Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2103 – Señales y Sistemas

Ayudantía 9

19 de Mayo 2023

Nicolás Kantor Nagel - nkantorn@uc.cl

Ejercicios

Pregunta 1

Se tiene el sistema discreto:

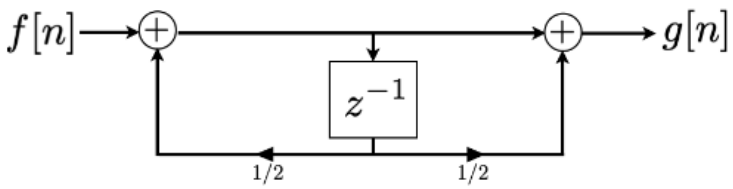


Figura 1: Sistema Discreto

a)

Determine la ecuación de diferencias del sistema.
Si se considera que z^{-1} tiene condiciones iniciales nulas entonces la primera iteración se tendra:

$$g[n] = f[n] + \frac{1}{2}f[n-1]$$

En la segunda iteración se tendrá:

$$g[n] = f[n] + \frac{1}{2}f[n-1] + \frac{1}{2}\left(f[n-1] + \frac{1}{2}f[n-2]\right)$$

Entonces al juntar ambas:

$$g[n] - g[n-1]\frac{1}{2} = f[n] + f[n-1]\frac{1}{2}$$

b)

Determine si el sistema es LTI.
Como las operaciones son solo sumas y los coeficientes son constantes necesariamente es LTI.

Pregunta 2

Considere la función Shah Causal como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \delta_n$$

Encuentre su transformada de Laplace

Si sacamos transformada de Laplace a la expresión llegamos a

$$\sum_{0}^{\infty} e^{-sn} = \frac{1}{1 - e^{-s}}$$

Se usa la propiedad de series geométricas.

Pregunta 3

Considere un sistema retenedor de orden cero del tipo:

$$g(t) = f(nT),\ nT \leq t \leq (n+1)T,\ \forall n$$

a)

Determine si el sistema es lineal.
Es fácil probar que cumple superposición y es homogéneo:

$$af(t) = af(nT) = ag(t) \qquad f_1(t) + f_2(t) = f_1(nT) + f_2(nT) = g_1(t) + g_2(t)$$

b)

Determine si el sistema es inveriante.
Es invariante si el desplazamiento es múltiplo entero de T:

$$af(n - T) \rightarrow af(nT - \alpha T) = af(T(n - \alpha))$$

c)

Determine si el sistema tiene memoria.

No depende de valores futuros ni pasados, no tiene memoria.

Pregunta 4

Dibuje los polos y ceros de:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{nT}\delta(t - nT)$$

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{nT}\mathcal{L}\{\delta(t - nT)\}$$

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{nT}e^{-snT} = \frac{1}{1 - e^{-T(1+s)}}$$

Recordemos que $1 = e^{i2\pi k}$ por lo tanto los polos están en:

$$s = -1 + \frac{i2\pi k}{T}$$

Pregunta 5

Calcule:

$$(\underline{2}, 0, 1) * (3, \underline{2}, 0, 1)$$

$$f[0] = 2 \quad f[1] = 0 \quad f[2] = 1$$
$$g[0] = 2 \quad g[1] = 0 \quad g[2] = 1 \quad g[-1] = 3$$

Recordar:

$$f * g = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n - k]$$

En este caso:

$$f * g = \sum_{k=0}^{2} f[k]g[n - k]$$

Es lo mismo que:

$$f[0]g[n] + f[1]g[n - 1] + f[2]g[n - 2] = \{6, \underline{4}, 3, 4, 0, 1\}$$