Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2103 – Señales y Sistemas

Tarea 1

Entrega: 30 de agosto a las 23:59 hrs.

Instrucciones generales

1. Para la parte de implementación, debe adjuntar un código desarrollado en Python.
2. Deben entregar un PDF con el desarrollo llamado *Apellido*_Tarea1.pdf (donde *Apellido* es su apellido).
3. La tarea es individual, pero pueden comentar las preguntas con sus compañeros.
4. Cada eje de los gráfico debe incluir un nombre descriptivo y su respectiva unidad.

Ejercicios teóricos

1. Resuelva los siguientes problemas cortos:

   a) **[0.5 puntos]** Sea una función $f(x)$ cualquiera, encuentre el gráfico de $f(ax-b)$ ¿Cuál es el desplazamiento y el factor de dilatación/contracción de esta última?

   b) **[0.5 puntos]** Escriba la función $sgn(x)$ en función de $u(x)$ donde esta última corresponde a la función escalón.

   c) **[0.5 puntos]** Calcule el área de $\frac{1}{\tau} \sqcap (\frac{x}{\tau})$.

   d) **[0.5 puntos]** Calcule la derivada de $\sqcap(x)$ y $u(x)$.

2. Considere el sistema con salida $y(t)$ y entrada $x(t)$:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-nT)$$

   a) Muestre si el sistema es:

      i) **[0.5 puntos]** Lineal

      ii) **[0.5 puntos]** Invariante

b) **[1 punto]** Ahora considere que la entrada del sistema es $x(t) = \cos(2\pi t)$ y grafíquela. Además, grafique a mano $y(t)$ para $T = 1$, $T = 1/2$, $T = 1/4$ y $T = 1/8$.

Asegúrese de que todos los gráficos tengan las mismas dimensiones en los ejes.

3. Exprese las siguientes ecuaciones como sumas infinitas de polinomios y determine para qué valores de $|x|$ la serie converge:

   a) **[1 punto]** $p_1(x) = \frac{1}{1-x}$

   b) **[1 punto]** $p_2(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$

   HINT: Puede ser útil usar series de Taylor.

4. Un circuito eléctrico se puede modelar como un sistema LTI que presenta una respuesta al impulso dada por:

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} u(t),$$

donde R y C son parámetros del circuito. El circuito está diseñado para operar sobre una señal de entrada de la forma:

$$x(t) = A\cos(k\omega_0 t),$$

donde $\omega_0 = \frac{1}{RC}$, mientras que A y k son constantes arbitrarias.

El objetivo de este ejercicio es deducir el efecto que tiene el sistema sobre una sinusoide de amplitud constante a medida que aumenta su frecuencia ($k\omega_0$). Para lograr esto, responda las siguientes preguntas:

   a) **[0.3 puntos]** Indique si el sistema es estable, causal y tiene memoria. Justifique sus respuestas.

   b) **[1.5 puntos]** Encuentre la salida analítica del sistema para las siguientes entradas:

      1) $x_1(t) = A$
      2) $x_2(t) = A\cos(0.01\omega_0 t)$
      3) $x_3(t) = A\cos(100\omega_0 t)$

      HINT: Puede ser conveniente hacer el cálculo para un caso general con frecuencia $k\omega_0$ y luego evaluar para cada caso particular.

   c) **[0.2 puntos]** A partir de los resultados obtenidos, ¿cuál es el efecto que presenta el sistema sobre una sinusoide a medida que aumenta su frecuencia?

Ejercicios de implementación

1. Considere la función $f(t) = \sum_{n=1}^{N} cos(2\pi \cdot n \cdot t)$.

   a) **[1 punto]** Grafique la función para cuatro valores de N: 5, 10, 50 y 100. Los gráficos deben estar incluidos en una misma figura, como se puede ver a continuación. Más aún, los gráficos deben estár entre $0s$ y $10s$.

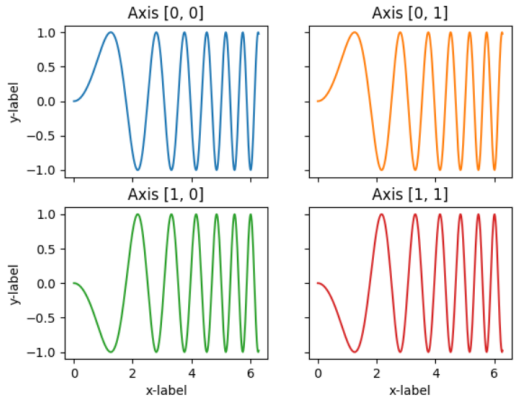


Figura 1: Cuatro gráficos en una misma figura.

   HINT: Para generar el vector de tiempo, les recomiendo repetir el procedimiento realizado en el taller de Python.

   b) **[1 punto]** ¿A qué función se aproxima $f(t)$ a medida que aumenta n?

2. *a*) **[1 punto]** Importe un archivo de audio a su elección y grafíquelo usando matplotlib.

   b) **[1 punto]** Utilice la función Audio de IPython para reproducir el audio con tres frecuencias de muestreo diferentes (una de estas debe ser la original). Comente lo que ocurre al variar este parámetro.

   Comentario: Para evaluar este inciso punto se revisará su código de Python.

3. **[2 puntos]** Considere la función vista en clases:

$$f(x) = \left(3 \cdot Gauss\left(\frac{x}{3}\right) - \sqcap\left(x - \frac{3}{2}\right) - \sqcap\left(x + \frac{3}{2}\right)\right) \cdot ramp\,(x + 3)$$

   Grafique la función para $x \in [-6, 6]$.

4. **[2 puntos]** Utilice el siguiente documento como referencia para graficar la función $f(x) = e^{i2\pi x}$. Su resultado debería asemejarse a la figura 1.16 del libro guía.