Clase 28
Caracterización de Antenas

Sadiku, M. (2018).*Elements of Electromagnetics*. 7th Edition: pp. 707-731

Javier Silva Orellana

jisilva8@uc.cl

Contexto

- Ya introducimos el funcionamiento de antenas.
- Además, determinamos el campo, potencia y resistencia de algunas antenas comunes.

- Objetivos de Aprendizaje:

  OA-20: Evaluar la ganancia, impedancia de entrada y polarización de antenas dipolo.

  OA-21: Evaluar la intensidad de señal y potencia transmitida y recibida para simples enlaces entre dipolos.

Contenidos

- Características
- Ecuación de Friis
- Ecuación del RADAR
- Phased Arrays

Patrón de Radiación

- Nos enfocaremos en 3 diagramas:

- Diagrama de Campo
- Diagrama de Radiación
- Diagrama de Potencia

Campo lejano

- Anteriormente hemos establecido la condición $r \gg dl$ para asumir campo lejano. Esto es un poco abstracto.

- ¿Qué tan lejos hay que estar para asumir campo lejano?

Campo lejano

- Anteriormente hemos establecido la condición $r \gg dl$ para asumir campo lejano. Esto es un poco abstracto.

- ¿Qué tan lejos hay que estar para asumir campo lejano?

$$r \geq r_{\min} = \frac{2d^2}{\lambda}$$

Distancia de Fresnel

- d corresponde a la dimensión máxima de la antena. Por ejemplo, en un dipolo $\lambda/2$, $d = \lambda/2$. De este modo $r_{\min} = \lambda/2$.

Patrón de Radiación

- Nos enfocaremos en 3 diagramas:

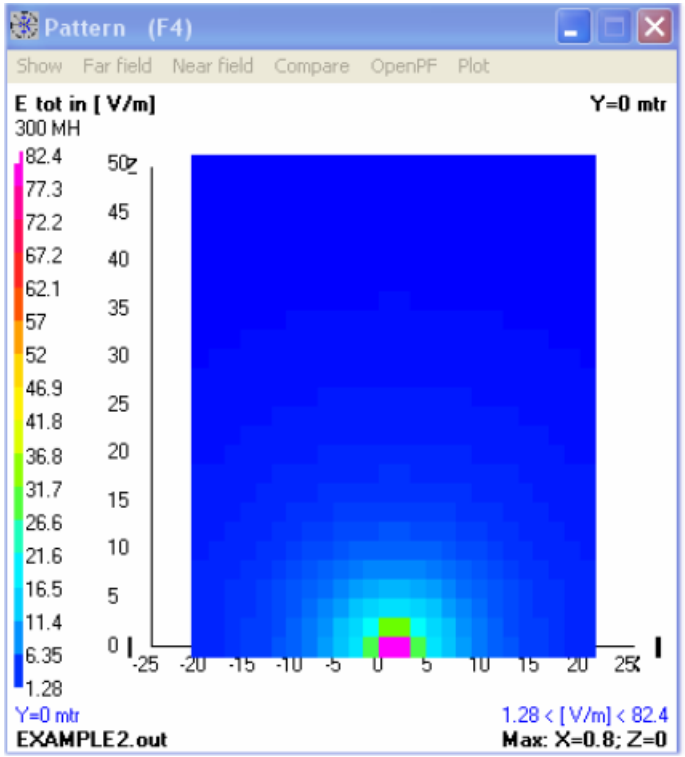
- <u>Diagrama de Campo</u>

  También llamado diagrama de voltaje. Corresponde al módulo del campo eléctrico, normalizado por su máximo en θ y ϕ. Generalmente es difícil de obtener analíticamente. Se usan diferencias o elementos finitos.

- Diagrama de Radiación
- Diagrama de Potencia

Diagrama de Campo

- Ejemplo para una antena dipolo



Patrón de Radiación

- Nos enfocaremos en 3 diagramas:

- Diagrama de Campo
- Diagrama de Radiación

  Corresponde al diagrama de campo, pero bajo el supuesto de campo lejano.

- Diagrama de Potencia

Diagrama de Radiación: Dipolo Hertziano

- De la clase anterior vimos que:

$$E_\theta = j\frac{\eta I_0 \beta dl}{4\pi r}\sin\theta\, e^{-j\beta r} \qquad E_r = E_\phi = 0$$

- Tomamos el módulo:

$$|\mathbf{E}| = \eta\frac{I_0 \beta dl}{4\pi r}|\sin\theta|$$

- Normalizamos:

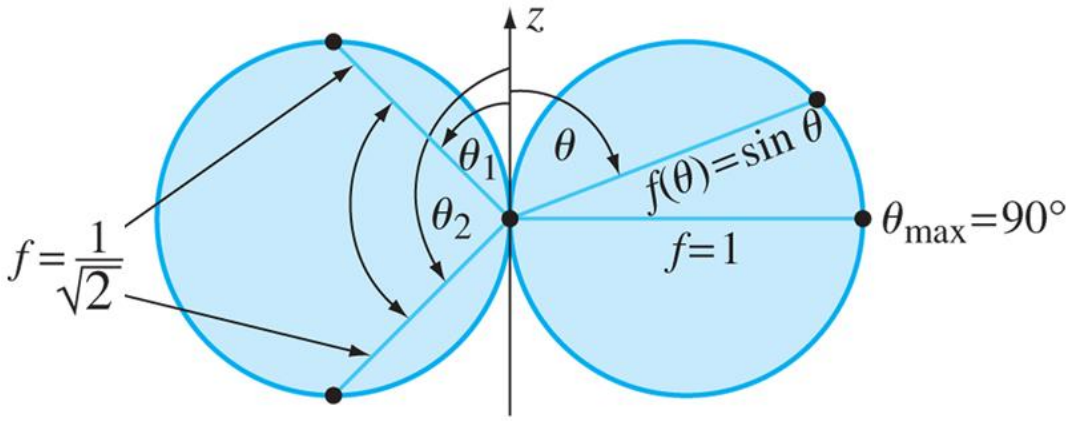
$$f(\theta) = |\sin\theta| \qquad f(\phi) = 1$$

