Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Tarea 2

Leyes de Kirchhoff, método de nodos y mallas

2º semestre 2022 - Profesor Samuel Cordova

Ayudante Alonso Peralta Sarrat - aps@uc.cl

- La tarea debe ser subida en formato .pdf a Canvas, junto a los archivos adjuntos necesarios en un formato .rar o .zip en caso de que aplique.
- No se aceptan fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc, podrán ser hechos a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. para las tareas escritas en LaTeX.

Problema 1

Dado los siguientes valores para el circuito 1: V1 = 1V, R1 = 1 Ω, R2 = 2 Ω, R3 = 5 Ω, R4 = 2 Ω, R5 = 5 Ω, R6 = 1 Ω.

- Mediante el método de mallas plantee las ecuaciones de malla.
- Plantee la ecuación matricial Ax = b
- Determine los valores de $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, I_{R4}, I_{R5}, I_{R6}$.

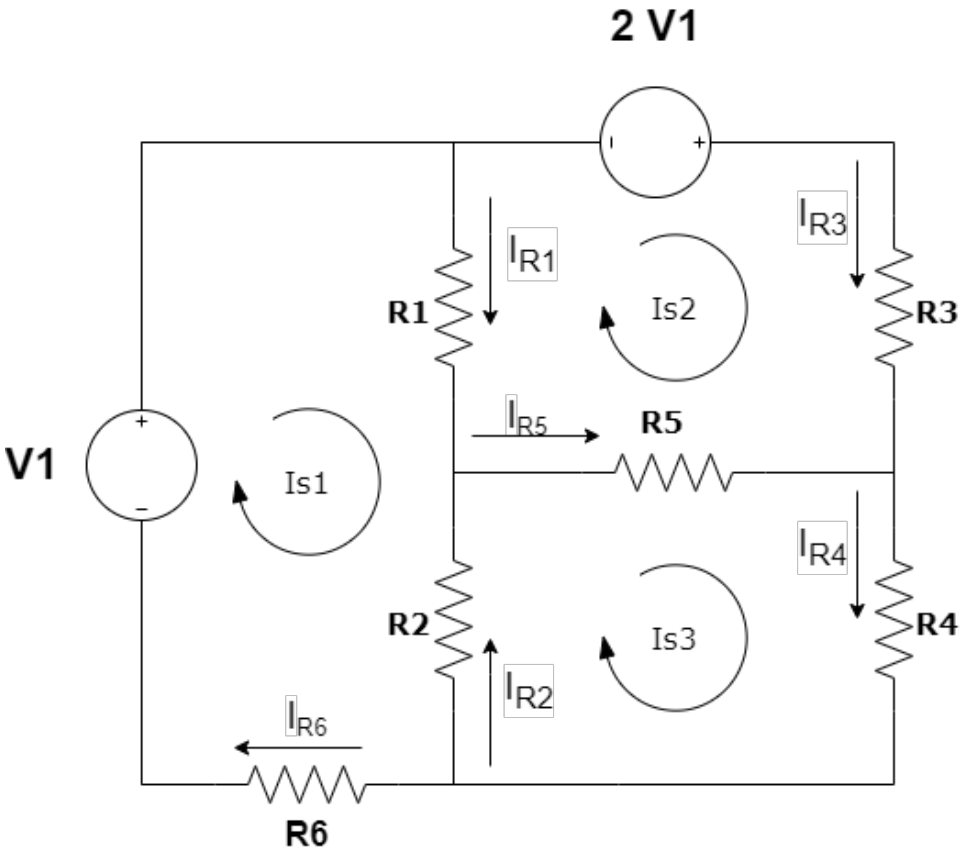


Figura 1: Circuito 1

Solucion:

Podemos reescribir los valores de $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, I_{R4}, I_{R5}, I_{R6}$ como:

$$\begin{aligned} I_{R1} &= is1 - is2 \\ \mathrm{I}_{R2} &= is3 - is1 \\ \mathrm{I}_{R3} &= is2 \\ \mathrm{I}_{R4} &= is3 \\ \mathrm{I}_{R5} &= is3 - is2 \\ \mathrm{I}_{R6} &= is1 \end{aligned}$$

