Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2103 – Señales y Sistemas

Control 4

31 de Marzo 2023

Se tiene un sistema LTI cuya respuesta a la entrada $f(t) = \frac{1}{2}t^2u(t)$ es $(t-1)u(t-1)$. Responda las siguientes preguntas:

1. [3 Puntos] Encuentre la relación entre $f(t)$ y $\delta(t)$.

   Primero nos damos cuenta que la función $f(t)$ es parabólica, por lo que:

   $$f(t)' = tu(t) + \frac{1}{2}t^2\delta(t) = tu(t)$$

   $$f(t)'' = t\delta(t) + u(t) = u(t)$$

   $$f(t)''' = \delta(t)$$

   Por lo tanto se puede ver que la relación entre $f(t)$ y $\delta(t)$ es:

   $$f(t)''' = \delta(t)$$

2. [3 Puntos] Encuentre la respuesta del sistema ante la entrada $u(t)(e^t - t)$.

   Se nos pide calcular la salida, sin embargo primero debemos encontrar la respuesta al impulso. Eso significa que si tenemos un sistema $\mathcal{L}$ la respuesta al impulso será $h = \mathcal{L}\{\delta\}$, y al ser un sistema LTI se cumplicará que la salida del sistema $g(t)$ será: $h(t) * u(t)(e^t - x) = g(t)$

   Supongamos que para el sistema previo, existe una respuesta al impulso del sistema $h(t)$ tal que:

   $$f(t) * h(t) = (t-1)u(t-1)$$

   Por propiedad de la convolución se debe cumplir que:

   $$f(t)''' * h(t) = [(t-1)u(t-1)]'''$$

   Pero como vimos previamente $f(t)''' = \delta(t)$ por lo que $((t-1)u(t-1))'''$ será la respuesta al impulso del sistema, es decir:

$$\delta(t) * h(t) = \delta'(t-1)$$

De esta manera queda claro que la respuesta al impulso es $h(t) = \delta'(t-1)$ Para saber cuál es la salida del sistema aplicamos esta respuesta:

$$[u(t)(e^t - t)] * \delta'(t-1) = g(t)$$

Por propiedad de la convolución podemos distribuir la derivada tal que:

$$g(t) = \delta(t-1) + u(t-1) \cdot [e^{x-1} - 1]$$

Pueden hacer el control en parejas. Ambos deben entregar una hoja de respuesta solamente con su nombre y sin el de su compañero.