IEE2123-1 Circuitos Eléctricos - 1er Semestre 2018
Profesor: Daniel Olivares Q.
Ayudantes: Christian Escobar Nicolás Garrido Alonso Lizana
Maximiliano Rivera Rodrigo Troncoso

Tarea 10

Enunciado de tarea, Circuitos Acoplados y Transformadores
Fecha de Entrega: Día XX de XXXXX hasta las 23:59 horas.
Mail ayudante encargado: ajlizana@uc.cl

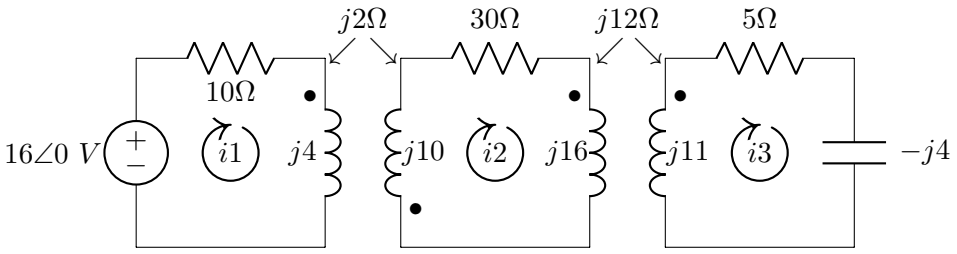
- La Tarea debe ser subida en formato .pdf al Siding, junto a los archivos adjuntos necesarios en un formato .rar o .zip.
- No se aceptarán fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc. podrán ser hechas a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. por tarea si se escribe en LaTeX.
- Evite entregar tareas de más de 10 MB de peso debido a imágenes de alta resolución.

Problema 1

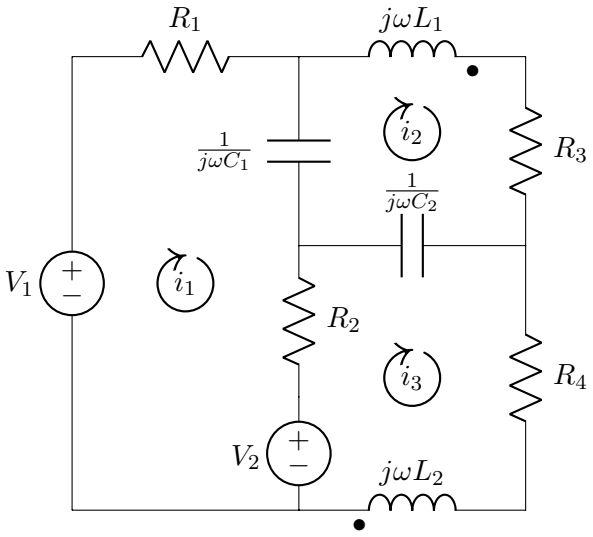
Para los siguientes circuitos acoplados magnéticamente:

a) Determine las ecuaciones de malla de los tres circuitos acoplados.

b) Determine los fasores de i_1, i_2 e i_3.



c) Determine las ecuaciones del siguiente circuito. La inductancia mutua entre L_1 y L_2 es $j\omega M$.



Solución:

a) Haciendo LVK en cada uno de los circuitos acoplados obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$16\angle 0 = (10 + j4)i_1 + j2i_2 \tag{1}$$
$$0 = j2i_1 + (30 + j26)i_2 - j12i_3 \tag{2}$$
$$0 = -j12i_2 + (5 + j7)i_3 \tag{3}$$