Diagrama de Campo: Dipolo Hertziano

- Tenemos los patrones:

$$f(\theta) = |\sin\theta|$$

$$f(\phi) = 1$$



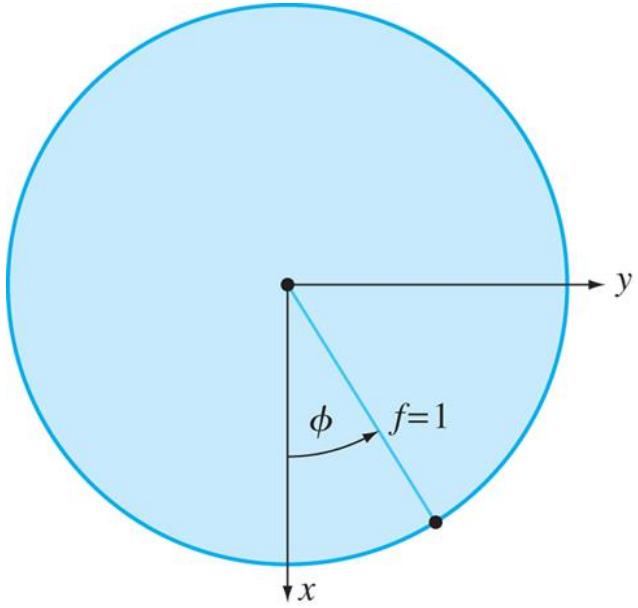
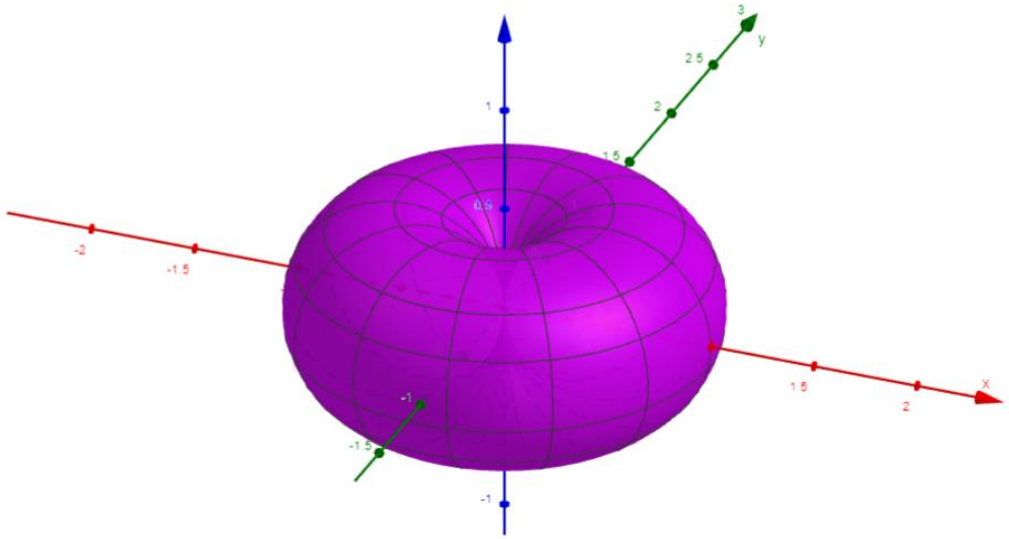
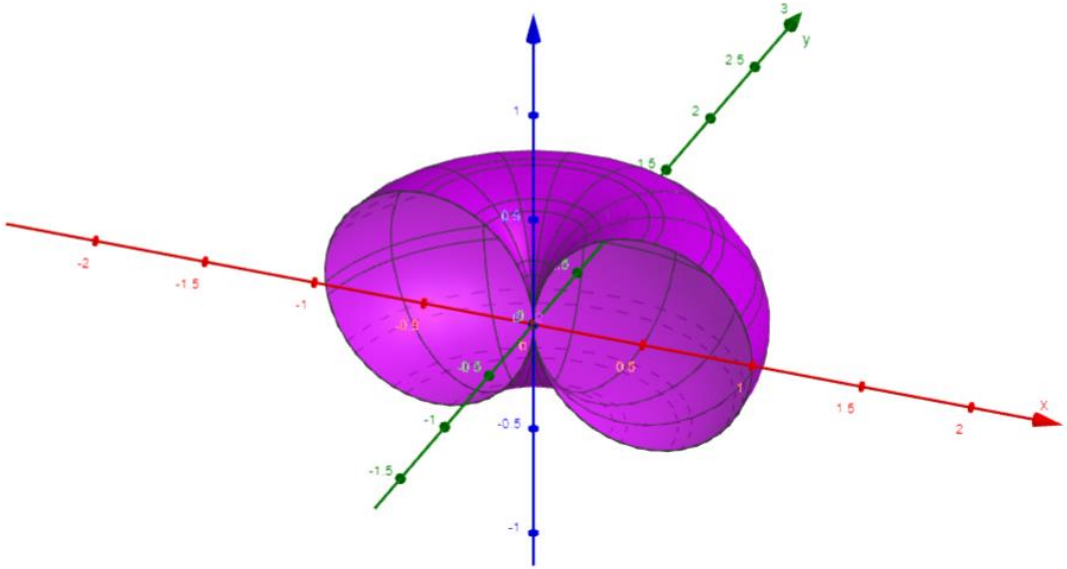


Diagrama de Radiación: Dipolo Hertziano

- Luego:





Patrón de Radiación

- Nos enfocaremos en 3 diagramas:

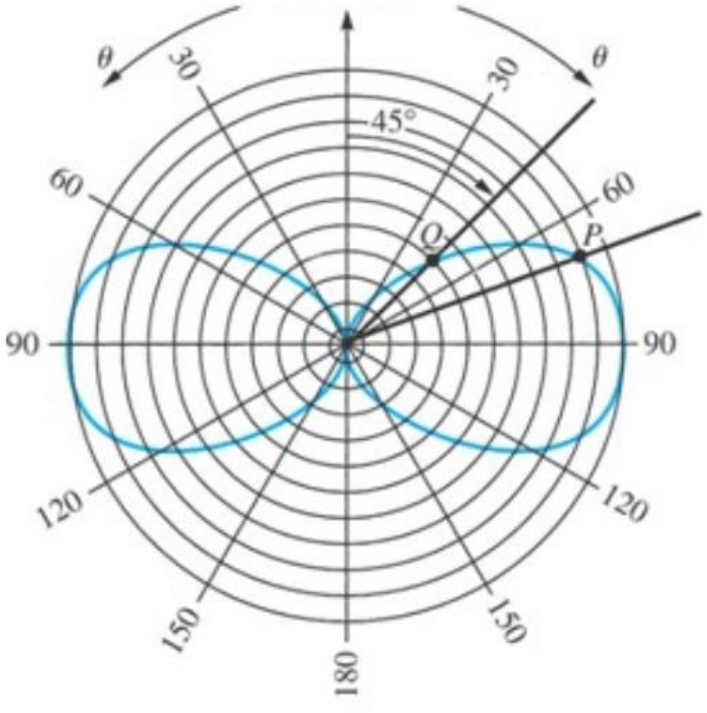
- Diagrama de Campo
- Diagrama de Radiación
- Diagrama de Potencia

  Corresponde a la gráfica del cuadrado del campo eléctrico. También normalizada.

