

IEE2103 - SEÑALES Y SISTEMAS

Interrogación 3

Prof. Rodrigo F. Cádiz

2do. semestre 2019
Tiempo: 1 hr. 20 min.
Puntos: 32
Fecha: 15/11/2019

- No se permiten consultas de NINGÚN tipo. Si considera que falta información, haga una suposición razonable, que no se contraponga al enunciado, y déjela claramente expresada.
- Está permitido usar como máximo dos carillas de apuntes. No se pueden consultar libros, ni internet. Si se pueden consultar las carillas de apuntes de interrogaciones anteriores.
- Responda cada pregunta en hojas separadas. Debe colocar su nombre, rut, número de interrogación y número de pregunta en todas las hojas que ocupe. Las hojas sin esta información no serán corregidas.
- Suba sus respuestas en formato pdf a Gradescope, indicando exactamente en qué hoja está la respuesta a cada pregunta, antes del plazo indicado.
- Recuerde el código de honor de la universidad: "Como miembro de la comunidad de la Pontificia Universidad Católica de Chile, me comprometo a respetar los principios y normativas que la rigen. Asimismo, me comprometo a actuar con rectitud y honestidad en las relaciones con los demás integrantes de la comunidad y en la realización de todo trabajo, particularmente en aquellas actividades vinculadas a la docencia, al aprendizaje y la creación, difusión y transferencia del conocimiento. Además, me comprometo a velar por la dignidad e integridad de las personas, evitando incurrir en y, rechazando, toda conducta abusiva de carácter físico, verbal, psicológico y de violencia sexual. Del mismo modo, asumo el compromiso de cuidar los bienes de la Universidad".

---

1. (6 pts.) **Sistemas LTI discretos**. Determine la validez de las siguientes afirmaciones respecto a los sistemas LTI, donde $h[n]$ denota la respuesta al impulso. Justifique sus respuestas mediante la prueba de sus argumentos o dando contraejemplos.
   (a) (1 pto.) Si la respuesta al impulso $h[n] \neq 0$ es periódica, entonces la salida es siempre periódica.
   (b) (1 pto.) El sistema inverso de un sistema causal es un sistema no causal.
   (c) (1 pto.) Un sistema con respuesta al escalón cero para $n < 0$ es un sistema causal.
   (d) (1 pto.) Si $|h[n]|$ es finita para todo valor de n, entonces el sistema es estable.
   (e) (1 pto.) Una conexión en cascada de un sistema estable y otro inestable siempre es inestable.
   (f) (1 pto.) Si $h[n]$ es de duración infinita, entonces el sistema es inestable.

Solución

(a) Verdadero. Supongamos que $h[n]$ es periódica de periodo N, es decir $h[n] = h[n+N]$. Entonces

$$g[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[n-k]f[k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[N+n-k]f[k] = g[n+N]$$

por lo tanto la salida es periódica → **1 pt.**

La pregunta 1 continúa en la página siguiente ...

(b) Falso. Contraejemplo: El inverso del sistema identidad es el mismo sistema y es causal → **1 pt.**

(c) Verdadero. Sabemos que la respuesta al escalón es

$$s[n] = h[n] * \sqcap[n] = h[n] * \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k] = \sum_{k=0}^{\infty} h[n] * \delta[n-k] = \sum_{k=0}^{\infty} h[n-k]$$

Entonces si $\sum_{k=0}^{\infty} h[n-k] = 0$, $\forall n < 0$,

$$\sum_{k=0}^{\infty} h[-1-k] = \underbrace{\sum_{k=0}^{\infty} h[-2-k]}_{0} + h[-1] = 0$$

lo que implica que $h[-1] = 0$.

