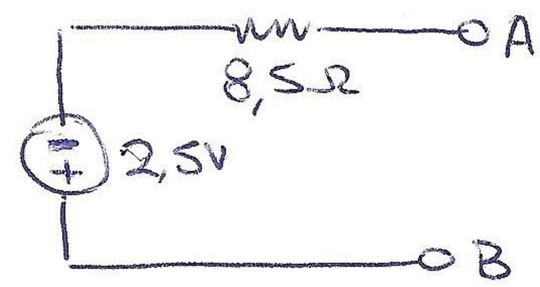


$$R_{th} = \left(\left[(2\Omega // 2\Omega) + 4\Omega\right] // 5\Omega\right) + 6\Omega$$

$$= \left(\left[\left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega}\right)^{-1} + 4\Omega\right]^{-1} + \frac{1}{5\Omega}\right)^{-1} + 6\Omega$$

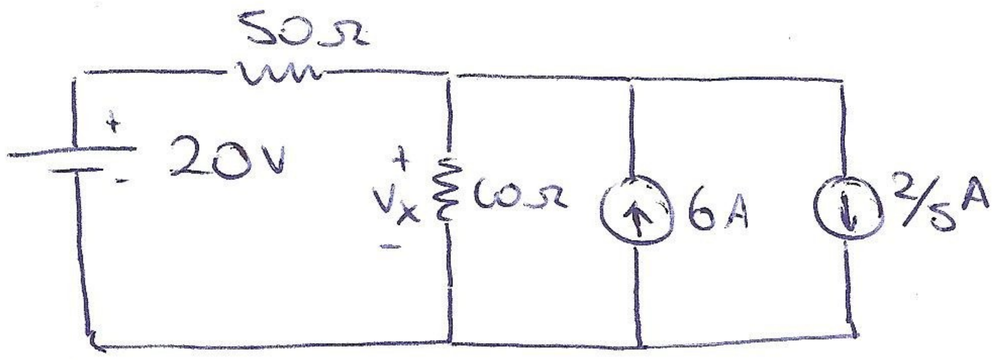
$$= \boxed{8,5\,\Omega}$$

Thevenin:



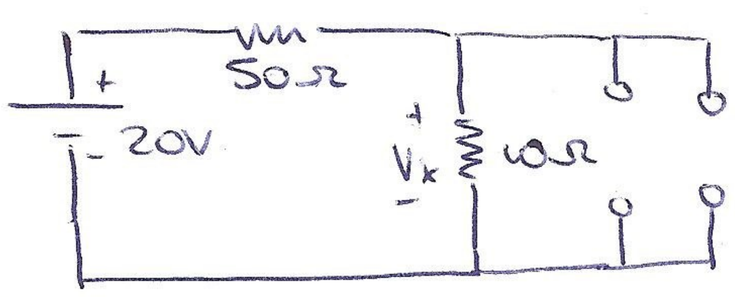
Ejercicio 10 Podemos simplificar el circuito juntando las resistencias de 23Ω y 27Ω en serie, además podemos eliminar las resistencias en las ramas donde estan las fuentes de corriente ya que no afectan en los calculos.

Circuito simplificado:



Calculamos los aportes por fuente:

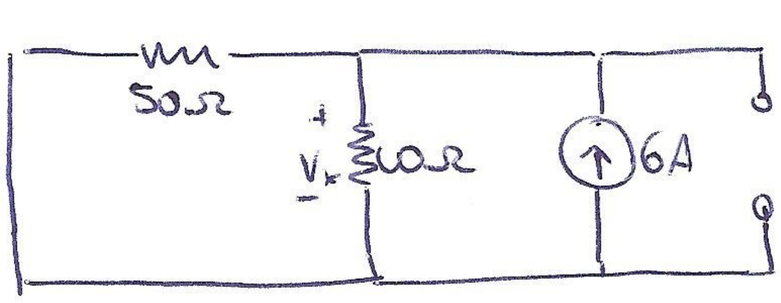
Fuente 20V:



Por divisor de voltaje tenemos

$$V_x^{20v} = 20V \cdot \frac{10\Omega}{10\Omega + 50\Omega} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} V$$

Fuente de 6A:

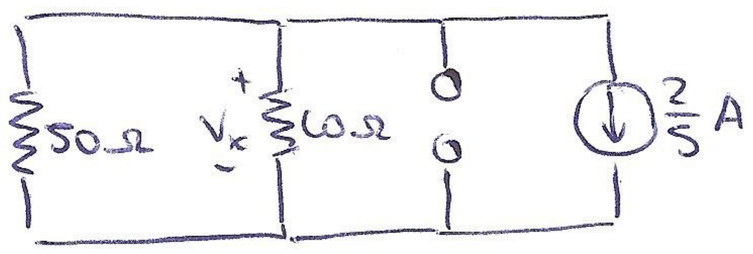


Por divisor de corriente tenemos

$$I_{10\Omega}^{6i} = 6A \cdot \frac{50\Omega}{50\Omega + 10\Omega} = 5A$$

luego $V_x^{6i} = 5A \cdot 10\Omega = 50V$

Fuente de $\frac{2}{5}$A:



Nuevamente por divisor de corriente tenemos

$$I_{10\Omega}^{\frac{2}{5}i} = \frac{2}{5}A \cdot \frac{50\Omega}{50\Omega + 10\Omega} = \frac{2}{6}A = \frac{1}{3}A$$

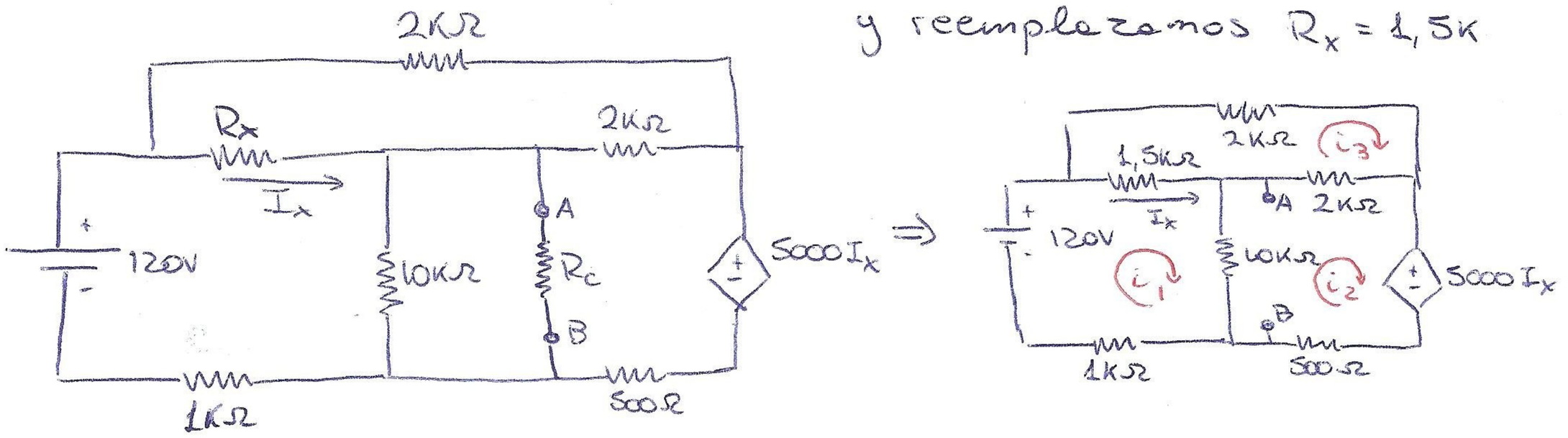
Luego $V_x^{\frac{2}{5}i} = 10\Omega \cdot \left(-\frac{1}{3}A\right) = \frac{-10}{3} V$

Finalmente

$$\left.\begin{aligned} V_x &= V_x^{20v} + V_x^{6i} + V_x^{\frac{2}{5}i} \\ &= \frac{10}{3}V + 50V + \left(\frac{-10}{3}V\right) \end{aligned}\right\} \quad V_x = 50V$$

Ejercicio 11

Calculamos el equivalente de Thevenin entre los terminales A-B y reemplazamos $R_x = 1,5K$



Utilizando el metodo de las mallas establecemos las ecuaciones:

M_1: $1,5k(i_1-i_3) + 10k(i_1-i_2) + 1k \cdot i_1 = 120V$

M_2: $2k(i_2-i_3) + 5000I_x + 500i_2 + 10k(i_2-i_1)=0$, ademas $\boxed{I_x = i_1 - i_3}$

$\hookrightarrow M_2$: $2k(i_2-i_3) + 5k(i_1-i_3) + 500i_2 + 10k(i_2-i_1)=0$

M_3: $i_3 \cdot 2k + (i_3-i_2)\cdot 2k + (i_3-i_1)\cdot 1,5k = 0$

Resolvemos el sist. de ecuaciones: $i_1 = 25,15mA$ $i_2 = 17,45mA$ $i_3 = 13,21mA$.