Diagrama de Potencia: Dipolo Hertziano

- Tenemos los patrones:

$$f^2(\theta) = \sin^2\theta$$



$$f^2(\phi) = 1$$

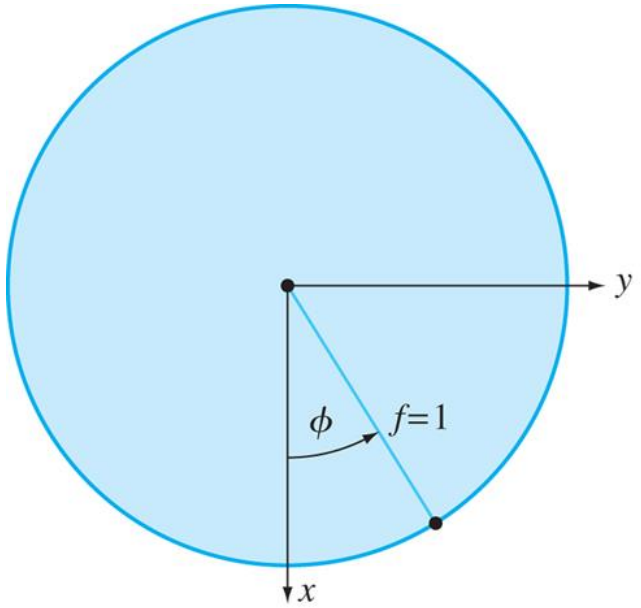
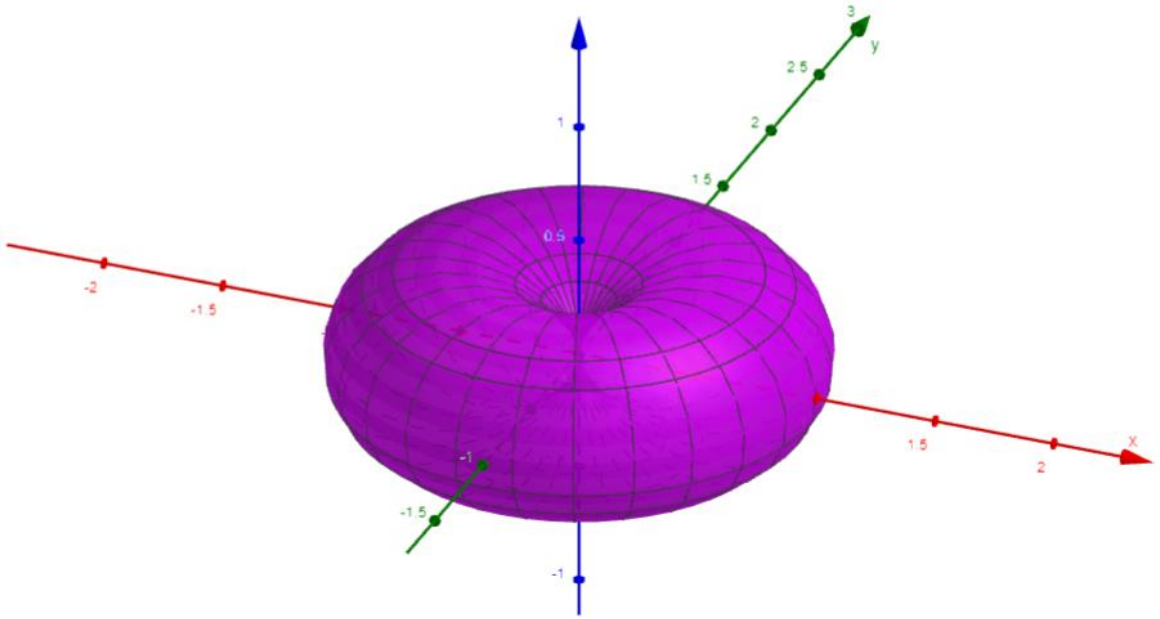
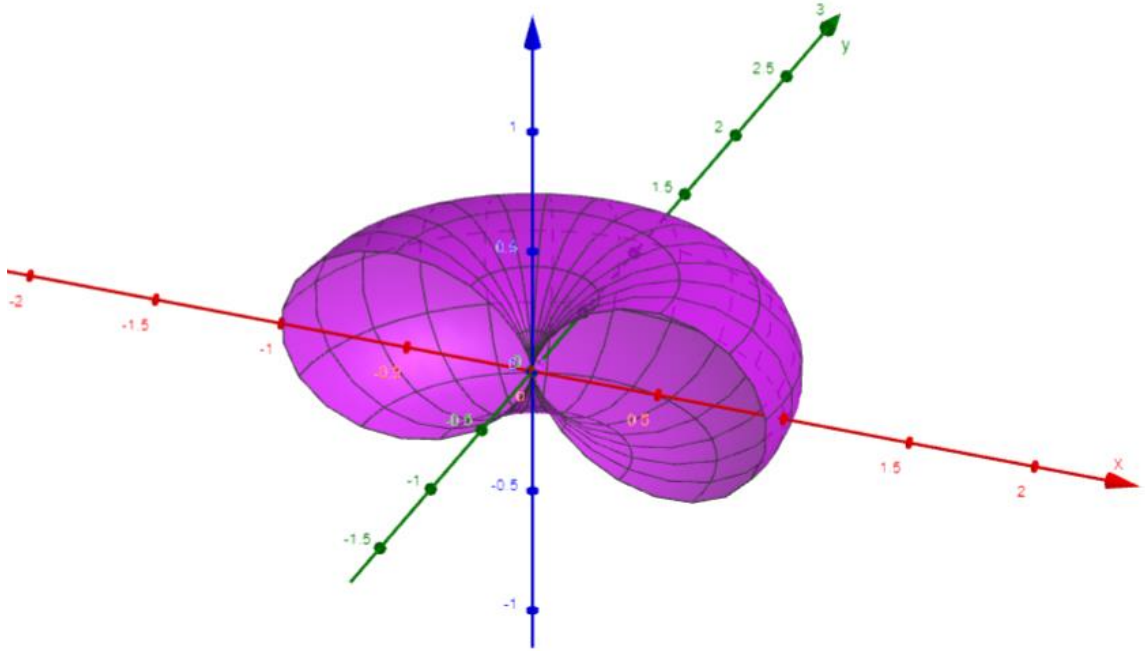


Diagrama de Potencia: Dipolo Hertziano

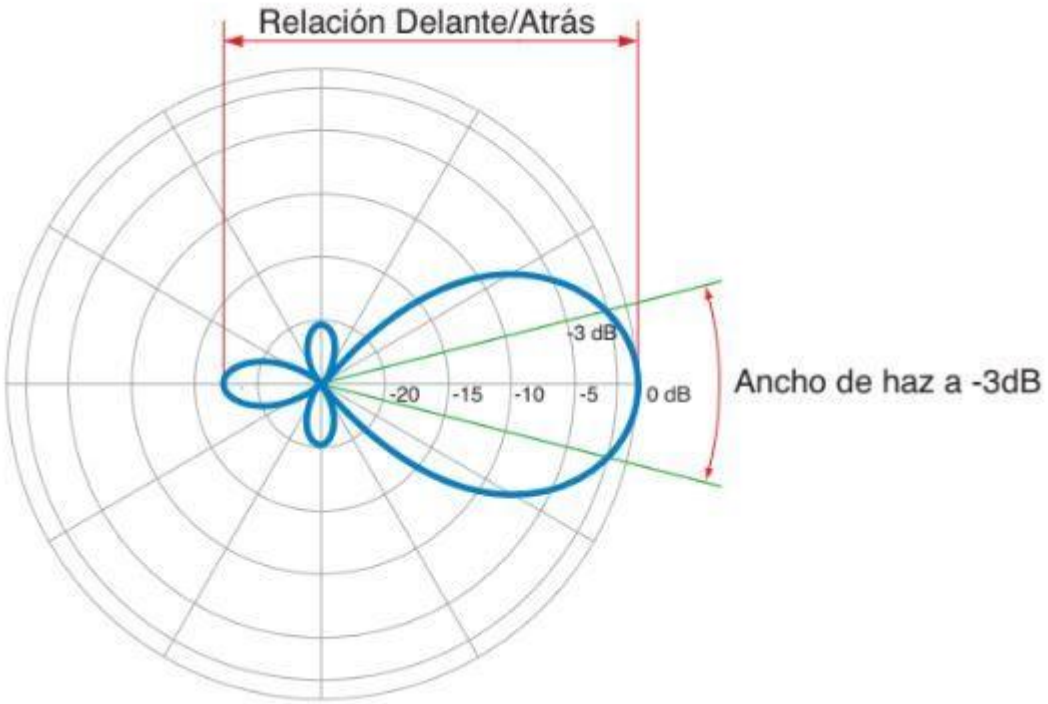
- Luego:





