Séptima Lista de Ejercicios – ICT 3103
Transporte Público

Ejercicio 1

Sea capaz de reproducir las fórmulas de las transparencias Clase_2_2 sobre tarificación e inversión de transporte público de buses.

Respuesta 1: ver diapositivas clase 2_2

Ejercicio 2

Explique el efecto Mohring. ii) Al ser decrecientes los costos medios sociales en relación al número de pasajeros, ¿qué impacto tendrá ello en cuanto a la recaudación por tarifas a costo marginal y el financiamiento de la operación e inversión en transporte público?

Respuesta 2: ver diapositivas clase 2_2

Ejercicio 3

Suponga la provisión de servicios de buses de transporte público bajo restricción de presupuesto. Explique los casos polares a los que se llega si está restricción i) no es activa y ii) si esta restricción es activa con su multiplicador de Lagrange tendiendo a infinito.

Respuesta 3: : ver diapositivas clase 2_2

Ejercicio 4

Deduzca el límite de f_{soc} y k_{soc} para $Y \to \infty$

Respuesta 4:

Para $Y \to \infty$,

$$f_{soc} = \sqrt{\frac{Y}{TC_o}\left(\frac{1}{2}P_w + tY\frac{l}{L}(P_v + C_1)\right)} \to \infty$$

$$k_{soc} = \frac{l}{L}\sqrt{\frac{TC_o Y}{\frac{1}{2}P_w + tY\frac{l}{L}(P_v + C_1)}} = \frac{l}{L}\sqrt{\frac{TC_o}{\frac{1}{2}\frac{P_w}{Y} + t\frac{l}{L}(P_v + C_1)}} \to \sqrt{\frac{TC_o l}{tL(P_v + C_1)}}$$

Ejercicio 5 Tarificación en sistemas de transporte público

Suponga la siguiente función de costo social para un sistema de transporte público:

$$CS = (fT + tY)C + \frac{1}{2}P_w\frac{Y}{f} + P_v\left(T + t\frac{Y}{f}\right)\frac{1}{2}Y$$

Donde, f: frecuencia; t: tiempo de ascenso y descenso de pasajeros; Y: demanda por hora, C: el costo por hora de operare un bus; Pw: valor de tiempo de espera; Pv: valor del tiempo de viaje. Suponga un servicio de ida y vuelta, donde los viajeros hacen el trayecto completo en la dirección de ida o en la dirección de vuelta (en otras palabras, el cociente entre la distancia viajada por el pasajero y la distancia viajada por el bus es igual a ½). Suponga que la demanda en ambos sentidos es la misma (en otras palabras, la demanda en cada dirección es Y/2.)

Suponga también que K es fijo; es decir, hay un solo tamaño de bus. Debido a ello, la restricción de capacidad pasa a ser $Y/(2f) \leq K$, en vez de $Y/(2f) = K$.

Calcule la frecuencia óptima.

Respuesta 5:

Se debe minimizar la siguiente función:

$$Min_f CS = (fT + tY)C + \frac{1}{2}P_w\frac{Y}{f} + P_v\left(T + t\frac{Y}{f}\right)\frac{1}{2}Y + \lambda\left(K - \frac{1}{2}\frac{Y}{f}\right)$$

Resolviendo se obtiene: $$f = \sqrt{\frac{1}{2TC}\left(P_wY + P_vtY^2 + \lambda Y\right)}$$ (I).

Si lambda fuera igual a cero, entonces la restricción de capacidad se cumple como una desigualdad. Si lambda es distinto a cero, la restricción de capacidad se cumple como igualdad. En este último caso, reemplazando el valor de f según la restricción de capacidad en el lado izquierdo de la ecuación (I), se obtiene el valor de lambda.

