Séptima Lista de Ejercicios – ICT 3103
Transporte Público

Ejercicio 1

Sea capaz de reproducir las fórmulas de las transparencias Clase_2_2 sobre tarificación e inversión de transporte público de buses.

Respuesta 1: ver diapositivas clase 2_2

Ejercicio 2

Explique el efecto Mohring. ii) Al ser decrecientes los costos medios sociales en relación al número de pasajeros, ¿qué impacto tendrá ello en cuanto a la recaudación por tarifas a costo marginal y el financiamiento de la operación e inversión en transporte público?

Respuesta 2: ver diapositivas clase 2_2

Ejercicio 3

Suponga la provisión de servicios de buses de transporte público bajo restricción de presupuesto. Explique los casos polares a los que se llega si está restricción i) no es activa y ii) si esta restricción es activa con su multiplicador de Lagrange tendiendo a infinito.

Respuesta 3: : ver diapositivas clase 2_2

Ejercicio 4

Deduzca el límite de f_{soc} y k_{soc} para $Y \to \infty$

Respuesta 4:

Para $Y \to \infty$,

$$f_{soc} = \sqrt{\frac{Y}{TC_o}\left(\frac{1}{2}P_w + tY\frac{l}{L}(P_v + C_1)\right)} \to \infty$$

$$k_{soc} = \frac{l}{L}\sqrt{\frac{TC_o Y}{\frac{1}{2}P_w + tY\frac{l}{L}(P_v + C_1)}} = \frac{l}{L}\sqrt{\frac{TC_o}{\frac{1}{2}\frac{P_w}{Y} + t\frac{l}{L}(P_v + C_1)}} \to \sqrt{\frac{TC_o l}{tL(P_v + C_1)}}$$

Ejercicio 5 Tarificación en sistemas de transporte público

Suponga la siguiente función de costo social para un sistema de transporte público:

$$CS = (fT + tY)C + \frac{1}{2}P_w\frac{Y}{f} + P_v\left(T + t\frac{Y}{f}\right)\frac{1}{2}Y$$

Donde, f: frecuencia; t: tiempo de ascenso y descenso de pasajeros; Y: demanda por hora, C: el costo por hora de operare un bus; Pw: valor de tiempo de espera; Pv: valor del tiempo de viaje. Suponga un servicio de ida y vuelta, donde los viajeros hacen el trayecto completo en la dirección de ida o en la dirección de vuelta (en otras palabras, el cociente entre la distancia viajada por el pasajero y la distancia viajada por el bus es igual a ½). Suponga que la demanda en ambos sentidos es la misma (en otras palabras, la demanda en cada dirección es Y/2.)

Suponga también que K es fijo; es decir, hay un solo tamaño de bus. Debido a ello, la restricción de capacidad pasa a ser $Y/(2f) \leq K$, en vez de $Y/(2f) = K$.

Calcule la frecuencia óptima.

Respuesta 5:

Se debe minimizar la siguiente función:

$$Min_f CS = (fT + tY)C + \frac{1}{2}P_w\frac{Y}{f} + P_v\left(T + t\frac{Y}{f}\right)\frac{1}{2}Y + \lambda\left(K - \frac{1}{2}\frac{Y}{f}\right)$$

Resolviendo se obtiene: $$f = \sqrt{\frac{1}{2TC}\left(P_wY + P_vtY^2 + \lambda Y\right)}$$ (I).

Si lambda fuera igual a cero, entonces la restricción de capacidad se cumple como una desigualdad. Si lambda es distinto a cero, la restricción de capacidad se cumple como igualdad. En este último caso, reemplazando el valor de f según la restricción de capacidad en el lado izquierdo de la ecuación (I), se obtiene el valor de lambda.

Ejercicio 6 Inversión y tarificación en sistemas de transporte público

Considere un servicio expreso de bus con puertas tipo Metro que permite subir a todos los pasajeros en un solo instante. De esta manera, el tiempo de viaje es fijo igual a T y se puede suponer que el tiempo de ciclo es 2T. Suponga que el costo por hora de operar un bus es (C0 + C1K) donde K es la capacidad del bus y C0 y C1 parámetros de la función de costo. El valor del tiempo de espera es Ve y el tiempo promedio de espera es k/f (k: parámetro vinculado a la regularidad del servicio; f: frecuencia) y el valor del tiempo de viaje es Vv. Suponga que la demanda en la dirección de mayor carga es fija e igual a D y que la suma de las demandas en ambas direcciones es τD, donde τ = (1 + Dretorno / D). En este caso, la frecuencia del servicio se determinar en función de la dirección con mayor demanda; por lo tanto, Y/K=f.

i) Plantee un problema matemático que le permita determinar la frecuencia y capacidad óptimas. Una vez planteado el problema resuélvalo y obtenga los valores óptimos de frecuencia y capacidad.
ii) Plantee un problema matemático que le permite determinar la frecuencia y capacidad óptimas bajo el supuesto de una restricción mínima de ingresos; es decir, los costos horarios totales deben ser menores o iguales a una cantidad $A. Explique qué diferencia esta solución de la solución que corresponde al punto i).