De esta manera podemos apreciar como todos los valores de las corrientes dependen de i1,i2 e i3, por lo tanto obteniendo estos valores podemos obtener los valores de todas las corrientes, para esto planteamos 3 ecuaciones, 1 por cada malla:

$$-1 + R1(is1 - is2) + R2(is1 - is3) + is1 \times R6 = 0 \tag{1}$$

$$-2 + R3 \times is2 + R5(is2 - is3) + R1(is2 - is1) = 0 \tag{2}$$

$$is3 \times R4 + R2(is3 - is1) + R5(is3 - is2) = 0 \tag{3}$$

En forma de matriz queda de la siguiente manera:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} R1 + R2 + R6 & -R1 & -R2 & V1 \\ -R1 & R1 + R3 + R5 & -R5 & 2V1 \\ -R2 & -R5 & R2 + R4 + R5 & 0 \end{array}\right] \tag{4}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones y remplazando los valores entregados obtenemos:

$$is1 = \tfrac{112}{223}A \quad is2 = \tfrac{83}{223}A \quad is3 = \tfrac{71}{223}A$$

Es así como obtenemos que los valores de $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, I_{R4}, I_{R5}, I_{R6}$ son:

$$\begin{aligned} I_{R1} &= \tfrac{29}{223} \\ \mathrm{I}_{R2} &= \tfrac{-41}{223} \\ \mathrm{I}_{R3} &= \tfrac{83}{223} \\ \mathrm{I}_{R4} &= \tfrac{71}{223} \\ I_{R5} &= \tfrac{-12}{223} \\ \mathrm{I}_{R6} &= \tfrac{112}{223} \end{aligned}$$

Problema 2

Dado los siguientes valores para el circuito 1: I1 = 2A, I2 = 6A, R1 = 2 Ω, R2 = 1 Ω, R3 = 2 Ω, R4 = 3 Ω, R5 = 4 Ω, R6 = 1 Ω.

- Plantee la ecuación matricial Ax = b
- Determine los valores de los voltajes V_x, V_y, V_z.

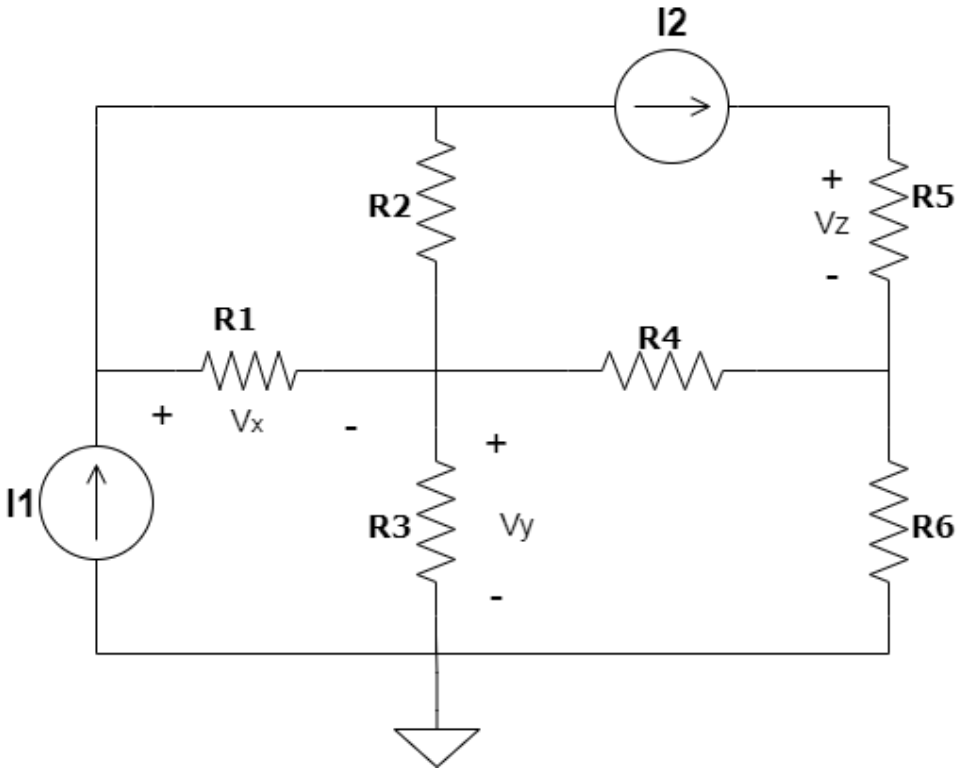
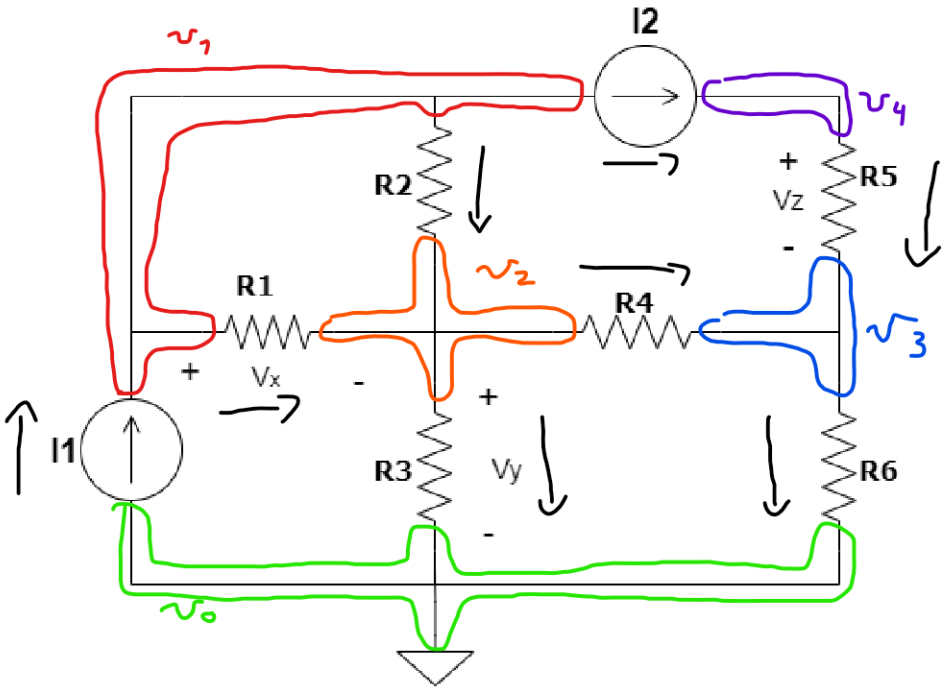