Ejercicio 6 Inversión y tarificación en sistemas de transporte público

Considere un servicio expreso de bus con puertas tipo Metro que permite subir a todos los pasajeros en un solo instante. De esta manera, el tiempo de viaje es fijo igual a T y se puede suponer que el tiempo de ciclo es 2T. Suponga que el costo por hora de operar un bus es (C0 + C1K) donde K es la capacidad del bus y C0 y C1 parámetros de la función de costo. El valor del tiempo de espera es Ve y el tiempo promedio de espera es k/f (k: parámetro vinculado a la regularidad del servicio; f: frecuencia) y el valor del tiempo de viaje es Vv. Suponga que la demanda en la dirección de mayor carga es fija e igual a D y que la suma de las demandas en ambas direcciones es τD, donde τ = (1 + Dretorno / D). En este caso, la frecuencia del servicio se determinar en función de la dirección con mayor demanda; por lo tanto, Y/K=f.

i) Plantee un problema matemático que le permita determinar la frecuencia y capacidad óptimas. Una vez planteado el problema resuélvalo y obtenga los valores óptimos de frecuencia y capacidad.
ii) Plantee un problema matemático que le permite determinar la frecuencia y capacidad óptimas bajo el supuesto de una restricción mínima de ingresos; es decir, los costos horarios totales deben ser menores o iguales a una cantidad $A. Explique qué diferencia esta solución de la solución que corresponde al punto i).

Respuesta 6:

i)

Dado que todos los pasajeros suben en un instante, el tiempo de ciclo es 2T; por otro lado, B = 2 $f T$. Así la función de costo social se escribe

$$CS(f;K) = 2fT(C_0 + C_1 K) + \frac{k}{f} V_e \tau D + T V_v \tau D$$

Dado K = D/f y reemplazando, queda el problema del costo social expresado en función de la frecuencia:

$$CS(f) = 2fT\left(C_0 + C_1 \frac{D}{f}\right) + \frac{k}{f} V_e \tau D + T V_v \tau D$$

Derivando respecto a f y resolviendo, obtenemos

$$f = \sqrt{\frac{k V_e \tau D}{2TC_0}}.$$

Encuentre una explicación sobre por qué no aparecen en la fórmula el valor del tiempo de viaje ni el costo variable C_1. Para ello compare con el valor óptimo de f cuando el tiempo de ascenso – descenso es mayor a cero.

La frecuencia será mayor si aumenta el valor de k, el valor del tiempo de espera y la demanda. Será menor cuanto mayor sea el tiempo de viaje y el valor de C_0.

La capacidad está dada por esta fórmula: $K = \frac{D}{f} = D\sqrt{\frac{2TC_0}{kV_e\tau D}} = \sqrt{\frac{2TC_0 D}{kV_e\tau}}$

A mayor demanda, mayor tiempo de viaje y mayor valor de C_0, mayor será la capacidad del bus. Si el valor de k y el valor del tiempo de espera disminuye, entonces aumenta la capacidad del bus. Interesante, si la demanda en el sentido de retorno aumenta, entones se deben adquirir buses de menor capacidad.

ii)

$$f = \sqrt{\frac{kV_e \tau D}{2TC_0(1+\mu)}}$$

La ecuación para la capacidad es

$$K = \frac{D}{f} = D\sqrt{\frac{2TC_0(1+\mu)}{kV_e \tau D}} = \sqrt{\frac{2TC_0(1+\mu)D}{kV_e \tau}}$$

En la medida que μ (multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria) aumenta, disminuye la frecuencia y aumenta la capacidad.

Ejercicio 7 Tarificación en sistemas de transporte público

Plantee un modelo que permita determinar la frecuencia y capacidad social óptima bajo los siguientes supuestos:

a) El tiempo de ciclo se compone del tiempo en movimiento de las micros y del tiempo en paradero. El tiempo en paradero *t* es independiente de la cantidad de pasajeros que bajan y suben. El largo del recorrido, circuito circular unidireccional, es de *L* km y existe una parada cada 1 (un) km. Así el tiempo de ciclo es $T + t\,L$.
b) Cada pasajero recorre un trayecto de *l* km, por lo que su tiempo de viaje es (T + t L) l/L.
c) Los arribos de los buses son perfectamente espaciados y los pasajeros arriban al paradero con distribución uniforme entre arribos de buses.
d) La restricción de capacidad se cumple en igualdad: $Y/f * l/L = K$
e) El costo de operar un bus por hora es $C_0 + C_1 K$.
f) El valor del tiempo de espera y tiempo de viaje son respectivamente V_e y V_v.