Ancho de Haz

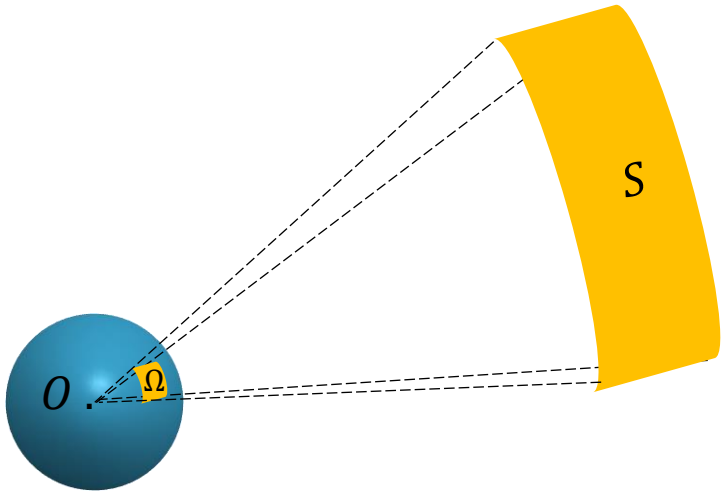
- Se define como el arco descrito en el diagrama de radiación, limitado por los puntos donde la ganancia cae 3dB por debajo del máximo.



Intensidad de Radiación

- Ángulo sólido (Ω)

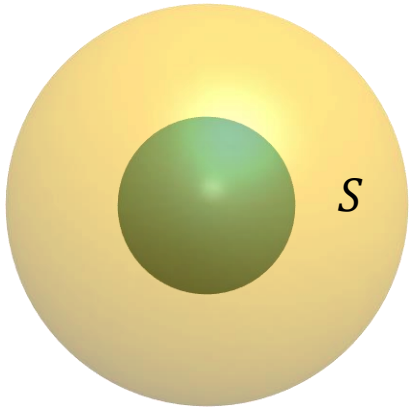
  Consideremos una superficie S vista desde un punto O. Se define el ángulo sólido como el área resultante de la proyección cónica de S sobre una esfera unitaria centrada en O.



Intensidad de Radiación

- Ángulo sólido (Ω)

  Su unidad de medida es el estereorradián (sr).



Si la esfera está envuelta por la superficie:

$$\Omega = 4\pi \text{ [sr]}$$

Intensidad de Radiación

- Definiremos la intensidad de radiación como:

$$\mathbf{U}(\theta,\phi) = r^2\overline{\mathbf{P}}$$

- Desarrollando:

$$P_{rad} = \oint_S \overline{\mathbf{P}} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \bar{P} r^2 sin\theta d\theta d\phi = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \bar{P} r^2 d\Omega$$

$$P_{rad} = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \bar{P} r^2 d\Omega = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} U(\theta,\phi) d\Omega$$

Intensidad de Radiación

- Si en lugar de la Intensidad instantánea contamos con la intensidad promedio $\overline{U}$:

$$P_{rad} = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \overline{U} d\Omega = \overline{U} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} d\Omega = \overline{U} 4\pi$$

- Luego:

$$\overline{U} = \frac{P_{rad}}{4\pi}$$

Ganancia Directiva

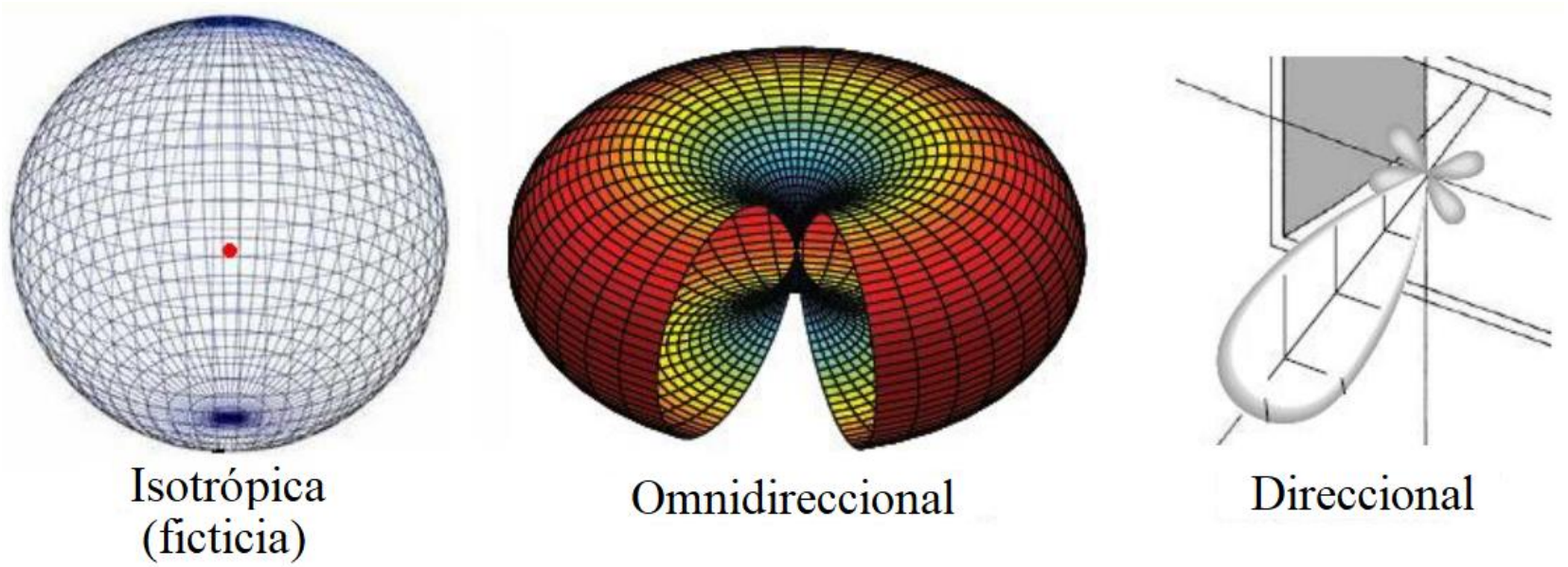
- Es una medida del grado de concentración de la radiación en una dirección particular.
- En otras palabras, corresponde a la capacidad de la antena de dirigir la potencia hacia alguna dirección particular.