Por inducción, es fácil que que $h[n] = 0$, $\forall n < 0$, por lo tanto el sistema es causal → **1 pt.**

(d) Falso. Contrajemplo: Si $h[n] = \sqcap[n]$ es de valor finito para todo n, pero el sistema es inestable → **1 pt.**

(e) Falso. Contrajemplo, si la salida del sistema estable es siempre cero → **1 pt.**

(f) Falso. Contrajemplo: una respuesta al impulso de la forma exponencial decayente $h[n] = a^n \sqcap[n]$, con $0 < a < 1$, es de duración infinita, pero estable → **1 pt.**

2. (8 pts.) **Muestreo.**

(a) (4 pts.) Considere una señal continua $f(x)$ integrable, cuya Transformada de Fourier $F(u)$ es de ancho de banda limitado, con frecuencia de Nyquist u_0. Considere además, el sistema

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$$

Exprese la salida $g(x)$ en función de una versión muestreada de la entrada $f(x)$ con un intervalo de muestreo T y determine el máximo valor posible para T.

(b) (4 pts.) Considere una secuencia discreta $f[n] = \cos(\frac{n\pi}{6})$ Encuentre dos señales continuas distintas que al ser muestreadas con una frecuencia de muestreo $u_s = 24$ kHz produzcan $f[n]$.

Solución

(a) En primer lugar, notamos que el sistema simplemente calcula la Transformada de Fourier evaluada en cero. Por lo tanto, lo que interesa al muestrar la señal $f(x)$ es que no se distorsione la frecuencia cero → **1 pt.** Si la señal se muestrea con un intervalo de muestreo T, la frecuencia de muestreo será $u_s = \frac{1}{T}$. Para evitar un traslape que afecte a la frecuencia cero, se necesita la condición

$$u_s > u_0$$

La pregunta 2 continúa en la página siguiente ...

o bien

$$\frac{1}{T} > u_0$$

$$\boxed{T < \frac{1}{u_0}} \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

lo que implica que el máximo valor para el intervalo de muestreo T no puede sobrepasar el valor $\frac{1}{u_0}$.

La señal muestreada con un intervalo de muestreo T es $f_s(t) = f(t)\text{Ш}_T$, donde Ш_T es un tren de impulsos espaciados en T. Para evaluar el sistema en términos de la señal muestreada tomamos la Transformada de Fourier:

$$F_s(u) = \frac{1}{T}\text{Ш}_{\frac{1}{T}} * F(u)$$

Además, recordando la Transformada de Fourier del Ш_T utilizando la fórmula de la suma de Poisson:

$$F_s(u) = \frac{1}{T}\text{Ш}_{\frac{1}{T}} * F(u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{-i2\pi unT} \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

donde f_n son las muestras de la señal.

Esto implica que las réplicas en frecuencia estan espaciadas en $\frac{1}{T}$ y escaladas por $\frac{1}{T}$. Recordemos que la integral pedida es esta transformada de Fourier evaluada en 0, es decir

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = TF_s(u)\Big|_{u=0} = F(u)\Big|_{u=0} = T\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n} \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

que nos da la expresión buscada. Concluimos que la salida del sistema consiste simplemente en una suma escalada de las muestras de la entrada.

(b) Sabemos que la relación entre una señal continua y la muestreada es

$$f[n] = f(nT) = f\left(\frac{n}{u_s}\right) \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

En este caso particular

$$f[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) = \cos\left(2\pi n\frac{u}{u_s}\right)$$

Como además, las sinusoides discretas son periódicas de período 2π, por lo que debe cumplirse :

$$f[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) = \cos\left(2\pi n\frac{u}{u_s} + 2\pi nk\right) = \cos\left(2\pi n\frac{u+ku_s}{u_s}\right) \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

con $k \in \mathcal{Z}$.

Lo que implica que todas las frecuencias $u + ku_s$, al ser muestreadas con frecuencia de muestreo u_s producirán la misma señal discreta $f[n]$ → **1 pt.**

Para $k = 0$ podemos determinar una frecuencia u_0:

$$\frac{n\pi}{6} = \frac{2\pi n u_0}{u_s}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{u_0}{u_s}$$

Aislando u_0:

$$u_0 = \frac{u_s}{12} = \frac{24000}{12} = 2000\text{Hz}$$

Para $k = 1$:

$u_1 = 2000 + (1 \times 24000) = 26000\text{Hz}$

Por lo tanto, dos señales continuas que, al ser muestreadas a 24000 Hz producirán la señal $\cos(\frac{n\pi}{6})$ son:

$$\cos(4000\pi t) \text{ y } \cos(52000\pi t) \rightarrow \textbf{1 pt.}$$

3. (10 pts.) **DFT**.
   (a) (3 pts.) Encuentre la DFT inversa de largo 80 de la secuencia discreta:

$$F[k] = \begin{cases} 5, & \text{para } k = 0 \\ 1, & \text{cuando } 1 \leq k \leq 79 \end{cases}$$

   (b) (3 pts.) Suponga que ud. diseña un programa computacional para calcular la DFT de una secuencia discreta compleja $g[n]$. Determine de qué forma se podría utilizar el mismo programa (es decir, no se puede alterar el código del mismo), para calcular la DFT inversa de $G[k]$.
   (c) (4 pts.) Encuentre una manera de calcular las DFTs de dos secuencias discretas reales $f[n]$ y $g[n]$ de largo N utilizando una sola DFT de largo N.

Solución

(a) Este es problema se puede resolver fácilmente notando que

$$F[k] = 4\delta[k] + 1, \quad 0 \leq k \leq 79 \rightarrow \textbf{1 pt.}$$

Considerando los pares DFT

$$1 \rightarrow \delta[k] \text{ y } \delta[n] \rightarrow \frac{1}{N} \rightarrow \textbf{1 pt.}$$

entonces la inversa pedida es

La pregunta 3 continúa en la página siguiente ...

$$f[n] = 4 + 80\delta[n], \quad 0 \leq n \leq 79 \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

(b) El programa debe evaluar la ecuación

$$F[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] W_n^{kn}$$

para producir los coeficientes $F[k]$ a partir de los coeficientes $f[n]$. Queremos usar este mismo programa para evaluar la ecuación

$$f[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F[k] W_n^{-kn}$$

La única diferencia entre ambas ecuaciones es el signo de la exponencial (en realidad es el conjugado) y el factor $1/N$. Entonces, tomando el conjugado y dividiendo por N en la ecuación de la DFT inversa:

$$\frac{1}{N} f^*[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F^*[k] W_n^{kn}$$

Comparando esta última ecuación con la fórmula para la DFT directa vemos que podemos utilizar el programa para calcular la inversa en tres pasos:

1. Conjugar los coeficientes de $F[k]$ para producir $F^*[k]$ $\rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$
2. Utilizar el programa para calcular la DFT de $F^*[k]$ $\rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$
3. Conjugar el resultado y multiplicar por N $\rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$

(c) Supongamos que tenemos las secuencias reales $f[n]$ y $g[n]$ de largo N cuyas DFTs queremos calcular. Entonces podemos formar la secuencia compleja

$$h[n] = f[n] + ig[n] \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

Luego calculamos la DFT $H[k]$ de largo N de $h[n]$.

Sabemos que la DFT de una secuencia real es simétrica conjugada, es decir

$$F[k] = F^*[N-k] \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

y la DFT de una secuencia imaginaria es antisimétrica

$$G[k] = -G^*[N-k]$$

Entonces podemos extraer las DFTs buscadas $F[k]$ y $G[k]$ a partir de $H[k]$ utilizando estas propiedades de simetría

$$F[k] = \frac{1}{2}(H[k] + H^*[N-k]) \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

y

$$G[k] = \frac{1}{2}(H[k] - H^*[N-k]) \rightarrow \boxed{\textbf{1 pt.}}$$

4. (8 pts.) **Convoluciones**.

Considere dos secuencias discretas $f[n]$ y $h[n]$ de largo 7.

(a) (2 pts.) Determine los coeficientes de la convolución lineal $g_\ell[n] = \{f *_\ell h\}[n]$ en términos de los coeficientes de $f[n]$ y $h[n]$.

(b) (2 pts.) Determine los coeficientes de la convolución cíclica o circular $g_c[n] = \{f \circledast_7 h\}[n]$ en términos de los coeficientes de $f[n]$ y $h[n]$.

(c) (2 pts.) Determine la relación entre los coeficientes de $g_\ell[n]$ y $g_c[n]$.

(d) (2 pts.) Calcule los coeficientes de la convolución lineal $g_\ell[n]$ a partir de una convolución cíclica.

