Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2103 – Señales y Sistemas

Ayudantía 8

12 de Mayo 2023

Nicolás Kantor Nagel - nkantorn@uc.cl

Ejercicios

Pregunta 1

Encuentre el período de muestreo crítico de las siguientes señales:

a) $sinc(x)$

$$\mathcal{F}\{sinc(x)\} = \sqcap(u)$$

Su máxima frecuencia es $f_{max} = 1/2$. Como sabemos por Nyquist:

$$T_c = \frac{1}{2f_{max}} = 1$$

b) $\cos(6\pi t)$

La máxima frecuencia es esta función es 3 por lo que $T_c = 1/6$

c) $1(t)$

En este caso se tiene que $\mathcal{F}\{1\} = \delta(u)$. En este caso la única frecuencia es cero, por lo que $T_c = \infty$, esto significa que se puede usar cualquier período para muestrear.

d) $sinc^2(x)$

La transformada es $w \wedge (u)$ por lo que $f_{max} = 1$ y $T_c = 1/2$

Pregunta 2

Dibuje el diagrama de polos y ceros de:

$$F(s) = \frac{s^2 - 6s + 5}{2s^3 - 2s^2 + 5}$$

Los ceros están en:

$$s_{c1} = 1 \qquad s_{c2} = 5$$

Los polos están en:

$$s_{p1} = -1.06 \quad s_{p2} = 1.05 - i1.09 \quad s_{p3} = 1.05 + i1.09$$

Pregunta 3

Explique cómo es la función de transferencia de un filtro:

a) Pasa Bajos

La función de transferencia más común es:

$$H(s) = \frac{1}{s - p}$$

b) Pasa Altos

La función de transferencia más común es:

$$H(s) = \frac{s}{s - p}$$

c) Pasa Banda

La función de transferencia más común es:

$$H(s) = \frac{s}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

d) Rechaza Banda

La función de transferencia más común es:

$$H(s) = \frac{(s - z_1)(s - z_2)}{s - p}$$

Pregunta 4

La respuesta al escalón de un sistema LTI es $g(t) = 2e^{-3t}u(t)$. Encuentre la respuesta al impulso.

De manera general:

$$\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s - a}$$

Por esto tomando transformada unilateral:

$$G(s) = \frac{2}{s+3}$$

Además sabemos que la función de transferencia es la respuesta al impulso:

$$G = HU$$

Por lo que para encontrar la función de transferencia H se puede calcular ya que $U = \frac{1}{s}$ sería una entrada con forma de escalón:

$$H = G/U = \frac{2s}{s+3}$$

Descomponiendo en fracciones parciales:

$$\frac{2s}{s+3} = A + \frac{B}{s+3}$$

Al resolver tenemos $A = 2$ y $B = -6$:

$$H = 2 - \frac{6}{s+3}$$

Es sencillo tomar la inversa de esta función para encontrar la respuesta al impulso:

$$\mathcal{L}^{-1}\{H\} = 2\delta(t) - 6e^{-3t}u(t)$$

Pregunta 5

Resuelva la siguiente ecuación para $f(x)$:

$$f(x) = \sin(x) + 2\int_0^x \cos(x-\tau)f(\tau)d\tau$$

Se reconoce la convolución tal que:

$$f(x) = \sin(x) + 2\cos(x) * f(x)$$

Recordamos que:

$$\mathcal{L}\{\sin(ax)\} = \frac{a}{s^2+a^2} \qquad \mathcal{L}\{\cos(ax)\} = \frac{s}{s^2+a^2}$$

Así podemos expresar la función como:

$$F(s) = \frac{1}{s^2+1} + \frac{2s}{s^2+1}F(s)$$

Al desorrollar se llega a:

$$F(s) = \frac{1}{(s-1)^2}$$

Se puede resolver con teorema de residuos de Cauchy pero es más sencillo recordar que:

$$\mathcal{L}\{e^{at}t^n\} = \frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$$

Por lo tanto:

$$F(s) = xe^x$$