Podemos elegir cualquier orden para resolver el sistema. Una posible solución es despejar i_3 en función de i_2 de la ecuacion (3):

$$i_3 = \frac{j12}{j7 + 5} i_2 = (1{,}135 + j0{,}811)i_2$$

Luego, en (2) despejar i_2 en función de i_1:

$$0 = (30 + j26)i_2 - j12(1{,}135 + j0{,}811)i_2 + j2i_1$$
$$0 = (39{,}732 + j12{,}38)i_2 + j2i_1$$
$$i_2 = \frac{-j2}{39{,}732 + j12{,}38} i_1 = (-0{,}0143 - j0{,}0458)i_1$$

finalmente, despejamos i_1 en (1):

$$16 = (10 + j4)i_1 + j2(-0{,}0143 - j0{,}0458)i_1$$
$$16 = (10{,}0917 + j3{,}97)i_1$$
$$i_1 = \frac{16}{10{,}0917 + j3{,}97}$$

b) Los fasores de las corrientes son:

$$i_1 = 1{,}475\angle -21{,}47\ A$$
$$i_2 = 0{,}0707\angle -128{,}81\ A$$
$$i_3 = 0{,}0986\angle -93{,}263\ A$$

c) Notamos que las corrientes i_2 e i_3 entran a ambos inductores por el lado contrario al "punto", por ende, la inductancia mutua que ven es positiva. Con esto, simplemente hacemos LVK en cada malla y obtenemos las siguientes ecuaciones:

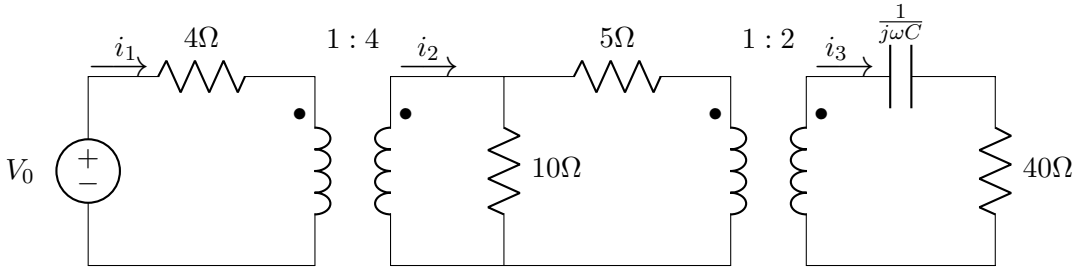
$$V_1 = I_1 R_1 - \frac{j}{\omega C_1}(I_1 - I_2) + R_2(I_1 - I_3) + V_2$$
$$0 = -\frac{j}{\omega C_1}(I_2 - I_1) + j\omega L_1 I_2 + j\omega M I_3 + R_3 I_2 - \frac{j}{\omega C_2}(I_2 - I_3)$$
$$V_2 = R_2(I_3 - I_1) - \frac{j}{\omega C_2}(I_3 - I_2) + R_4 I_3 + j\omega L_3 I_3 + j\omega M I_2$$

Problema 2

Se tiene el siguiente circuito, el cual posee transformadores ideales.

a) Determine la impedancia equivalente Z_{eq} vista desde el primario, para una frecuencia $f = 35Hz$ y una capacitancia $C = 1\mu C$.

b) Determine el voltaje V_0 necesario para que $i_3 = 1{,}2\angle 0\ A$



Solución:

a) Desarrollamos el circuito paso a paso, primero sumamos en serie el capacitor con la resistencia del tercer circuito:

$$Z_3 = \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot C} + R = \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot 35 \cdot 1\mu} + 40$$
$$40 - j4{,}5473 = 4{,}547\angle -89{,}496 k\Omega$$

Como son transformadores ideales, pasamos directamente la impedancia del circuito 3 al circuito 2 mediante la relación:

$$\frac{Z_1^2}{N_1} = \frac{Z_2^2}{N_2} \tag{4}$$

$$Z_3^{'} = \frac{Z_3}{2^2} = 1{,}1368\angle -89{,}496k\Omega$$

Sumamos la resistencia en serie, la llamaremos $Z_3^{'}$. Luego, sacamos el paralelo entre ésta y la resistencia de 10 Ω.

