IEE 2103 Señales y Sistemas

Clase 4C: Transformada de Laplace: Propiedades

4.7 Propiedades de LT

1. Similitud

$$f(at) \longrightarrow \frac{1}{|\,a\,|} F\left(\frac{s}{a}\right) \qquad \alpha < \frac{\sigma}{a} < \beta$$

$$f(-t) \longrightarrow F(-s) \qquad -\beta < \sigma < -\alpha$$

4.7 Propiedades de LT

2. Linealidad

$$af_1(t) + bf_2(t) \longrightarrow aF_1(s) + bF_2(s)$$

$$\max(\alpha_1, \alpha_2) < \sigma < \min(\beta_1, \beta_2)$$

4.7 Propiedades de LT

3. Desplazamiento

$$f(t-a) \longrightarrow e^{-as}F(s) \qquad \alpha < \sigma < \beta$$

4.7 Propiedades de LT

4. Convolución

$$f_1(t) * f_2(t) \longrightarrow F_1(s)F_2(s)$$

$$\max(\alpha_1, \alpha_2) < \sigma < \min(\beta_1, \beta_2)$$

4.7 Propiedades de LT

5. Multiplicación

$$f_1(t)f_2(t) \longrightarrow \frac{1}{i2\pi}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F_1(\xi)F_2(s-\xi)\,d\xi$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 < \sigma < \beta_1 + \beta_2$$

$$\alpha_1 < c < \beta_1$$

$$\alpha_2 < \sigma - c < \beta_2$$

4.7 Propiedades de LT

6. Modulación

$$f(t)\cos\omega t \longrightarrow \frac{1}{2}F(s-i\omega)+\frac{1}{2}F(s+i\omega) \qquad \alpha < \sigma < \beta$$

$$e^{-at}f(t) \longrightarrow F(s+a) \qquad \alpha < \sigma + \mathrm{Re}\{a\} < \beta$$

4.7 Propiedades de LT

7. Autocorrelación

$$f(t) * f(-t) \longrightarrow F(s)F(-s) \qquad |\sigma| < \min(|\alpha|, |\beta|)$$

4.7 Propiedades de LT

8. Diferenciación

$$f'(t) \longrightarrow sF(s) \qquad \alpha < \sigma < \beta$$

$$f^{(n)}(t) \longrightarrow s^n F(s) \qquad \alpha < \sigma < \beta$$

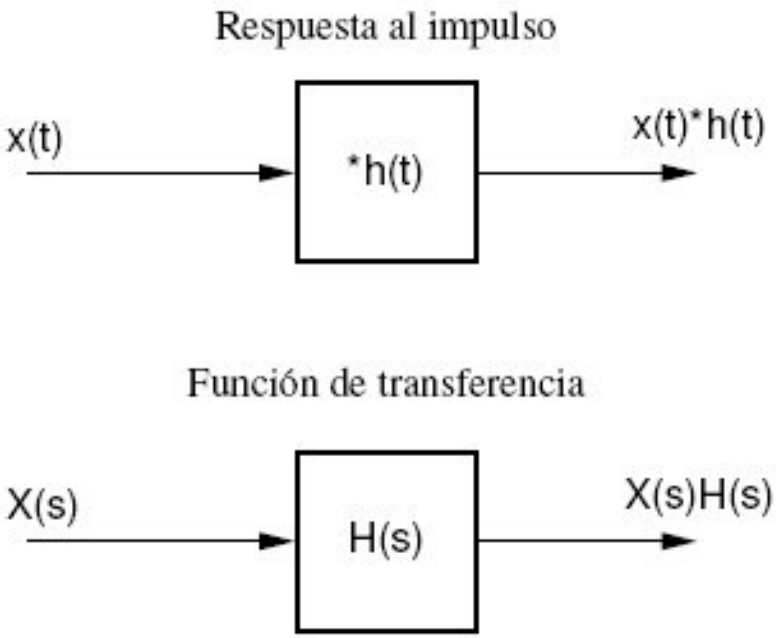
4.7 Propiedades de LT

9. Integración

$$\int_{-\infty}^{t} f(\xi)\, d\xi \longrightarrow \frac{1}{s}F(s) \qquad \max(0, \alpha) < \sigma < \beta$$

$$\int_{t}^{\infty} f(\xi)\, d\xi \longrightarrow \frac{1}{s}F(s) \qquad \alpha < \sigma < \min(0, \beta)$$

4.8 Función de transferencia



$$Y(s) = H(s)X(s)$$

4.8 Función de transferencia

Obtención de la función de transferencia desde la ecuación diferencial que describe el sistema:

$$y'' + ay' + by = cx' + dx$$

$$s^2Y(s) + asY(s) + bY(s) = csX(s) + dX(s)$$

$$Y(s)(s^2 + as + b) = X(s)(cs + d)$$

$$Y(s) = \frac{cs + d}{s^2 + as + b}X(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{cs + d}{s^2 + as + b}$$