Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística
ICT3283 - Equilibrio en Redes de Transporte
Prof. Felipe Delgado Breinbauer
Semestre 2024-1

Guía de Ejercicios

Capítulo 6

Problema 1

Considere una red con un único par OD conectado por dos rutas r1 y r2 donde existen 10 viajes. Los costos medios de cada ruta están dados por:

$$c_1 = 5 + 3f_1 + 2f_2$$

$$c_2 = 7 + 5f_1 + 3f_2$$

- Realice una iteración del algoritmo de diagonalización comenzando desde la asignación a flujo libre.
- Determine todas las soluciones de equilibrio de tráfico que sean consistentes con el Primer Principio de Wardrop. Justifique claramente su respuesta.

Problema 2

Considere la siguiente red con las siguientes demandas: $T_{AB} = 106$ y $T_{AC} = 75$. En la figura, el número sobre cada arco indica el número de éste. Los costos de cada arco están dados en la siguiente tabla:

Arco	**Costo**
1	$6 + f_1 + 0{,}4f_2$
2	$5 + 2f_2$
3	$10 + 1{,}2f_3$
4	$4 + f_4$

Tabla 1: Costo medio de los arcos en problema 2.

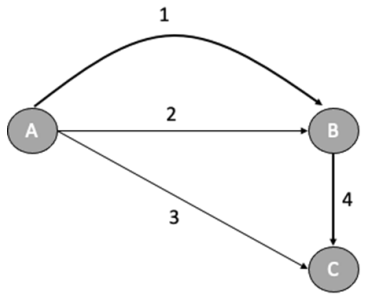


Figura 1: Red del problema 2.

- Determine para la red en estudio, si es posible asegurar que la solución al problema de equilibrio de tráfico es único en términos de las variables flujos en arcos.
- Demuestre para esta red en particular si es o no posible formular el problema de equilibrio de tráfico como un problema de programación matemática de la forma:

$$\min_{\vec{F} \in \Omega'} \quad Z = \int_{\vec{0}}^{\vec{F}} c(\vec{x})\, d\vec{x}$$

- Plantee el problema de equilibrio asociado como una desigualdad variacional en términos de los flujos en arco para la red que se entrega. Sea lo menos genérico posible.
- Considere la siguiente solución $f_1 = 111$; $f_2 = 70$; $f_3 = 0$; $f_4 = 75$. Muestre si la solución anterior cumple o no la proposición de Knight y el primer principio de Wardrop.

Problema 3

Considere la red que se muestra en la Figura 2, en la que existen dos clases de usuarios, además de los parámetros que se indican en la Tabla 2. Los costos medios de operación de un arco a (en minutos) para un usuario de categoría k están dados por:

$$c_a^k(f_a) = \alpha_a + \beta_a \sum_{i=1}^{2} f_a^i + \theta^k t_a$$

En esta red se desea asignar los viajes $T_{AB}^1 = 20$; $T_{AB}^2 = 15$, $T_{CB}^1 = 5$, $T_{CB}^2 = 10$. Suponga que $\theta^1 = 2$ [min/$] y $\theta^2 = 3$ [min/$] y que los viajeros se comportan de acuerdo con el Primer Principio de Wardrop.

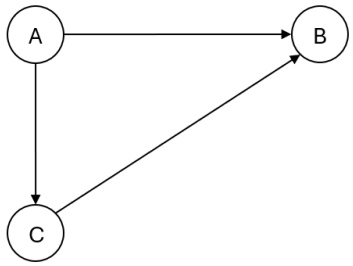


Figura 2: Red del problema 3.

Arco	α	β	**t [$]**
AB	5	1.5	12
AC	3	2	9
CB	4	1	0

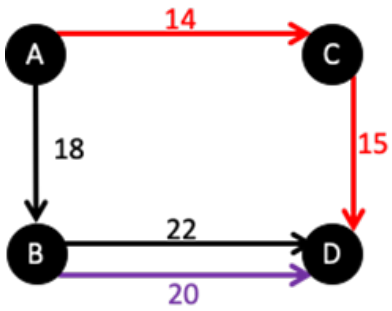
Tabla 2: Parámetros asociados a los arcos del problema 3.

En base a esta información, se pide lo siguiente:

1. Plantee un problema de optimización que permita encontrar el equilibrio de tráfico.
2. A partir del Hessiano de la función objetivo del problema planteado en la pregunta anterior, determine si el equilibrio de tráfico es único en términos de las variables de flujo en rutas por tipo de usuarios (h_p^k).
3. Realice una iteración del algoritmo de Frank - Wolfe para resolver el problema, comenzando desde la asignación a flujo libre.
4. Realice una iteración del algoritmo de diagonalización para resolver este problema.

Problema 4

Considere la siguiente red de transporte público, sobre la que viajan 4500 personas de A a D y 6.400 personas de B a D.



Línea	Frec. (bus/h)	Capacidad buses (pax)
L1	15	100
L2	20	80
L3	10	100

Figura 3: Red de transporte público del problema 4.

Suponga que los intervalos de tiempo entre buses siguen una distribución exponencial, que los viajeros no consideran líneas comunes y que las funciones de costo de las secciones de línea son de la forma:

$$c_l = \hat{c}_l + \frac{\alpha}{f_l} + 3 \cdot \left(\frac{v_l + \hat{v}_l}{K_l} \right)$$

Nota: $K_l = Q_l \cdot f_l$

En base a la información entregada:

- Construya la red $G(N, L)$.
- Defina las funciones de costo para cada arco de dicha red.
- Realice una iteración del algoritmo de Diagonalización, comenzando desde la asignación a flujo libre. Aplique solo una iteración del algoritmo de Frank - Wolfe para resolver el problema diagonalizado.