Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2103 – Señales y Sistemas

Ayudantía # 5

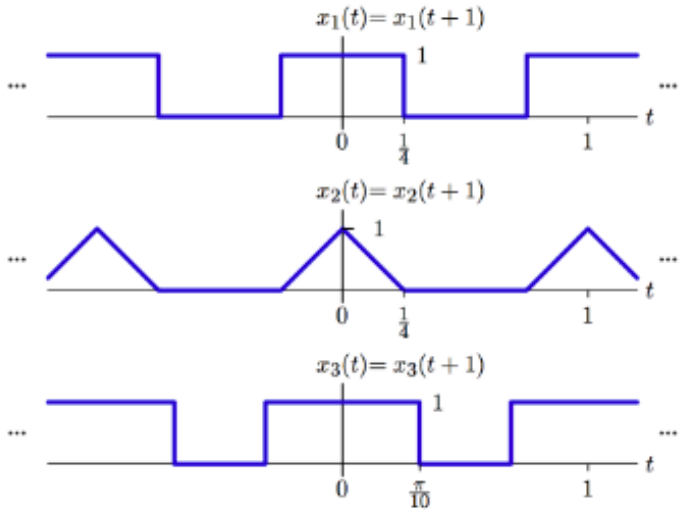
31 de Marzo 2023

Nicolás Kantor Nagel - nkantorn@uc.cl

Crédito a Ayudantías 2016-2

Ejercicios

1. Se tienen las siguientes señals todas de período 1:



   Determine cuál de las siguientes transformaciones de sistemas $x_i \to x_j$, $\forall i \neq j$ con $i, j \in \{1, 2, 3\}$.

2. Se define la transformada de Gervasio como:

$$F(g) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi x(g-2i)} dx$$

   a. Encuentre la transformada inversa de Gervasio.
   b. Encuentre la propiedad de desplazamiento para esta transformada.

3. Se tiene el sistema:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{1}{2}y(t) = x(t)$$

Con $x(t) = e^{-t}u(t)$

a. Determine la familia de soluciones $y(t)$ asociadas al sistema.
b. Represente el sistema en diagramas de bloques.
c. Asuma para $t > 0$ una solución de la forma $y(t) = Ae^{-t}$, y determine el valor de A.
d. Muestre que $y(t) = u(t)(2e^{-t/2} - 2e^{-t})$ es solución para todo t.

4. Demuestre que el teorema de Parseval se puede escribir como:

$$\mathcal{P} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2$$

Calcule la potencia de la señal:

$$f(x) = 7\cos(10\pi t) + \cos(20\pi t) + 2\cos(40\pi t)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \omega n t$$

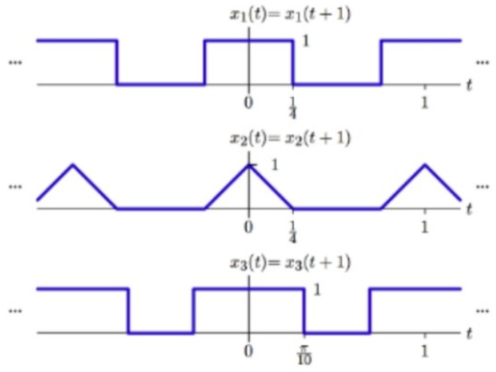
$$a_n = 7, 1, 2$$

$$C_n = \frac{a_n - ib_n}{2}$$

$$C_n = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} + 1$$

$$P = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2$$

1. Se tienen las siguientes señals todas de período 1:



Determine cuál de las siguientes transformaciones de sistemas $x_i \to x_j$, $\forall i \neq j$ con $i, j \in \{1, 2, 3\}$.

Queremos lograr:

$x_1 \longrightarrow x_2$
$x_2 \longrightarrow x_1$
$x_2 \longrightarrow x_3$
$x_3 \longrightarrow x_2$
$x_1 \longrightarrow x_3$
$x_3 \longrightarrow x_1$

¿Cual es LTI?