ii) Resuelva el modelo anterior para obtener la frecuencia y capacidad óptima. (35%)
iii) Explique cómo afectan el costo variable C_1, el valor del tiempo de viaje y el tiempo de detención en paradero la frecuencia y capacidad óptimas. (30%)

Respuesta 7:

i) La función de costo a minimizar es la siguiente:

$$CH = f(T+tL)(C_0 + C_1 K) + \frac{1}{2}V_e \frac{Y}{f} + V_v(T+tL)Y\frac{l}{L}$$

Reemplazando el valor de K, queda

$$CH = f\left(T + tL\right)\left(C_0 + C_1\frac{Y}{f}\frac{l}{L}\right) + \frac{1}{2}V_e\frac{Y}{f} + V_v\left(T + tL\right)Y\frac{l}{L}$$

ii) Derivando la función anterior con respecto a f, obtenemos esta condición de primer orden:

$$\frac{\partial CH}{\partial f} = TC_0 + TC_1\frac{Y}{f}\frac{l}{L} + tLC_0 + tLC_1\frac{Y}{f}\frac{l}{L} - fTC_1\frac{Y}{f^2}\frac{l}{L} - ftLC_1\frac{Y}{f^2}\frac{l}{L} - \frac{1}{2}V_e\frac{Y}{f^2} = 0$$

El segundo término se cancela con el quinto y el cuarto término con el sexto. Despejando, obtenemos frecuencia óptima. Reemplazando en la restricción de capacidad, se obtiene la capacidad óptima.

$$\frac{\partial CH}{\partial f} = TC_0 + tLC_0 - \frac{1}{2}V_e\frac{Y}{f^2} = 0 \Leftrightarrow f^2 = \frac{1}{2}\frac{V_eY}{\left(T + tL\right)C_0} \Leftrightarrow f = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{V_eY}{\left(T + tL\right)C_0}}$$

$$K = \sqrt{\frac{2\left(T + tL\right)C_0}{V_eY}}Y\frac{l}{L} = \sqrt{\frac{2\left(T + tL\right)C_0Y}{V_e}}\frac{l}{L}$$

iii) El valor del tiempo de viaje no afecta los resultados puesto que el tiempo de viaje es fijo y no puede ser reducido. El costo variable no afecta los resultados, puesto que el tiempo de viaje no depende de la capacidad del bus. Si el tiempo de detención en paradero aumenta, disminuye la frecuencia óptima y aumenta la capacidad óptima.

Ejercicio 8 Subsidios

Sea capaz de explicar todos los motivos vistos en clase para subsidiar el transporte público. (el único motivo que no es necesario que sepa explicar es el relacionado con beneficios por externalidades de aglomeración).

Respuesta 8: ver clase 2_2

Ejercicio 9 Costos

¿Qué se entiende por la enfermedad de Baumol?

Respuesta 9: ver clase 2_2

Ejercicio 10 Costos

Sea capaz de reproducir y de explicar la ecuación de la transparencia 18 de la clase 2_2. Para ello haga un símil con el problema de tarifa vial óptima en la ruta 1, cuando la ruta 2 no tiene tarifa, tal como se vio en las transparencias Clase 2.1.1, transparencias 43, 44 y 45. Para hacer el ejercicio, donde dice q1 reemplace por y_bus y donde dice q2, por y_auto.

Respuesta 10: ver apuntes de clase y adaptar la demostración en Clase 2.1.3, págs. 3-6.