- Matemáticamente, se define como:

$$G_d(\theta,\phi) = \frac{U(\theta,\phi)}{U_{\text{prom}}} = \frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P_{\text{rad}}}$$

Ganancia directiva

- Dependiendo de la geometría de la antena, podemos clasificar la antena en 3 tipos (en realidad 2):



Directividad

- Definiremos la directividad como la máxima Ganancia directiva de una antena:

$$D = G_{d,max}(\theta, \phi) = \frac{U_{max}}{U_{\text{prom}}} = \frac{4\pi U_{max}}{P_{\text{rad}}}$$

- Comúnmente, la directividad se expresa en decibeles:

$$D_{dB} = 10 \log_{10} D$$

- **Propuesto:** Determine D para un dipolo hertziano y $\lambda/2$.

Ganancia de Potencia

- La ganancia directiva solo contempla factores geométricos y de diseño de la antena.
- Recordemos que el material de la antena no es ideal, y por lo tanto genera pérdidas.

- Si consideramos una antena conductora. Esta presentará una resistencia óhmica equivalente R_l, que generará una pérdida de potenciaP_l.

$$P_{in} = P_l + P_{rad} = \frac{1}{2}|I_{in}|^2(R_l + R_{rad})$$

Ganancia de Potencia

- Definiremos la ganancia de potencia como:

$$G_p(\theta,\phi) = \frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P_{in}}$$

- Al igual que la directividad, las ganancias G_p y G_d se expresan comúnmente en decibeles:

$$G_{dB} = 10\log_{10} G$$

Eficiencia de una Antena

- Definiremos la eficiencia como la razón entre la ganancia de potencia y la ganancia directiva, con respecto a alguna dirección determinada:

$$e_r = \frac{P_{\text{rad}}}{P_{\text{in}}} = \frac{R_{\text{rad}}}{R_l + R_{\text{rad}}}$$

- De este modo, para una antena 100% eficiente, $G_d \approx G_p$.

Área Efectiva

- Hasta ahora nos hemos limitado solo a antenas transmisoras.
- Como usuarios, es más frecuente que empleemos antenas receptoras.

- Si la onda recibida ingresa desde la dirección de mayor Ganancia Directiva, entonces:

$$P_{\mathrm{r}} = \int \overline{\mathbf{P}} \cdot d\mathbf{S} = \bar{P} S$$

- En la práctica, esta situación es poco probable.

Área Efectiva

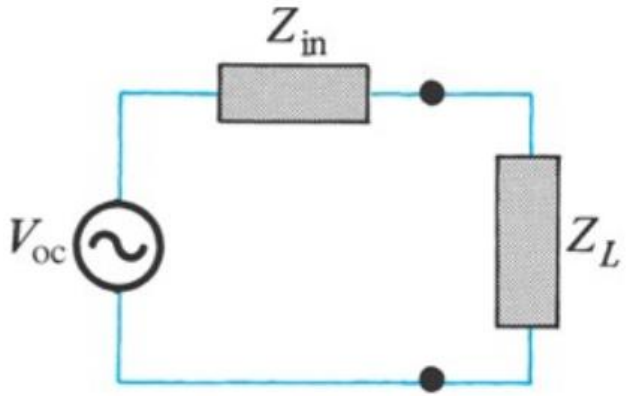
- Para lidiar con este problema, introduciremos el concepto de área efectiva.
- Más que como un área, es mejor entenderlo como una relación de potencias, de lo contrario se vuelve extraño para el caso de antenas lineales.

- En síntesis, el área efectiva se entiende como la medida de la capacidad de la antena para recibir energía desde una onda viajera.

$$A_{\mathrm{e}} = \frac{P_{\mathrm{r}}}{\overline{P}}$$

Área Efectiva: Dipolo Hertziano

- Para el caso del dipolo hertziano, podemos modelar el problema circuitalmente. De este modo, la onda transmitida se puede representar como un equivalente de thevenin, y la antena receptora como una carga.



- Si el sistema está bien adaptado $X_{in} = -X_L$, por lo que $Z_{in} = Z_L^*$.

Área Efectiva: Dipolo Hertziano

- Si el sistema está bien adaptado, tendremos máxima transferencia de potencia:

$$P_{\mathrm{r}} = \frac{1}{2}\left[\frac{V_{oc}}{2R_{rad}}\right]^2 R_{rad} = \frac{V_{oc}^2}{8R_{rad}}$$

- V_{oc} puede escribirse como $V_{oc} = Edl$. Siendo E la intensidad de campo efectivo paralelo al eje del dipolo. De modo que

$$P_{\mathrm{r}} = \frac{E^2 dl^2}{8R_{rad}} = \frac{E^2 dl^2}{8 \cdot 80\pi^2 (dl/\lambda)^2} = \frac{E^2 \lambda^2}{640\pi^2}$$

Área Efectiva: Dipolo Hertziano

- Por otro lado, sabemos que la potencia promedio estará dada por:

$$\bar{P} = \frac{E^2}{2\eta_0} = \frac{E^2}{240\pi}$$

- Reemplazando en la definición de área efectiva:

$$A_e = \frac{P_r}{\bar{P}} = 1.5\frac{\lambda^2}{4\pi} = \frac{\lambda^2}{4\pi}D$$

Área Efectiva: Generalizado

- Si reemplazamos D por la ganancia directiva $G_d(\theta, \phi)$ tenemos una definición generalizada para el área efectiva, para **cualquier antena y cualquier dirección**.

$$A_{\mathrm{e}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_d(\theta, \phi)$$

Polarización

- Dependiendo de su construcción, las antenas pueden diseñarse para transmitir o recibir eficientemente un tipo determinado de ondas.



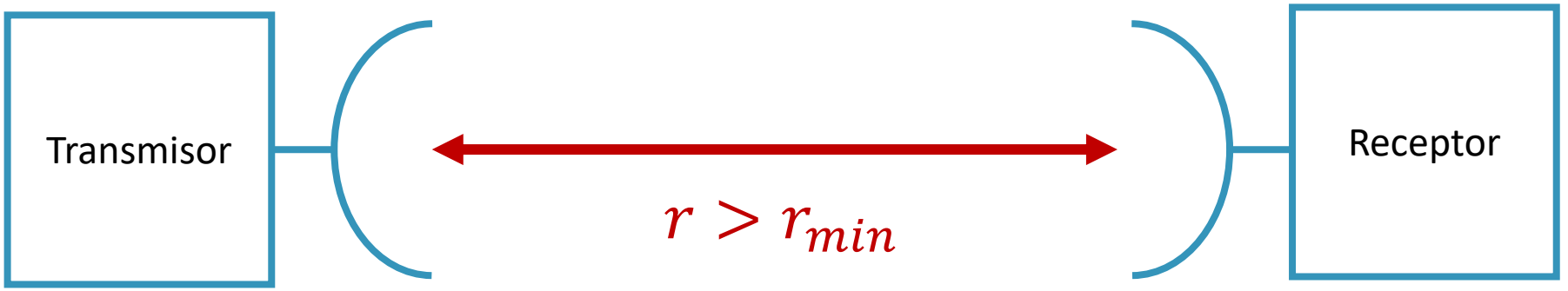
Polarización Lineal (e.g., antenas dipolo)
Útiles para señales terrestres



Polarización Circular (e.g., antenas helicoidales)
Útiles para señales satelitales

Ecuación de Friis

- Supongamos un sistema transmisor-receptor de antenas, las cuales están distanciadas a una separación de campo lejano.



