Interrogación 5

- No se permiten consultas de NINGÚN tipo. Si considera que falta información, haga una suposición razonable, que no se contraponga al enunciado, y déjela claramente expresada.
- Está permitido usar como máximo dos carillas de apuntes.
- Responda cada pregunta en hojas separadas. Debe colocar su nombre en todas las hojas que ocupe. ¡hágalo ahora! Las hojas sin nombre no serán corregidas.
- En esta interrogación hay 3 preguntas, todas obligatorias.

---

1. (6 pts). A continuación se tiene un código MATLAB con dos secciones "PLOT1" y "PLOT2". También se muestra la figura que produce el código "PLOT1":

```
%PLOT1
n = -5:5-1;
N = length(n);
f = fftshift(1-abs(n/5));
F = fft(f)/N; %DFT{f}
figure(1), stem(0:N-1,F)
```

```
%PLOT2
f2 = reshape([f;zeros(1,N)],1,2*N); %(*)
F2 = fft(f2)/(2*N); %DFT{f2}
figure(2), stem(0:2*N-1,F2)
```

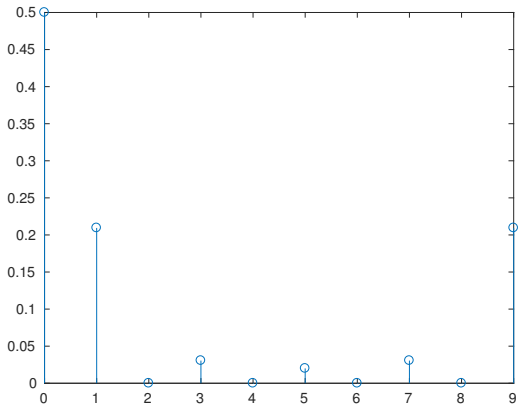


Figure 1: Figura resultante de la sección "PLOT1".

   (a) (3 pts.) Grafique la figura resultante de "PLOT2". Explique y especifique los valores relevantes.
   Tip: Para interpretar correctamente como `reshape` ordena los elementos de `f2` (en la linea "(*)"), recuerde que MATLAB ve las indexaciones por columna.

   (b) (3 pts.) Si no se aplicara el `fftshift`, ¿cómo quedaría la figura de "PLOT2"? Explique y especifique los valores relevantes.

Solución:

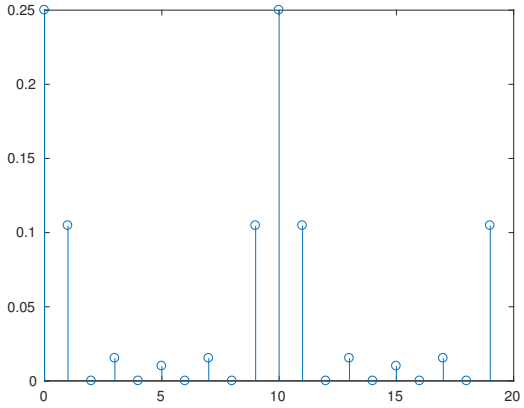


Figure 2: PLOT2.

(a) El resultado de la sección "PLOT2" será → **2 pts.** Esto se debe a que la función `f2` es la función `f` estirada, por lo que

$$\tilde{f}_{(2)}[n] \rightarrow \frac{1}{2}\tilde{F}[k|N] . \rightarrow \boxed{\textbf{1 pts.}}$$

(b) En el caso que no se utilice el `fftshift`, es equivalente a transformar $\tilde{f}[n - N/2] \rightarrow (-1)^k \tilde{F}[k] \rightarrow$ **1 pts.** Por lo que quedará → **2 pts.**

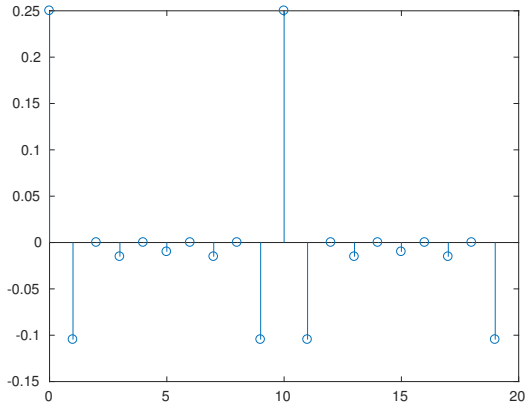


Figure 3: PLOT2 sin `fftshift`.