Figura 2: Circuito 2

Una posible solucion es: Ocupando el métodos de nodos definimos los nombres para los diferentes nodos del circuito:



De esta manera podemos plantear los voltajes V_x, V_y, V_z como:

$$V_x = v1 - v2$$
$$\mathrm{V}_y = v2$$
$$\mathrm{V}_z = v4 - v3$$

De esta manera si obtenemos los valores de los nodos podemos sacar los valores de V_x, V_y, V_z. Para sacar los voltajes de los nodos plantemoas las siguientes ecuaciones en cada nodo con respecto a la corriente que entra y sale:

En vo:

$$I1 = \frac{v2}{R3} + \frac{v3}{R6} \tag{1}$$

En v1

$$I1 = \frac{v1 - v2}{R1} + \frac{v1 - v2}{R2} + I2 \tag{2}$$

En v2

$$\frac{v1-v2}{R1}+\frac{v1-v2}{R2}=\frac{v2}{R3}+\frac{v2-v3}{R4} \tag{3}$$

En v3

$$\frac{v4-v3}{R5}+\frac{v2-V3}{R4}=\frac{v3}{R6} \tag{4}$$

En v4

$$I2=\frac{v4-v3}{R5} \tag{5}$$

De estas sistemas de ecuaciones se obtiene la siguiente matriz:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} \frac{1}{R1||R2} & -\frac{1}{R1||R2} & 0 & 0 & I1 \\ -\frac{1}{R1||R2} & -\frac{1}{R1||R2||R3||R4} & 0 & -\frac{1}{R4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R5} & -\frac{1}{R5} & I2 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R4} & -\frac{1}{R4||R5||R6} & 0 \end{array}\right] \tag{6}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones y remplazando los valores entregados obtenemos:

$$v1=-6V \quad v2=\tfrac{-10}{3}V \quad v3=\tfrac{11}{3}V \quad v4=\tfrac{83}{3}V$$

De esta manera los valores de V_x, V_y, V_z son: $V_x=-\frac{8}{3}V \quad V_y=\frac{-10}{3}V \quad V_z=24V$

Problema 3

Determine los valores de I_0 y V_0 del circuito 3 utilizando el método de nodos.