Respuesta 6:

i)

Dado que todos los pasajeros suben en un instante, el tiempo de ciclo es 2T; por otro lado, B = 2 $f T$. Así la función de costo social se escribe

$$CS(f;K) = 2fT(C_0 + C_1 K) + \frac{k}{f} V_e \tau D + T V_v \tau D$$

Dado K = D/f y reemplazando, queda el problema del costo social expresado en función de la frecuencia:

$$CS(f) = 2fT\left(C_0 + C_1 \frac{D}{f}\right) + \frac{k}{f} V_e \tau D + T V_v \tau D$$

Derivando respecto a f y resolviendo, obtenemos

$$f = \sqrt{\frac{k V_e \tau D}{2TC_0}}.$$

Encuentre una explicación sobre por qué no aparecen en la fórmula el valor del tiempo de viaje ni el costo variable C_1. Para ello compare con el valor óptimo de f cuando el tiempo de ascenso – descenso es mayor a cero.

La frecuencia será mayor si aumenta el valor de k, el valor del tiempo de espera y la demanda. Será menor cuanto mayor sea el tiempo de viaje y el valor de C_0.

La capacidad está dada por esta fórmula: $K = \frac{D}{f} = D\sqrt{\frac{2TC_0}{kV_e\tau D}} = \sqrt{\frac{2TC_0 D}{kV_e\tau}}$

A mayor demanda, mayor tiempo de viaje y mayor valor de C_0, mayor será la capacidad del bus. Si el valor de k y el valor del tiempo de espera disminuye, entonces aumenta la capacidad del bus. Interesante, si la demanda en el sentido de retorno aumenta, entones se deben adquirir buses de menor capacidad.

ii)

$$f = \sqrt{\frac{kV_e \tau D}{2TC_0(1+\mu)}}$$

La ecuación para la capacidad es

$$K = \frac{D}{f} = D\sqrt{\frac{2TC_0(1+\mu)}{kV_e \tau D}} = \sqrt{\frac{2TC_0(1+\mu)D}{kV_e \tau}}$$

En la medida que μ (multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria) aumenta, disminuye la frecuencia y aumenta la capacidad.

Ejercicio 7 Tarificación en sistemas de transporte público

Plantee un modelo que permita determinar la frecuencia y capacidad social óptima bajo los siguientes supuestos:

a) El tiempo de ciclo se compone del tiempo en movimiento de las micros y del tiempo en paradero. El tiempo en paradero *t* es independiente de la cantidad de pasajeros que bajan y suben. El largo del recorrido, circuito circular unidireccional, es de *L* km y existe una parada cada 1 (un) km. Así el tiempo de ciclo es $T + t\,L$.
b) Cada pasajero recorre un trayecto de *l* km, por lo que su tiempo de viaje es (T + t L) l/L.
c) Los arribos de los buses son perfectamente espaciados y los pasajeros arriban al paradero con distribución uniforme entre arribos de buses.
d) La restricción de capacidad se cumple en igualdad: $Y/f * l/L = K$
e) El costo de operar un bus por hora es $C_0 + C_1 K$.
f) El valor del tiempo de espera y tiempo de viaje son respectivamente V_e y V_v.

ii) Resuelva el modelo anterior para obtener la frecuencia y capacidad óptima. (35%)
iii) Explique cómo afectan el costo variable C_1, el valor del tiempo de viaje y el tiempo de detención en paradero la frecuencia y capacidad óptimas. (30%)

Respuesta 7:

i) La función de costo a minimizar es la siguiente:

$$CH = f(T+tL)(C_0 + C_1 K) + \frac{1}{2}V_e \frac{Y}{f} + V_v(T+tL)Y\frac{l}{L}$$

Reemplazando el valor de K, queda

$$CH = f\left(T + tL\right)\left(C_0 + C_1\frac{Y}{f}\frac{l}{L}\right) + \frac{1}{2}V_e\frac{Y}{f} + V_v\left(T + tL\right)Y\frac{l}{L}$$

ii) Derivando la función anterior con respecto a f, obtenemos esta condición de primer orden:

$$\frac{\partial CH}{\partial f} = TC_0 + TC_1\frac{Y}{f}\frac{l}{L} + tLC_0 + tLC_1\frac{Y}{f}\frac{l}{L} - fTC_1\frac{Y}{f^2}\frac{l}{L} - ftLC_1\frac{Y}{f^2}\frac{l}{L} - \frac{1}{2}V_e\frac{Y}{f^2} = 0$$