$$Z_3^{''} = Z_3^{'} + 5 = 1{,}1369\angle -89{,}24k\Omega$$
$$Z_2 = Z_3^{''}||10 = 9{,}998\angle -0{,}504$$

Ahora, trasladamos la impedancia Z_2 al circuito primario, igual que antes, y finalmente determinamos la impedancia vista desde el primario.

$$Z_2^{'} = \frac{Z_2}{4^2} = 0{,}625\angle -0{,}504$$
$$Z_1 = Z_2^{'} + 4 = 4{,}625\angle -0{,}068$$

b) Sacaremos la corriente i_1 y la iremos trasladando por los circuitos hasta llegar a i_3, para determinar V_o.

$$i_1 \cdot N_1 = i_2 \cdot N_2 \tag{5}$$
$$\tag{6}$$

$$i_1 = \frac{V_o}{Z_1} = V_o(0{,}216\angle 0{,}68)$$
$$i_2 = \frac{\cdot i_1}{4} = V_o(0{,}054\angle 0{,}068)$$

Determinamos la corriente que pasa por R = 5 Ω mediante divisor de corriente, para luego pasar la corriente al circuito 3:

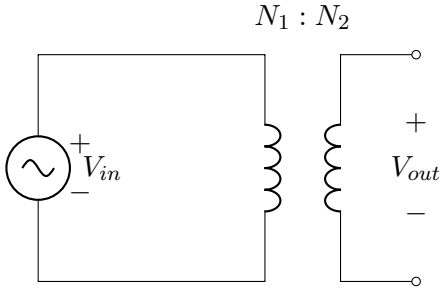
$$i_2^{'} = i_2 \frac{10}{Z_3^{''} + 10} = V_o(0{,}4742\angle 88{,}8)m$$
$$i_3 = \frac{i_2^{'}}{2} = V_o(0{,}2371\angle 88{,}8)m$$

Finalmente, igualamos:

$$i_3 = (1{,}2\angle 0) = V_o(0{,}237\angle 88{,}8)m$$
$$V_o = 5{,}061\angle -88{,}8kV$$

Problema 3

Un transformador de 240/30V, de 3 kVA como el de la figura, es reconectado como autotransformador para entregar $V_{out} = 270\ V$ a una carga, a partir de una fuente de 240V.



a) ¿A que tipo de autotransformador (elevador/reductor) corresponde? Haga un esquema y demuestre la relación de voltajes del autotransformador que eligió. ¿Cual es la nueva relación $N_1' : N_2'$?

b) Determine la corriente que circulará por cada uno de los enrollados y la corriente que debe entregar la fuente V_{in}.

c) ¿Cual es la máxima potencia aparente que puede entregar el secundario a la carga? ¿Qué puede concluir de la potencia que entrega el transformador conectado de forma convencional con respecto a la conexión como autotransformador?

Claramente, corresponde a un autotransformador elevador, ya que al sumar $N_1 + N_2$ obtenemos la relación de salida N_2' deseada.

Si el transformador es de $3kVA$, quiere decir que ambas bobinas estan hechas para funcionar a esa potencia aparente. Al conectar el transformador en modo aditivo, la bobina L_1 tendra un voltaje de $240V$, mientras que la bobina L_2 recibirá $30V$. Sabemos que:

$$S = VI^*$$

Luego, la corrientes serán:

$$I_1 = \frac{S}{V_1} = \frac{3000}{240} = 12{,}5A$$
$$I_2 = \frac{S}{V_2} = \frac{3000}{30} = 100A$$

La corriente entregada por la fuente debe ser la suma de ambas corrientes:

$$I_{in} = I_1 + I_2 = 112{,}5A$$

El voltaje del secundario es de $V_{out} = 270V$, y la corriente de la carga es $I_2 = 100$, entonces:

$$S = VI^* = 270 \cdot 100 = 27kVA$$

El transformador conectado como autotransformador elevador trabaja a una potencia aparente mayor que conectado de forma convencional.