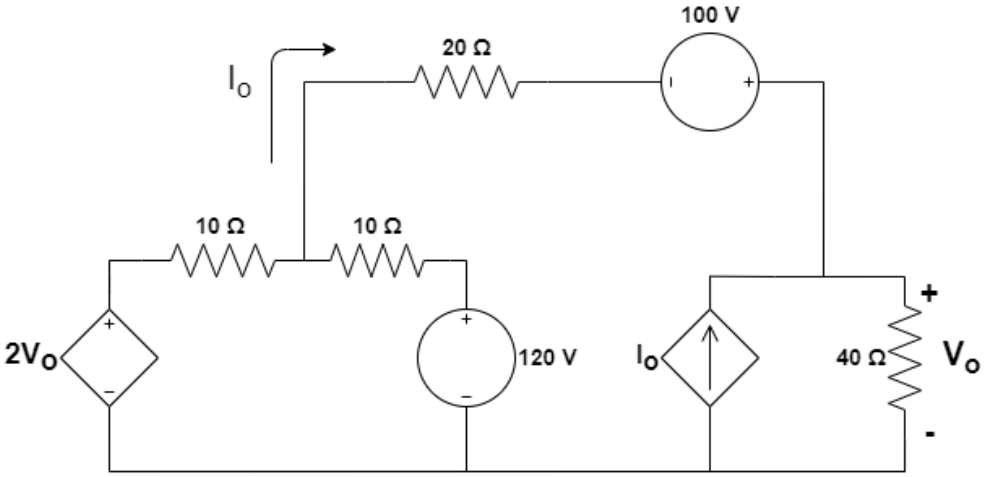
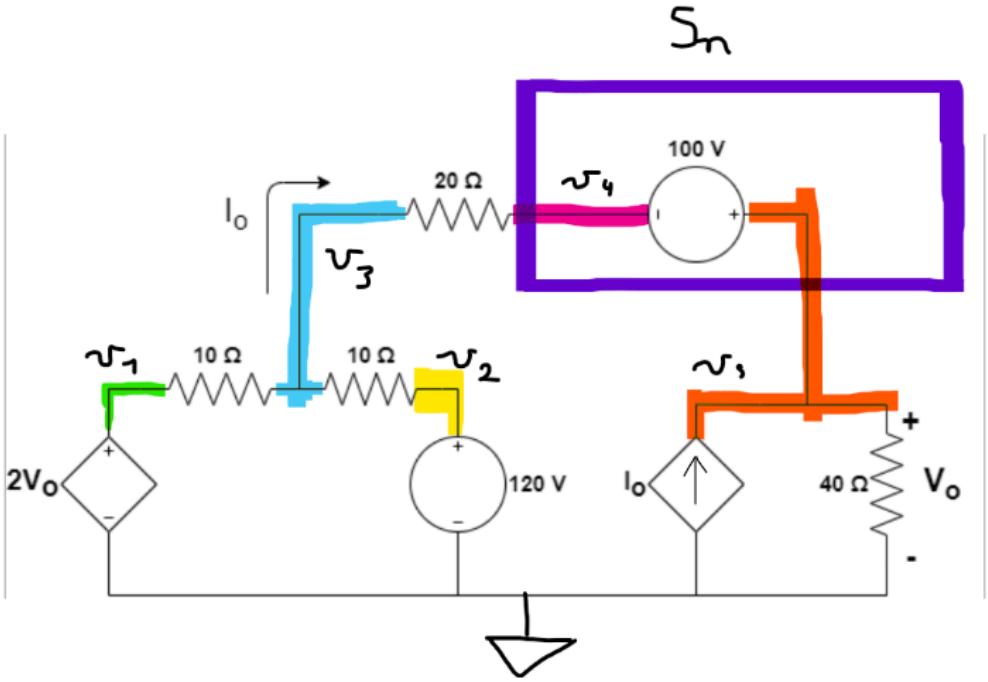


Figura 3: Circuito 3

Solución: Señalando los nodos podemos realizar KCL:



En v1

$$v1 = 2Vo \tag{1}$$

En v2

$$v2 = 120 \tag{2}$$

En v3

$$\frac{v1 - v3}{10} + \frac{v2 - v3}{10} = I_0 = \frac{v3 - v4}{20} \tag{3}$$

En Super nodo

$$I_0 + \frac{v3 - v4}{20} = \frac{v5}{40} \tag{4}$$

En v5

$$v5 = 100 + v4 = Vo \tag{5}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos:

$$v1 = 1024V \quad v2 = 120V \quad v3 = 540V \quad v4 = 412V \quad v5 = 512$$

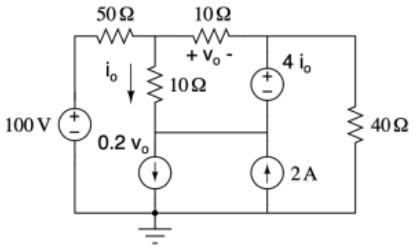
De esta manera obtenemos que I_0 y V_0 son equivalente a:

$$V_0 = 512V \quad I_0 = 6{,}4A$$

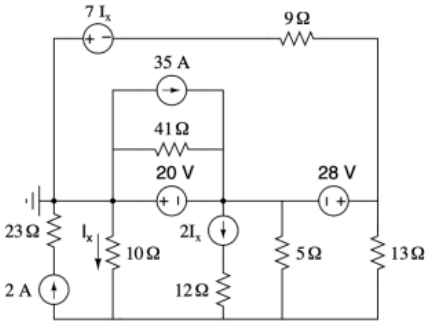
Preguntas extra

Las siguientes preguntas tienen como objetivo que tengan mas ejercicios para ejercitar, estas no van a ser evaluadas en su tarea.

Determine los sistema $Ax = b$ para los siguientes circuitos. Identifique qué método es más conveniente para cada caso (nodos o mallas).



(a)

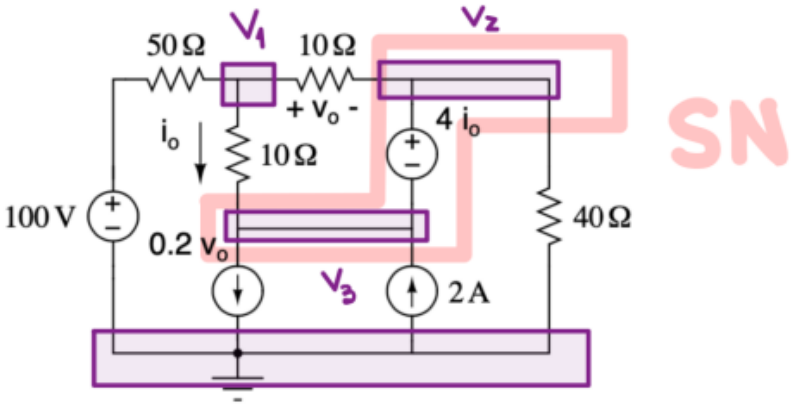


(b)

Figura 43: Sistemas Matriciales

Ambos los haremos con KCL.

a. Definiremos los siguientes voltajes y super-nodos:



Luego, se podrán plantear las siguientes ecuaciones

$$\frac{v_1 - 100}{50} + \frac{v_1 - v_3}{10} + \frac{v_1 - v_2}{10} = 0$$
$$0{,}2V_o + \frac{v_3 - v_1}{10} + \frac{v_2 - v_1}{10} + \frac{v_2}{40} = 2$$
$$v_2 = v_3 + 4\frac{v_1 - v_3}{10}$$
$$V_o = v_1 - v_2$$

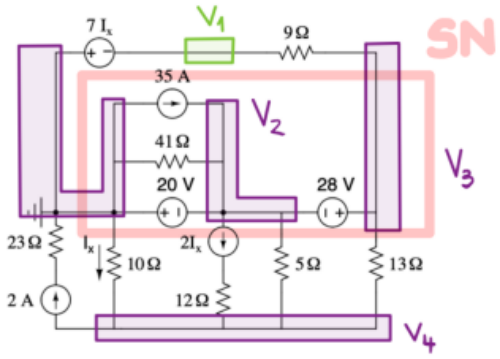
sí, se puede formar el siguiente sistema

$$\begin{bmatrix} \frac{11}{50} & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{10} \\ 0 & \frac{-3}{40} & \frac{1}{10} \\ \frac{4}{10} & -1 & \frac{6}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b. Definiremos los siguientes voltajes y super-nodos:

Luego, se podrán plantear las siguientes ecuaciones

$$v_2 = -20$$
$$v_3 = 8$$
$$2I_x + I_x = 2 + \frac{v_4 + 20}{5} + \frac{v_4 - 8}{13}$$
$$v_1 = -7I_x$$
$$I_x = \frac{-v_4}{10}$$



Así, se puede formar el siguiente sistema

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{7}{10} \\ 0 & \frac{-15}{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{70}{13} \\ 0 \end{bmatrix}$$