Solución

(a) La convolución lineal es de largo $2 * 7 - 1 = 13$ y está dada por

$$g_\ell[n] = \sum_{k=0}^{12} f[k]h[n-k]$$

$$\begin{aligned}
g_\ell[0] &= f[0]h[0] \\
g_\ell[1] &= f[0]h[1] + f[1]h[0] \\
g_\ell[2] &= f[0]h[2] + f[1]h[1] + f[2]h[0] \\
g_\ell[3] &= f[0]h[3] + f[1]h[2] + f[2]h[1] + f[3]h[0] \\
g_\ell[4] &= f[0]h[4] + f[1]h[3] + f[2]h[2] + f[3]h[1] + f[4]h[0] \\
g_\ell[5] &= f[0]h[5] + f[1]h[4] + f[2]h[3] + f[3]h[2] + f[4]h[1] + f[5]h[0] \\
g_\ell[6] &= f[0]h[6] + f[1]h[5] + f[2]h[4] + f[3]h[3] + f[4]h[2] + f[5]h[1] + f[6]h[0] \\
g_\ell[7] &= f[1]h[6] + f[2]h[5] + f[3]h[4] + f[4]h[3] + f[5]h[2] + f[6]h[1] \\
g_\ell[8] &= f[2]h[6] + f[3]h[5] + f[4]h[4] + f[5]h[3] + f[6]h[2] \\
g_\ell[9] &= f[3]h[6] + f[4]h[5] + f[5]h[4] + f[6]h[3] \\
g_\ell[10] &= f[4]h[6] + f[5]h[5] + f[6]h[4] \\
g_\ell[11] &= f[5]h[6] + f[6]h[5] \\
g_\ell[12] &= f[6]h[6]
\end{aligned}$$

$\rightarrow$ **2 pts.**

(b) La convolución cíclica de largo 7 de las dos señales está dada por

$$g_c[n] = \sum_{k=0}^{6} f[k]h[n-k|6]$$

La pregunta 4 continúa en la página siguiente ...

$$
\begin{aligned}
g_c[0] &= f[0]h[0] + f[1]h[6] + f[2]h[5] + f[3]h[4] + f[4]h[3] + f[5]h[2] + f[6]h[1] \\
g_c[1] &= f[0]h[1] + f[1]h[0] + f[2]h[6] + f[3]h[5] + f[4]h[4] + f[5]h[3] + f[6]h[2] \\
g_c[2] &= f[0]h[2] + f[1]h[1] + f[2]h[0] + f[3]h[6] + f[4]h[5] + f[5]h[4] + f[6]h[3] \\
g_c[3] &= f[0]h[3] + f[1]h[2] + f[2]h[1] + f[3]h[0] + f[4]h[6] + f[5]h[5] + f[6]h[4] \\
g_c[4] &= f[0]h[4] + f[1]h[3] + f[2]h[2] + f[3]h[1] + f[4]h[0] + f[5]h[6] + f[6]h[5] \\
g_c[5] &= f[0]h[5] + f[1]h[4] + f[2]h[3] + f[3]h[2] + f[4]h[1] + f[5]h[0] + f[6]h[6] \\
g_c[6] &= f[0]h[6] + f[1]h[5] + f[2]h[4] + f[3]h[3] + f[4]h[2] + f[5]h[1] + f[6]h[0]
\end{aligned}
$$

→ **2 pts.**

(c) Relacionando ambas convoluciones es fácil ver que:

$$
\begin{aligned}
g_c[0] &= g_\ell[0] + g_\ell[7] \\
g_c[1] &= g_\ell[1] + g_\ell[8] \\
g_c[2] &= g_\ell[2] + g_\ell[9] \\
g_c[3] &= g_\ell[3] + g_\ell[10] \\
g_c[4] &= g_\ell[4] + g_\ell[11] \\
g_c[5] &= g_\ell[5] + g_\ell[12] \\
g_c[6] &= g_\ell[6]
\end{aligned}
$$

→ **2 pts.** De las ecuaciones anteriores vemos como en la convolución circular, los coeficientes de la convolución lineal se alían o traslapan.