Ejercicio 11 Subsidios

Explique los argumentos por los que la competencia en el mercado, en la provisión de servicios de buses de transporte público, puede conducir a precios de monopolio en lugar de precios de competencia perfecta.

Respuesta 11: ver clase 2_2

Ejercicio 12 Desregulación

i) Explique la diferencia entre estas dos ecuaciones para explicar el poder de mercado de un micrero en el paradero: $\frac{(p_a - c)}{p_a} = -\frac{1}{\eta f\, Pr_b + \varepsilon}$ (I) versus $\frac{(p_a - c)}{p_a} = -\frac{1}{\varepsilon}$ (II).

ii) ¿Qué debe ocurrir para que la ecuación (I) se convierta en (II)?

Respuesta 11:

i) En la Ecuación (I), ε es la elasticidad de la demanda total, y el término η es la elasticidad de la demanda que el micrero enfrenta en el paradero. Es decir, el micrero enfrenta una demanda con elasticidad mayor a la demanda de mercado. El término $\eta f Pr_b$ es el margen de reducción del poder de mercado para cada micrero. Si este término crece (en valor negativo), el poder de mercado se reduce. Si este término disminuye (en valor negativo), el poder de mercado aumenta.

La Ecuación (II) representa la tarifa de monopolio, cuando el término $\eta f Pr_b = 0$ y entonces cada micrero actúa como un empresario monopolista.

ii) Si todos los micreros deciden colocar una tarifa elevada $(Pr_b = 0)$, entonces (I) y (II) son iguales. No existe incentivo para que un micrero de manera unilateral reduzca su tarifa, ya que eso le provocará pérdidas. Así, la tarifa en desregulación, donde existe múltiples agentes, será igual a la tarifa de monopolio.

Ejercicio 13 Desregulación

Plantee un modelo que permita determinar la probabilidad de que un pasajero deje pasar una micro de alto costo para esperar una próxima micro de bajo costo. Considere estas variables:

te: tiempo de espera promedio (o intervalo promedio de arribo entre micros consecutivas)
Pw: valor subjetivo del tiempo de espera; Pw > 0
pa: tarifa alta; pb: tarifa baja
Prb: probabilidad de que arribe un bus de tarifa baja después de que haya arribado un bus de tarifa alta.
ii) Suponga que i) la diferencia de precios entre pa y pb es $1.500, ii) el tiempo de espera promedio es 5 minutos y iii) la probabilidad de que la próxima micro sea de precio bajo es 0,334. Determine el rango del valor del tiempo (en $ / min) de las personas que preferirán esperar a la próxima micro antes que abordar la micro de precio alto.

Respuesta 13:

i) Para que una persona deje pasar una micro de precio alto,

$$P_w \leq \frac{(p_a - p_b)Pr_b}{t_e}$$

ii) Aplicando la fórmula se obtiene,

$$P_w \leq \frac{1500 \cdot 0{,}334}{5} = 100\ \$/min$$

Aquellas personas cuyo valor del tiempo de espera es inferior a 100 $/min, dejarán pasar la micro y esperarán la siguiente.

Ejercicio 14 Transporte Público

Explique la diferencia entre competencia en el mercado (transporte público desregulado) y competencia por el mercado. En su respuesta debe referirse a cómo difieren estos cuatro elementos tarifas, recorridos, frecuencias, capacidad de los buses y barreras de entrada, en ambos casos.

Respuesta 14: ver clase 2_2

Ejercicio 15 Transporte Público

i) Explique la evolución de la demanda de transporte público (Metro y buses) desde 2012 en adelante
ii) A partir de qué año las transacciones BIP de Metro superan a las transacciones BIP de buses.
iii) Explique cómo comparan los costos medios por pasajero entre bus y Metro. iv) ¿Cómo han ido evolucionando los subsidios al transporte público desde 2012 en adelante?
iv) Explique qué diferencia el alcance de las acciones de Transport for London y la División de Transporte Público Metropolitano.

Respuesta 15: ver clase 2_2