Calculamos $\boxed{V_{AB}: 10(i_1-i_2) = 77V.}$

Para calcular I_{sc} conectamos los terminales A-B mediante un cortocircuito esto en el Dibujo se equivalente a hacer 0 la resistencia de 10KΩ. Con esto las ecuaciones de malla son:

M_1: $1,5k(i_1-i_3) + 1k \cdot i_1 = 120V$

M_2: $2k(i_2-i_3) + 5000I_x + 500i_2 = 0 \longrightarrow 2k(i_2-i_3) + 5k(i_1-i_3) + 500i_2 = 0$

M_3: $2k \cdot i_3 + 2k(i_3-i_2) + 1,5k(i_3-i_1) = 0$

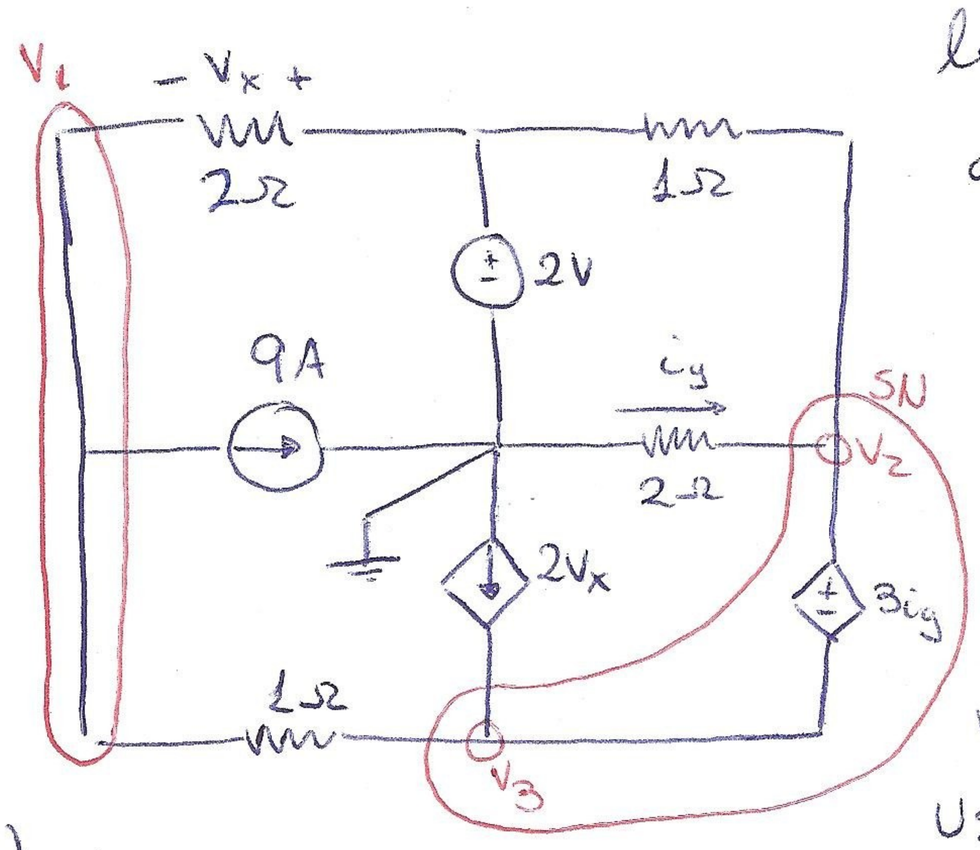
Resolvemos el sist. de ecuaciones: $i_1 = -3,43mA$ $i_2 = -233mA$ $i_3 = -85,79mA$

$\boxed{I_{sc} = i_1 - i_2 = 229,57\,mA}$, luego $\boxed{R_{th} = \frac{V_{AB}}{I_{sc}} = 335,41\Omega}$

La Maxima transferencia de Potencia ocurre cuando $R_c = R_{th}$

por lo tanto $\boxed{R_c = 335,41\Omega}$

Ejercicio 12



Mediante el uso del método de los nodos notamos la presencia de un nodo y un supernodo.