(d) La forma de poder calcular la convolución lineal mediante la convolución cíclica es acolchar con 6 ceros las señales $f[n]$ y $g[n]$ de manera que la convolución cíclica quede de largo 13, que es el largo de la convolución lineal → **1 pt.** De esta forma, vemos que muchos de los términos de la convolución cíclica se cancelan y el cálculo coincide con la convolución lineal calculada anteriormente.

Entonces las señales quedan

$$f[n] = \{f[0], f[1], f[2], f[3], f[4], f[5], f[6], 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

y

$$h[n] = \{h[0], h[1], h[2], h[3], h[4], h[5], h[6], 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

Notamos que todas las muestras con un índice mayor a 6 son cero, por lo que al calcular la convolución cíclica con estas señales acolchadas el resultado de la convolución cíclica da como resultado la convolución lineal.

La pregunta 4 continúa en la página siguiente ...

$$g_c[0] = f[0]h[0] + \cancelto{0}{f[1]h[12]} + \cancelto{0}{f[2]h[11]} + \cancelto{0}{f[3]h[10]} + \cancelto{0}{f[4]h[9]} + \cancelto{0}{f[5]h[8]} + \cancelto{0}{f[6]h[7]} + \cancelto{0}{f[7]h[6]} + \cancelto{0}{f[8]h[5]} + \cancelto{0}{f[9]h[4]} + \cancelto{0}{f[10]h[3]} + \cancelto{0}{f[11]h[2]} + \cancelto{0}{f[12]h[1]}$$

$$g_c[1] = f[0]h[1] + f[1]h[0] + \cancelto{0}{f[2]h[12]} + \cancelto{0}{f[3]h[11]} + \cancelto{0}{f[4]h[10]} + \cancelto{0}{f[5]h[9]} + \cancelto{0}{f[6]h[8]} + \cancelto{0}{f[7]h[7]} + \cancelto{0}{f[8]h[6]} + \cancelto{0}{f[9]h[5]} + \cancelto{0}{f[10]h[4]} + \cancelto{0}{f[11]h[3]} + \cancelto{0}{f[12]h[2]}$$

$$g_c[2] = f[0]h[2] + f[1]h[1] + f[2]h[0] + \cancelto{0}{f[3]h[12]} + \cancelto{0}{f[4]h[11]} + \cancelto{0}{f[5]h[10]} + \cancelto{0}{f[6]h[9]} + \cancelto{0}{f[7]h[8]} + \cancelto{0}{f[8]h[7]} + \cancelto{0}{f[9]h[6]} + \cancelto{0}{f[10]h[5]} + \cancelto{0}{f[11]h[4]} + \cancelto{0}{f[12]h[3]}$$

$$g_c[3] = f[0]h[3] + f[1]h[2] + f[2]h[1] + f[3]h[0] + \cancelto{0}{f[4]h[12]} + \cancelto{0}{f[5]h[11]} + \cancelto{0}{f[6]h[10]} + \cancelto{0}{f[7]h[9]} + \cancelto{0}{f[8]h[8]} + \cancelto{0}{f[9]h[7]} + \cancelto{0}{f[10]h[6]} + \cancelto{0}{f[11]h[5]} + \cancelto{0}{f[12]h[4]}$$

$$g_c[4] = f[0]h[4] + f[1]h[3] + f[2]h[2] + f[3]h[1] + f[4]h[0] + \cancelto{0}{f[5]h[12]} + \cancelto{0}{f[6]h[11]} + \cancelto{0}{f[7]h[10]} + \cancelto{0}{f[8]h[9]} + \cancelto{0}{f[9]h[8]} + \cancelto{0}{f[10]h[7]} + \cancelto{0}{f[11]h[6]} + \cancelto{0}{f[12]h[5]}$$

$$g_c[5] = f[0]h[5] + f[1]h[4] + f[2]h[3] + f[3]h[2] + f[4]h[1] + f[5]h[0] + \cancelto{0}{f[6]h[12]} + \cancelto{0}{f[7]h[11]} + \cancelto{0}{f[8]h[10]} + \cancelto{0}{f[9]h[9]} + \cancelto{0}{f[10]h[8]} + \cancelto{0}{f[11]h[7]} + \cancelto{0}{f[12]h[6]}$$