A_{et}
G_{dt}
$P_t = P_{rad}$

A_{er}
G_{dr}
P_r

Ecuación de Friis

- Para el caso del transmisor, tenemos:

$$G_{dt} = \frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P_t} = \frac{4\pi r^2 \bar{P}}{P_t}$$

$$\bar{P} = \frac{P_t}{4\pi r^2} G_{dt}(\theta,\phi)$$

- Mientras que para el receptor:

$$P_r = A_{er}\bar{P} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{dr}(\theta,\phi)\bar{P}$$

Ecuación de Friis

- Combinando ambas expresiones, se tiene la Ecuación de Friis

$$P_r = G_{dr}(\theta,\phi)\ G_{dt}(\theta,\phi)\left[\frac{\lambda}{4\pi r}\right]^2 P_t$$

- Esta expresión relaciona la potencia recibida por una antena con la potencia transmitida por la otra.
- **Solo es válida en caso de campo lejano.**

RADAR (***Ra****dio* ***D****etection* ***A****nd* ***R****anging)*

- Es un dispositivo capaz de detectar objetos, su ubicación y velocidad.
- Emite pulsos electromagnéticos con alta directividad y generalmente la misma antena recibe los ecos.
- La distancia al objeto es proporcional al tiempo de ida y vuelta.

RADAR (***Ra****dio* ***D****etection* ***A****nd* ***R****anging)*

- Es un dispositivo capaz de detectar objetos, su ubicación y velocidad.
- Emite pulsos electromagnéticos con alta directividad y generalmente la misma antena recibe los ecos.
- La distancia al objeto es proporcional al tiempo de ida y vuelta.

En esencia, funciona igual que el ultrasonido de un nóctulo



Scattering Cross Section (σ)

- Evidentemente, para poder detectar el pulso electromagnético, este debe ser reflejado en cierto grado.
- La capacidad de un objeto de reflejar (*scatter*) el pulso incidente depende de la **sección transversal del radar (STR)** o **scattering cross section (σ).**

- Este parámetro depende de:
  -El material del objetivo
  -El tamaño del objetivo
  -El ángulo de incidencia del haz
  -La polarización de la onda transmitida y recibida

Ecuación del RADAR

- La potencia recibida por un radar estará dada por:

$$P_r = \frac{P_{rad} G_{dt}}{4\pi r^2} \quad \sigma \quad \frac{1}{4\pi r^2} \quad A_e$$

STR

Área efectiva de la antena receptora

Potencia inicialmente irradiada por el transmisor

Factor de reflexión isotrópica del objetivo

- Reescribiendo el área efectiva como $A_e = \lambda^2 G_{dt}/4\pi$, tenemos:

$$P_r = \frac{(\lambda G_{dt})^2 \sigma P_{rad}}{(4\pi)^3 r^4}$$

Ecuación del RADAR

- Finalmente, basta con despejar r para encontrar la distancia del objetivo:

$$r = \left[\frac{\lambda^2 G_d^2 \sigma}{(4\pi)^3} \frac{P_{rad}}{P_r}\right]^{1/4}$$

- Dada una potencia mínima detectable por el equipo ($P_r = P_{min}$), es posible determinar el rango de alcance del radar (r_{max}).

Ecuación del RADAR

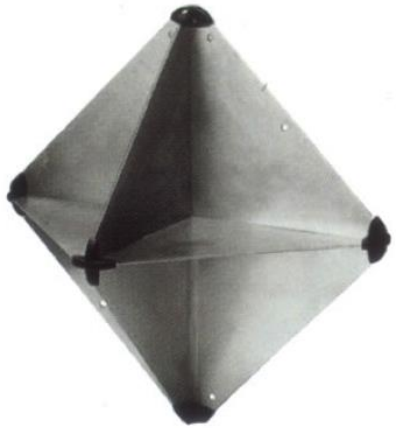
- Un diseño inteligente permite burlar la detección del radar



equivalente a una bolita de acero de 1 cm de diámetro



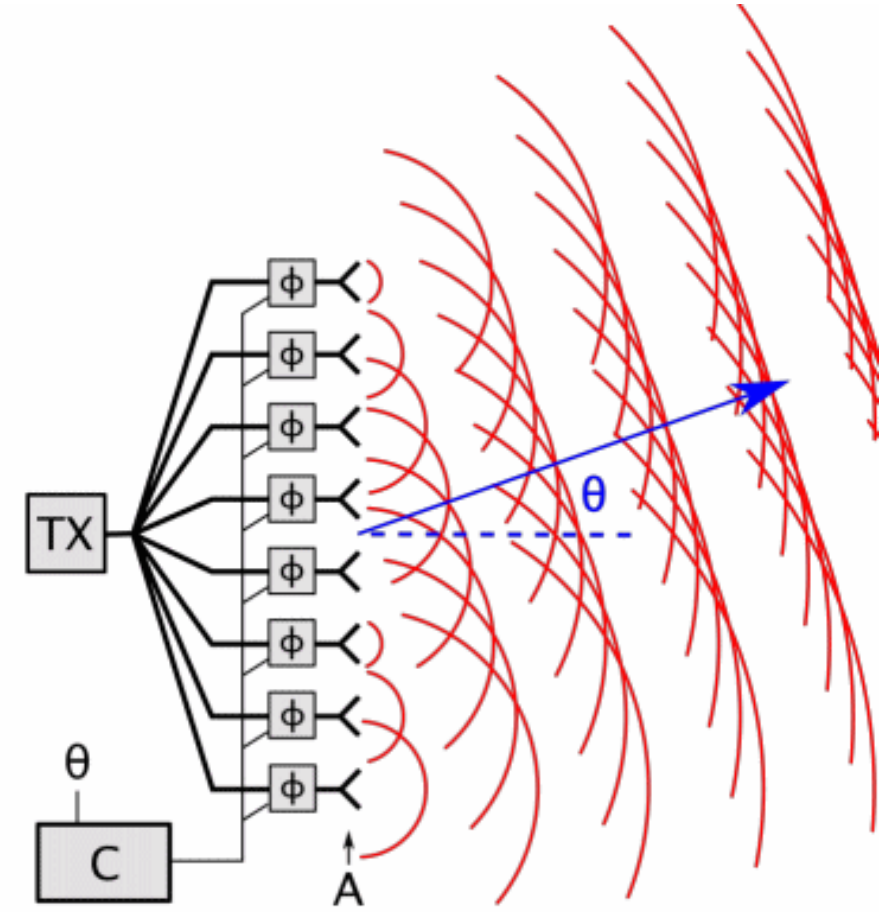
equivalente a esfera de acero de 1 m de diámetro