Primero definimos V_x e i_y en función de V_i, $i=\{1,2,3\}$

$$V_x = 2 - V_1 \quad (1) \qquad \text{e} \qquad i_y = \frac{-V_2}{2\Omega} \quad (2)$$

Hacemos la ecuación que relacione los voltajes del SN: $V_2 - V_3 = 3_y$

Usando (2) $\rightarrow$ $V_2 - V_3 = \frac{-3V_2}{2} \rightarrow$ $V_2 = \frac{2}{5}V_3$

Haceros ecuación de nodos:

SN: $\frac{V_2-2}{1\Omega} + \frac{V_2}{2\Omega} + \frac{V_3-V_1}{1\Omega} = 2V_x \xrightarrow{\text{con (1) y (2)}} \frac{2}{5}V_3 - 2 + \frac{2}{10}V_3 + V_3 - V_1 = 4 - 2V_1$ (3)

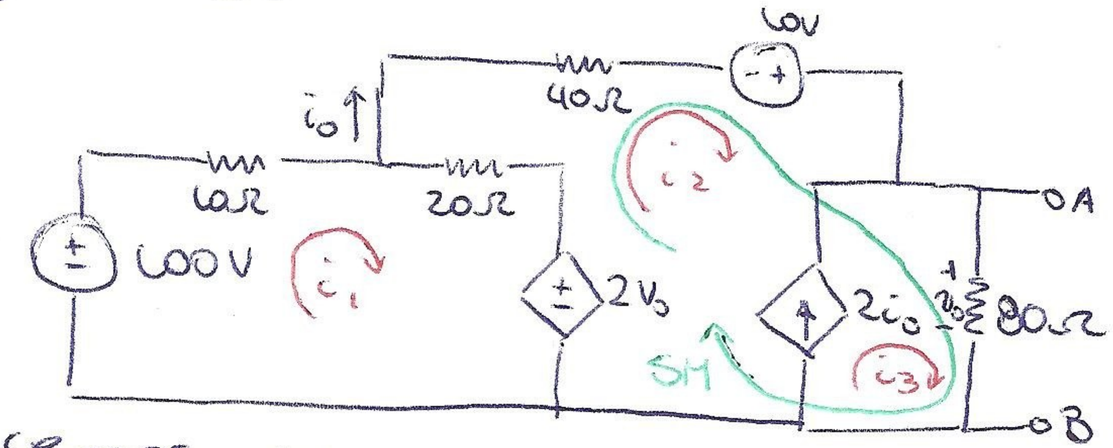
N_1: $\frac{V_1-2}{2\Omega} + \frac{V_1-V_3}{1\Omega} + 9 = 0$ (4)

Resolveros (3) y (4):

$V_1 = -2V \quad V_3 = 5 \longrightarrow V_2 = 2V$

Finalmente: $V_x = 2-(-2) = 4V$ e $i_y = \frac{-2V}{2\Omega} = 1A$

Ejercicio 13



Definimos los parámetros i_0 y V_0

$i_0 = i_2$ y $V_0 = 80 \cdot i_3$

Ec. de relación SM: $i_3 - i_2 = 2i_0$

$\hookrightarrow$ $i_3 - 3i_2 = 0$ (1)

Hacemos ecuaciones de Π_1 y SM:

Π_1: $10i_1 + 20(i_1 - i_2) + 2V_0 = 100$

$\hookrightarrow$ $10i_1 + 20(i_1 - i_2) + 160i_3 = 100$ (2)

SM: $20(i_2 - i_1) + 40i_2 + 80i_3 = 10 + 2V_0$

$\hookrightarrow$ $20(i_2 - i_1) + 40i_2 + 80i_3 = 10 + 160i_3$ (3)

Resolvemos el sist de las ecuaciones (1), (2) y (3): $i_1 = -5,95$; $i_2 = 0,61$; $i_3 = 1,815$

Por lo tanto $V_{AB} = i_3 \cdot 80 = 145.28V$

Si hacemos cortocircuito entre A-B entonces $V_o = 0V$

Π_1: $40i_1 + 20(i_1 - i_2) + 2\cancel{V_o}^{0} = 60V$

SM: $20(i_2 - i_1) + 40i_2 = 60 + 2\cancel{V_o}^{0}$ (No se agrega el término $80i_3$ ya que al cortocircuitar A-B esta ya no afecta en los calculos).

Relación de SM: $i_3 - 3i_2 = 0$

Resolvemos el sistema: $\boxed{i_1 = 4,43A \quad i_2 = 1,64A \quad i_3 = 4,929}$

Luego $\boxed{i_{sc} = i_3}$ y $\boxed{R_{th} = \frac{V_{AB}}{i_{sc}} = \frac{145,28}{4,929} = 29,47\,\Omega}$