$$g_c[6] = f[0]h[6] + f[1]h[5] + f[2]h[4] + f[3]h[3] + f[4]h[2] + f[5]h[1] + f[6]h[0] + \cancelto{0}{f[7]h[12]} + \cancelto{0}{f[8]h[11]} + \cancelto{0}{f[9]h[10]} + \cancelto{0}{f[10]h[9]} + \cancelto{0}{f[11]h[8]} + \cancelto{0}{f[12]h[7]}$$

$$g_c[7] = \cancelto{0}{f[0]h[7]} + f[1]h[6] + f[2]h[5] + f[3]h[4] + f[4]h[3] + f[5]h[2] + f[6]h[1] + \cancelto{0}{f[7]h[0]} + \cancelto{0}{f[8]h[12]} + \cancelto{0}{f[9]h[11]} + \cancelto{0}{f[10]h[10]} + \cancelto{0}{f[11]h[9]} + \cancelto{0}{f[12]h[8]}$$

$$g_c[8] = \cancelto{0}{f[0]h[8]} + \cancelto{0}{f[1]h[7]} + f[2]h[6] + f[3]h[5] + f[4]h[4] + f[5]h[3] + f[6]h[2] + \cancelto{0}{f[7]h[1]} + \cancelto{0}{f[8]h[0]} + \cancelto{0}{f[9]h[12]} + \cancelto{0}{f[10]h[11]} + \cancelto{0}{f[11]h[10]} + \cancelto{0}{f[12]h[9]}$$

$$g_c[9] = \cancelto{0}{f[0]h[9]} + \cancelto{0}{f[1]h[8]} + \cancelto{0}{f[2]h[7]} + f[3]h[6] + f[4]h[5] + f[5]h[4] + f[6]h[3] + \cancelto{0}{f[7]h[2]} + \cancelto{0}{f[8]h[1]} + \cancelto{0}{f[9]h[0]} + \cancelto{0}{f[10]h[12]} + \cancelto{0}{f[11]h[11]} + \cancelto{0}{f[12]h[10]}$$

$$g_c[10] = \cancelto{0}{f[0]h[10]} + \cancelto{0}{f[1]h[9]} + \cancelto{0}{f[2]h[8]} + \cancelto{0}{f[3]h[7]} + f[4]h[6] + f[5]h[5] + f[6]h[4] + \cancelto{0}{f[7]h[3]} + \cancelto{0}{f[8]h[2]} + \cancelto{0}{f[9]h[1]} + \cancelto{0}{f[10]h[0]} + \cancelto{0}{f[11]h[12]} + \cancelto{0}{f[12]h[11]}$$

$$g_c[11] = \cancelto{0}{f[0]h[11]} + \cancelto{0}{f[1]h[10]} + \cancelto{0}{f[2]h[9]} + \cancelto{0}{f[3]h[8]} + \cancelto{0}{f[4]h[7]} + f[5]h[6] + f[6]h[5] + \cancelto{0}{f[7]h[4]} + \cancelto{0}{f[8]h[3]} + \cancelto{0}{f[9]h[2]} + \cancelto{0}{f[10]h[1]} + \cancelto{0}{f[11]h[0]} + \cancelto{0}{f[12]h[12]}$$

La pregunta 4 continúa en la página siguiente ...

$$g_c[12] = \cancel{f[0]h[12]}^{0} + \cancel{f[1]h[11]}^{0} + \cancel{f[2]h[10]}^{0} + \cancel{f[3]h[9]}^{0} + \cancel{f[4]h[8]}^{0} + \cancel{f[5]h[7]}^{0} + f[6]h[6]$$
$$+ \cancel{f[7]h[5]}^{0} + \cancel{f[8]h[4]}^{0} + \cancel{f[9]h[3]}^{0} + \cancel{f[10]h[2]}^{0} + \cancel{f[11]h[1]}^{0} + \cancel{f[12]h[0]}^{0}$$

→ **1 pt.**