2. (8 pts). Sea $\tilde{F}(u)$ la DTFT de una señal $f[n]$ definida por:

$$\tilde{F}(u) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} n\, e^{i2\pi nu}$$

(a) (6 pts.) Escriba $f[n]$ de forma explícita y compacta en términos de señales vistas en el curso y grafique.

(b) (2 pts.) Grafique además $(f[n] + if[n])/2$.

Solución:

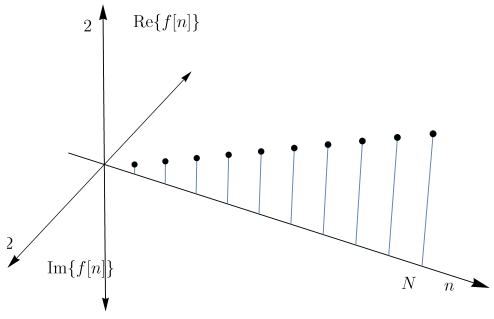
(a) Por dualidad se tendrá que transformar una función dos veces es equivalente a invertirla, luego

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\left\{\tilde{F}(u)\right\} &= \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} n\left[(\delta[n+k] + \delta[n-k]) - (\delta[n+k] - \delta[n-k])\right] \\ &= \frac{2}{N}\sum_{k=1}^{N} n\delta[n-k] \rightarrow \boxed{\textbf{1 pts.}} \\ &= f[-n]. \rightarrow \boxed{\textbf{1 pts.}}\end{aligned}$$

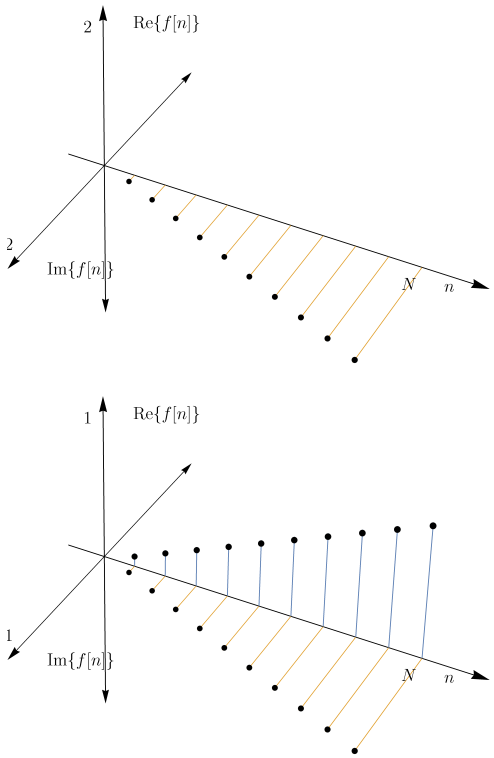
Por lo que

$$f[n] = n \sqcap \left[\frac{n - N/2}{N}\right]. \rightarrow \boxed{\textbf{2 pts.}}$$

Y cuyo gráfico será$\rightarrow$ **2 pts.**



(b) El procedimiento de multiplicar por i rotará el gráfico en $\pi/2$ por lo que al sumar con la señal anterior quedará$\rightarrow$ **2 pts.**



3. (4 pts). Sea la matriz $\mathcal{W}_N$ tal que $\text{DFT}\left\{\tilde{f}\,[n]\right\} = \mathcal{W}_N \tilde{f}\,[n]$ para una secuencia de largo N. Muestre de forma explicita los valores de $\mathcal{W}_N^2$ para cualquier N.

Solución:

Por propiedad de dualidad $\text{DFT}\left\{\text{DFT}\left\{\tilde{f}\,[n]\right\}\right\} = 1/N \cdot \tilde{f}\,[-n]$, es decir

$$\mathcal{W}_N^2 \tilde{f}\,[n] = \frac{1}{N}\tilde{f}\,[-n]\,. \rightarrow \boxed{\textbf{2 pts.}}$$

Por lo tanto la matriz será tal que los elementos del vector queden invertidos, es decir

$$\mathcal{W}_N^2 = \frac{1}{N}\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \rightarrow \boxed{\textbf{2 pts.}}$$