equivalente a esfera de acero de 10 m de diámetro

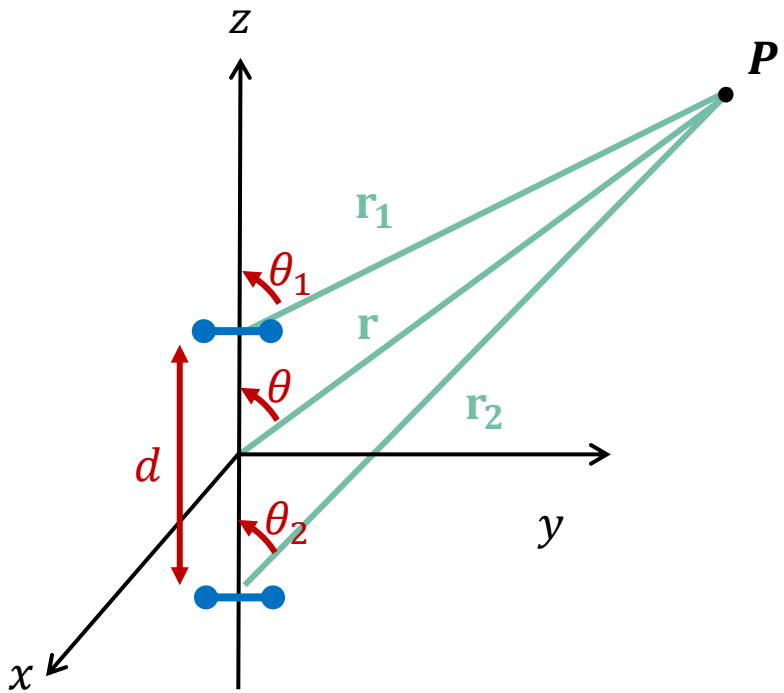
Arreglos de Antenas (Phased Arrays)

- Son agrupaciones de antenas posicionadas a una determinada distancia y alimentadas con corrientes a distintas fases.
- Al modificar la separación d y la fase α, podemos generar interferencias constructivas o destructivas.
- ¿Para qué? ¡Mejor directividad!



Arreglo de 2 antenas

- Supongamos que tenemos un arreglo de 2 dipolos hertzianos orientados horizontalmente.



- Sabemos que el campo para una antena de este tipo está dado por:

$$E_\theta = \frac{j\eta I_0 \beta dl}{4\pi r} \sin\theta \, e^{-j\beta r}$$

- Pero con el cambio de orientación:

$$E_\theta = \frac{j\eta I_0 \beta dl}{4\pi r} \cos\theta \, e^{-j\beta r}$$

Arreglo de 2 antenas

- Aplicando superposición, sumamos los campos individuales de cada antena:

$$E = \frac{j\eta I_0 \beta dl}{4\pi}\left[\frac{\cos\theta_1}{r_1} e^{-j\beta r_1} e^{j\alpha} \mathbf{a}_{\theta_1} + \frac{\cos\theta_2}{r_2} e^{-j\beta r_2} \mathbf{a}_{\theta_2}\right]$$

- Asumiendo que P está suficientemente lejos, podemos asumir que $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta$. Para magnitud, podemos hacer $r_1 \approx r_2 \approx r$.
- No obstante, para la fase esto no es válido, y debemos usar la misma aproximación que empleamos en las clases de expansión multipolar de un dipolo.

$$r_1 = r - \frac{d}{2}\cos\theta \qquad\qquad r_2 = r + \frac{d}{2}\cos\theta$$

Arreglo de 2 antenas

- Reemplazando en la ecuación de campo:

$$E = \frac{j\eta I_0 \beta dl}{4\pi r} \cos\theta \, e^{-j\beta r}\left[e^{j\frac{\beta d}{2}\cos\theta} e^{j\alpha} + e^{-j\frac{\beta d}{2}\cos\theta}\right]\mathbf{a}_\theta$$

- **Trucazo:** Factorizamos por el factor $e^{j\alpha/2}$.

$$E = \frac{j\eta I_0 \beta dl}{4\pi r} \cos\theta \, e^{-j\beta r} e^{j\alpha/2}\left[e^{j\frac{\beta d}{2}\cos\theta} e^{j\alpha/2} + e^{-j\frac{\beta d}{2}\cos\theta} e^{-j\alpha/2}\right]\mathbf{a}_\theta$$

$$E = \frac{j\eta I_0 \beta dl}{4\pi r} \cos\theta \, e^{-j\beta r} e^{j\alpha/2} 2\cos\left[\frac{1}{2}(\beta d\cos\theta + \alpha)\right]\mathbf{a}_\theta$$

Arreglo de 2 antenas

- La expresión resultante puede dividirse en 2 componentes:

$$E = \left\{\frac{j\eta I_0 \beta dl}{4\pi r}\cos\theta\, e^{-j\beta r}\right\}\left\{e^{j\alpha/2}2\cos\left[\frac{1}{2}(\beta d\cos\theta+\alpha)\right]\right\}\ \mathbf{a}_\theta$$

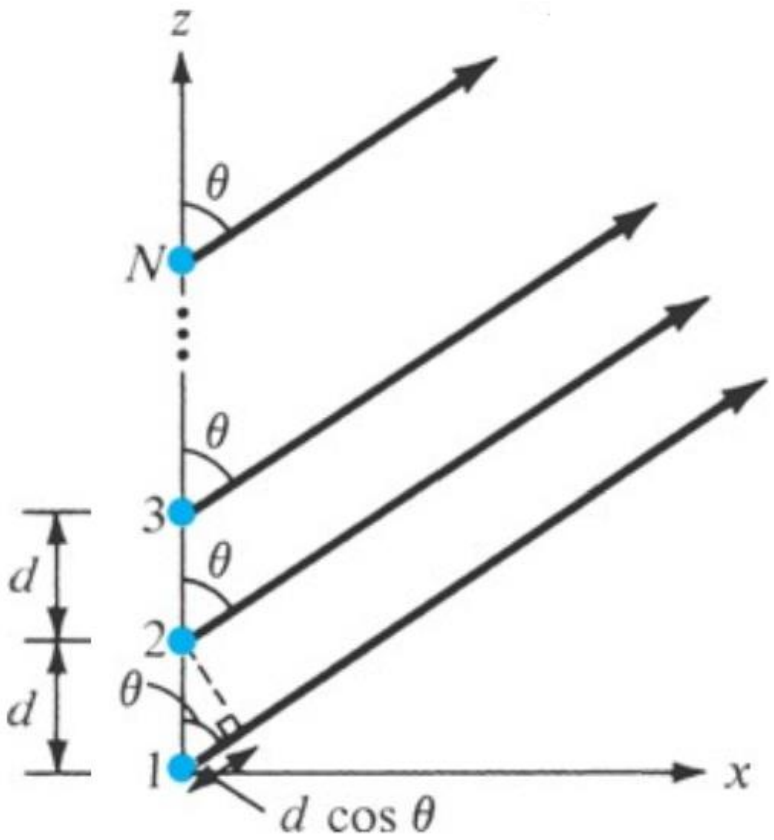
Patrón individual de un dipolo hertziano

Patrón asociado al grupo de antenas

- La segunda componente se conoce como **patrón de grupo** o **Array Factor (AF).**

$$AF = e^{j\alpha/2}2\cos\left[\frac{1}{2}(\beta d\cos\theta+\alpha)\right]$$

Arreglo de N antenas



- ¿Qué pasa si ahora son N antenas?

