Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística
ICT3283 - Equilibrio en Redes de Transporte
Prof. Felipe Delgado Breinbauer
Semestre 2024-1

Guía de Ejercicios

Capítulos 3, 4 y 5

Problema 1

- ¿En qué consiste la desigualdad variacional y cómo se relaciona con el Principio de Smith?
- Muestre un ejemplo sencillo de un problema de equilibrio de tráfico en el que a pesar de tener un jacobiano de la función de costos no definido positivo en términos de flujo en arcos, la solución de equilibrio es única.
- Explique con sus propias palabras cada paso a realizar en una iteración completa del algoritmo de Frank-Wolfe.
- Escriba las restricciones de factibilidad del problema de equilibrio de usuarios en la red de la Figura 1. Asuma que existen las demandas T_{AC}, T_{AD}, T_{BC} y T_{BD}.

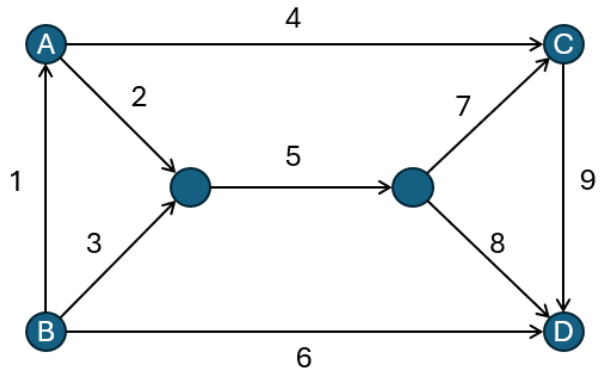


Figura 1: Red del Problema 1d.

Problema 2

Considere la red con las demandas y costos en arcos que se muestran en la Figura 2. Responda las siguientes preguntas.

1. Considere la asignación de flujos en ruta $H = (h_{AC}, h_{ABC}, h_{ABD}, h_{AD}) = (4, 6, 2, 13)$. Obtenga las demandas T_{AC} y T_{AD} en este problema, los flujos en arcos en esta asignación y calcule tanto el costo asociado a viajar en cada arco como el costo total del sistema.

2. Muestre que H no es una solución de equilibrio utilizando el principio de Wardrop. Repita el ejercicio utilizando el principio de Smith.

3. Sea $F^* = (f_{AC}, f_{AB}, f_{AD}, f_{BC}, f_{BD}) = (\frac{60}{11}, \frac{81}{11}, \frac{134}{11}, \frac{50}{11}, \frac{31}{11})$. Muestre que en este caso la desigualdad variacional se cumple para cualquier vector $F \in \Omega$.

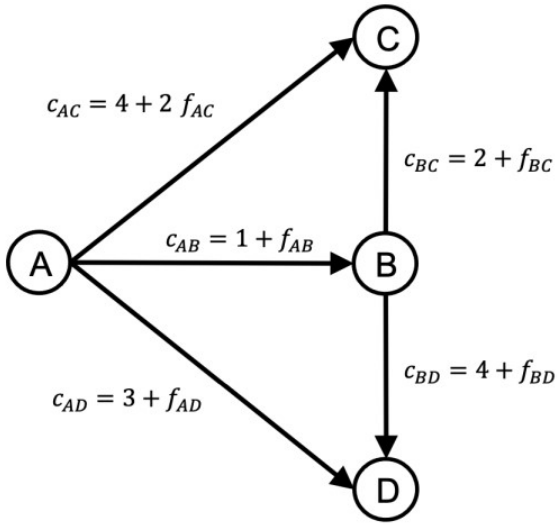


Figura 2: Red y datos del problema 2

Problema 3

Considere la red que se muestra en la Figura 3 y cuyas funciones de costo en arcos se encuentran en la Tabla 1. Sea T_{AB} la demanda de viajes entre A y B.

