Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2103 – Señales y Sistemas

Control 7

14 de Octubre 2022

---

1. Encuentre la secuencia de convolución de:

$$u[n] * 3^n$$

Para resolver esto, planteamos la suma de convolución (lineal, porque las funciones involucradas no son periódicas, por lo tanto no puede ser convolución circular):

$$(u[n] * 3^n)[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u[n] 3^{k-n}$$

Notamos que al multiplicar por escalón, los n negativos no aportan a la suma. Además, separamos $3^{k-n} = 3^k 3^{-n}$ por propiedades de las potencias:

$$(u[n] * 3^n)[k] = \sum_{n=0}^{\infty} 3^k 3^{-n}$$

Dado que 3^k es constante en n, lo sacamos de la sumatoria. También, escribimos 3^{-n} como $3^{-n} = \left(\frac{1}{3}\right)^n$:

$$(u[n] * 3^n)[k] = 3^k \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

La suma es una serie geométrica, loq ue significa que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{3}}$$

Desarrollando el álgebra y reemplazando, se obtiene:

$$(u[n] * 3^n)[k] = \frac{3}{2} \cdot 3^k$$

2. Si la señal $f(t) = 10\sin(10\pi t)$ es muestreada a frecuencia $u_s = 100Hz$. Encuentre el valor de $f[3]$

   Sabemos que $f[n] = f(nT)$, por lo que para encontrar $f[3]$, necesitamos el período de muestreo. Este es:

   $$T = \frac{1}{U_s}$$

   Dado $U_s = 100Hz$ en el enunciado:

   $$T = 0.01s$$

   Entonces:

   $$f[3] = f(3 \cdot 0.01)$$

   Reemplazo $f(t) = 10\sin(10\pi t)$:

   $$\boxed{f[3] = 10\sin(0.3\pi)}$$

3. Encuentre la respuesta al impulso del sistema:

   $$y[n] = \sum_{m=0}^{\infty} x[n-m]$$

   - Este sistema tiene forma muy parecida a una convolución lineal como:

     $$g[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 1[m] * x[n-m]$$

     con la única diferencia de que el límite de la suma inferior es 0.
   - La interpretación de este hecho es que se está convolucionando por una señal escalón en vez de una señal uno. Es decir:

     $$g[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u[m] * x[n-m]$$

   - Así, como se sabe que $g[n] = x[n] * h[n]$, la respuesta al impulso es $u[n]$.