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \cdots + \mathbf{E}_N$$

- Análogo al caso de 2 antenas, tendremos:

$$\mathrm{AF} = 1 + e^{j\psi} + e^{2j\psi} + e^{3j\psi} + \cdots + e^{(N-1)j\psi}$$

con

$$\psi = \beta d \cos\theta + \alpha$$

Arreglo de N antenas

- Podemos notar que la expresión de AF corresponde a la serie geométrica:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{N-1} = \frac{1 - x^N}{1 - x}$$

- De modo que:

$$\mathrm{AF} = \frac{1 - e^{jN\psi}}{1 - e^{j\psi}}$$

- Y esto puede reescribirse como:

$$\mathrm{AF} = \frac{e^{jN\psi/2}}{e^{j\psi/2}} \frac{e^{jN\psi/2} - e^{-jN\psi/2}}{e^{j\psi/2} - e^{-j\psi/2}} = e^{j(N-1)\psi/2} \frac{\sin N\psi/2}{\sin \psi/2}$$

Arreglo de N antenas

- Finalmente, si el arreglo está centrado en el origen, el término exponencial desaparece y con ello tenemos:

$$\mathrm{AF} = \frac{\sin\frac{N\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}$$

- Notemos que si $N = 2$

$$\mathrm{AF} = \frac{\sin\psi}{\sin\frac{\psi}{2}} = 2\cos\frac{\psi}{2} = 2\cos\left[\frac{1}{2}(\beta d\cos\theta + \alpha)\right]$$

Array Factor

- Consideremos algunas observaciones respecto a la expresión de AF para un arreglo de N antenas:

1. El valor máximo que puede tomar AF es $AF = N$. Este máximo ocurrirá cuando $\psi = 0$. Es decir:

$$\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{\alpha}{\beta d}\right)$$

2. AF es una función periódica con múltiples ceros, ubicados en:

$$\frac{N\psi}{2} = \pm k\pi, \qquad k = 1,2,3,\ldots$$

Arreglos: casos particulares

- Arreglo **Broadside**

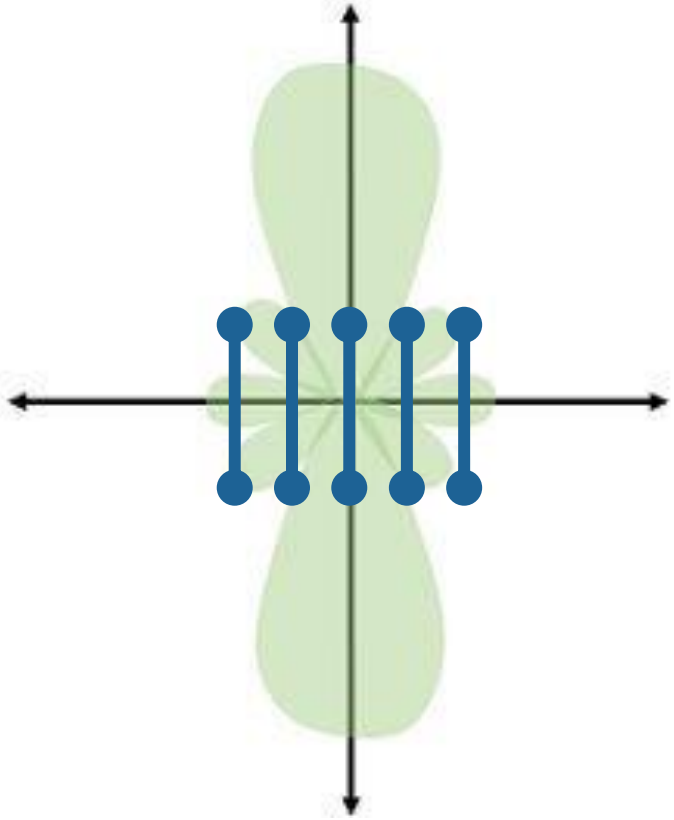
  Es aquel con $\alpha = 0$, $\theta = 90°$ y $\psi = 0$. Su máximo de radiación está dirigido en dirección normal al eje del arreglo.

- Arreglo **End-fire**

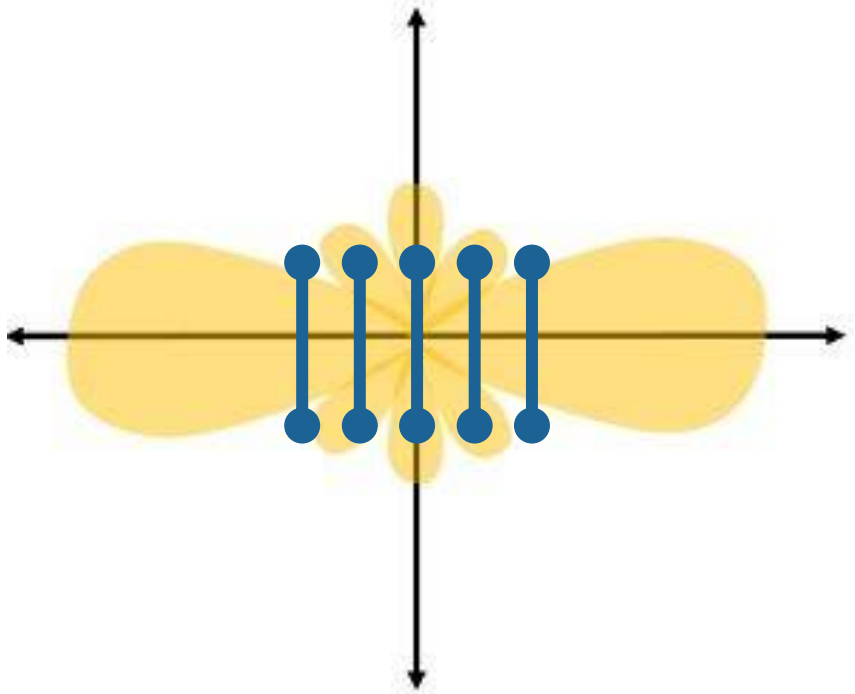
  Es aquel con $\psi = 0$ y $\theta = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$, de manera que $\alpha = \begin{cases} -\beta d \\ \beta d \end{cases}$. Su máximo de radiación es en dirección a lo largo del eje.

Arreglos: casos particulares

Arreglo **Broadside**



Arreglo **End-fire**



Resumen

- Analizamos las distintas características de una antena.
- Establecimos la ecuación de Friis para la relación de potencia en un sistema transmisor-receptor.
- Enunciamos la ecuación de radar.

Cerrando la clase de hoy

- Con esto cerramos el capítulo de antenas.
- Lo prometido es deuda: MRI.

Próxima Clase:

Imágenes por Resonancia Magnética (MRI)