Mejor trabajar en dominio y frecuencia

$$C_n = \sum_{n=-p}^{p} C_n f(x) e^{-i2\pi n w}$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_T A(t)\, e^{-i2\pi n w}\, dt$$

$f(t) = C_{n1} e^{\cdots} + C_2 e^{\cdots}$

$x_1 = C_1' e^{\cdots} + C_2' e^{\cdots} + \cdots$ } Si para x_1 coef. no existen desde donde vengo a donde voy $\longrightarrow$ sist. LTI

$\alpha(x_1) + \beta = x_2$

Si tengo un armonico en mi sist. de salida tengo que tenerlo en mi sist. de llegada

$$C_k' = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x) e^{-i2\pi kt}\, dt \longrightarrow \text{ESTO ES PARA RECT.}$$

$f(t) = 1$

$$= 1 \int_{-1/4}^{1/4} e^{-i2\pi kt}\, dt = -\frac{1}{i2\pi k} \cdot e^{-i2\pi kt} \Big|_{-1/4}^{1/4} = \frac{-1}{2\pi k i} \left(e^{\frac{-i\pi k}{2}} - e^{\frac{i\pi k}{2}} \right)$$

$$= \frac{-2i \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right)}{-i2\pi k} = \frac{\sin\left(\pi \frac{k}{2}\right)}{\pi k}$$

$x_1 = C_0 + C_1 \cdot e^{i2\pi t} + C_2 \cdot e^{i2\pi \cdot 2t} + \cdots$ } Expresar como suma de sinusoide

$x_1 \simeq \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot e^{i2\pi t} + 0 \cdot e^{i2\pi 2t} + \cdots$

$x_1 \simeq \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cos(2\pi t)$

CA

$$C_k^1 = \frac{\sin\left(\pi \frac{k}{2}\right)}{\pi k}, \quad C_k^2 = \frac{4\sin^2\left(\pi \frac{k}{4}\right)}{\pi^2 k^2}, \quad C_k^3 = \frac{\sin\left(\pi^2 \frac{k}{5}\right)}{\pi k}.$$

$$C_k^2 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot e^{-i2\pi k t}\,dt = \int_{-1/4}^{0} (1+4t)\, e^{-2\pi i k t}\,dt$$

$$+ \int_{0}^{1/4} (1-4t)\cdot e^{-i2\pi k t}\,dt = \frac{4\sin^2\left(\pi \frac{k}{4}\right)}{\pi^2 k^2}$$

$$C_k^3 = 1\int_{-\pi/10}^{\pi/10} e^{-i2\pi k t}\,dt = \frac{\sin\left(\pi^2 \frac{k}{5}\right)}{\pi k}$$

$x_1 \longrightarrow x_2$ No, hay un coef G_k que no esta en C_k^2
$x_2 \longrightarrow x_1$ SI
$x_2 \longrightarrow x_3$ NO
$x_3 \longrightarrow x_2$ SI
$x_1 \longrightarrow x_3$ No LTI
$x_3 \longrightarrow x_1$ SI

② $F(q) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi x(q-2i)}\,dx$

$\mathcal{F} = \int f \cdot Base$

$f = \int \mathcal{F} \cdot Base^*$

Hp: $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(q)\cdot e^{i2\pi x(q-2i)}\,dx$

$$F(q) = \int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty} F(\xi)\cdot e^{i2\pi x(\xi-2i)}\,d\xi\right)\cdot e^{-i2\pi x(q-2i)}\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(\xi)\cdot e^{i2\pi a(\xi-2i)}\,d\xi\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) f(\xi - q)\,d\xi$$

Obs:

$$f(t) * f(t-\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} F(a)\cdot e^{i2\pi a(t-\beta)}\,da$$

b) $y''(t) + 3y'(t) + 4y(t) = 3x'(t) + 6x(t)$