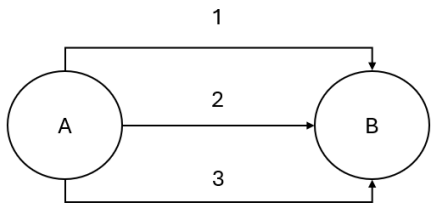


Figura 3: Red de Problema 3.

Arco	Función de costo
1	$2 + 2x_1 - x_2$
2	$8 + 2x_2 - x_1 - x_3$
3	$4 + 2x_3 - x_2$

Tabla 1: Funciones de costo en arcos de la red.

1. Piense en alguna situación, aunque sea inusual o muy creativa, en la que podría tener sentido usar signos negativos en las funciones de costo de los arcos. No es necesario que sea una red de transporte.

2. Justifique, sin resolver el equilibrio, que existe al menos una solución factible para el problema de equilibrio ante cualquier demanda $T_{AB} \geq 0$.

3. Analice el jacobiano de las funciones de costo en arcos de la red y concluya respecto a la unicidad de la solución del problema de equilibrio en términos de flujo en arcos.

4. ¿Es posible plantear un problema de optimización equivalente que permita resolver el equilibrio de usuarios? Si es así, formule este problema y discuta si es posible utilizar la transformada de Beckmann en su función objetivo. En caso contrario, justifique.

5. Utilizando solamente el primer principio de Wardrop, determine la solución del problema de equilibrio para todos los posibles valores de $T_{AB} \geq 0$. Es decir, encuentre expresiones para el flujo en cada arco solamente en función de T_{AB}.

HINT: Analice caso por caso, comenzando por aquel en el que solo se utiliza un arco, luego dos arcos, y finalmente los tres arcos. En cada caso, determine qué arcos llevan flujo, haga valer las condiciones de equilibrio de Wardrop, encuentre el rango de valores de T_{AB} compatibles con estas restricciones y encuentre los flujos en cada arco en función de T_{AB}.

Problema 4

Considere la red y los datos que se muestran en la Figura 4.

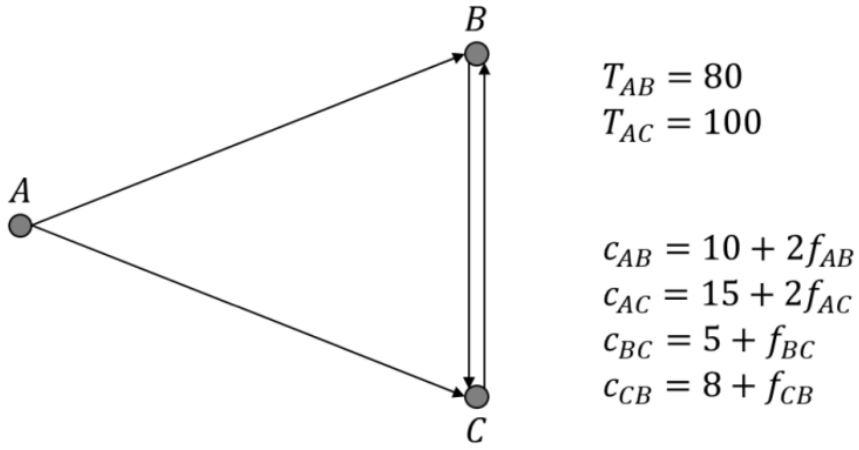


Figura 4: Red y datos del problema 4

1. ¿Es posible plantear el problema de equilibrio de tráfico sobre esta red como un problema de optimización equivalente utilizando la transformada de Beckmann? De ser posible, formule dicho problema.

2. ¿Tiene este problema de equilibrio solución única en términos de flujos en rutas?

3. Sea $F = (f_{AB}, f_{AC}, f_{BC}, f_{CB}) = (110, 60, 40, 10)$. Determine si el flujo es factible y si satisface las condiciones de equilibrio de Wardrop.

4. Realice una iteración completa del algoritmo de Frank-Wolfe sobre esta red. Incluya cálculo de cotas y análisis de convergencia.