El segundo término se cancela con el quinto y el cuarto término con el sexto. Despejando, obtenemos frecuencia óptima. Reemplazando en la restricción de capacidad, se obtiene la capacidad óptima.

$$\frac{\partial CH}{\partial f} = TC_0 + tLC_0 - \frac{1}{2}V_e\frac{Y}{f^2} = 0 \Leftrightarrow f^2 = \frac{1}{2}\frac{V_eY}{\left(T + tL\right)C_0} \Leftrightarrow f = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{V_eY}{\left(T + tL\right)C_0}}$$

$$K = \sqrt{\frac{2\left(T + tL\right)C_0}{V_eY}}Y\frac{l}{L} = \sqrt{\frac{2\left(T + tL\right)C_0Y}{V_e}}\frac{l}{L}$$

iii) El valor del tiempo de viaje no afecta los resultados puesto que el tiempo de viaje es fijo y no puede ser reducido. El costo variable no afecta los resultados, puesto que el tiempo de viaje no depende de la capacidad del bus. Si el tiempo de detención en paradero aumenta, disminuye la frecuencia óptima y aumenta la capacidad óptima.

Ejercicio 8 Subsidios

Sea capaz de explicar todos los motivos vistos en clase para subsidiar el transporte público. (el único motivo que no es necesario que sepa explicar es el relacionado con beneficios por externalidades de aglomeración).

Respuesta 8: ver clase 2_2

Ejercicio 9 Costos

¿Qué se entiende por la enfermedad de Baumol?

Respuesta 9: ver clase 2_2

Ejercicio 10 Costos

Sea capaz de reproducir y de explicar la ecuación de la transparencia 18 de la clase 2_2. Para ello haga un símil con el problema de tarifa vial óptima en la ruta 1, cuando la ruta 2 no tiene tarifa, tal como se vio en las transparencias Clase 2.1.1, transparencias 43, 44 y 45. Para hacer el ejercicio, donde dice q1 reemplace por y_bus y donde dice q2, por y_auto.

Respuesta 10: ver apuntes de clase y adaptar la demostración en Clase 2.1.3, págs. 3-6.

Ejercicio 11 Subsidios

Explique los argumentos por los que la competencia en el mercado, en la provisión de servicios de buses de transporte público, puede conducir a precios de monopolio en lugar de precios de competencia perfecta.

Respuesta 11: ver clase 2_2

Ejercicio 12 Desregulación

i) Explique la diferencia entre estas dos ecuaciones para explicar el poder de mercado de un micrero en el paradero: $\frac{(p_a - c)}{p_a} = -\frac{1}{\eta f\, Pr_b + \varepsilon}$ (I) versus $\frac{(p_a - c)}{p_a} = -\frac{1}{\varepsilon}$ (II).

ii) ¿Qué debe ocurrir para que la ecuación (I) se convierta en (II)?

Respuesta 11:

i) En la Ecuación (I), ε es la elasticidad de la demanda total, y el término η es la elasticidad de la demanda que el micrero enfrenta en el paradero. Es decir, el micrero enfrenta una demanda con elasticidad mayor a la demanda de mercado. El término $\eta f Pr_b$ es el margen de reducción del poder de mercado para cada micrero. Si este término crece (en valor negativo), el poder de mercado se reduce. Si este término disminuye (en valor negativo), el poder de mercado aumenta.

La Ecuación (II) representa la tarifa de monopolio, cuando el término $\eta f Pr_b = 0$ y entonces cada micrero actúa como un empresario monopolista.

ii) Si todos los micreros deciden colocar una tarifa elevada $(Pr_b = 0)$, entonces (I) y (II) son iguales. No existe incentivo para que un micrero de manera unilateral reduzca su tarifa, ya que eso le provocará pérdidas. Así, la tarifa en desregulación, donde existe múltiples agentes, será igual a la tarifa de monopolio.

Ejercicio 13 Desregulación

Plantee un modelo que permita determinar la probabilidad de que un pasajero deje pasar una micro de alto costo para esperar una próxima micro de bajo costo. Considere estas variables:

te: tiempo de espera promedio (o intervalo promedio de arribo entre micros consecutivas)
Pw: valor subjetivo del tiempo de espera; Pw > 0
pa: tarifa alta; pb: tarifa baja
Prb: probabilidad de que arribe un bus de tarifa baja después de que haya arribado un bus de tarifa alta.
ii) Suponga que i) la diferencia de precios entre pa y pb es $1.500, ii) el tiempo de espera promedio es 5 minutos y iii) la probabilidad de que la próxima micro sea de precio bajo es 0,334. Determine el rango del valor del tiempo (en $ / min) de las personas que preferirán esperar a la próxima micro antes que abordar la micro de precio alto.

Respuesta 13:

i) Para que una persona deje pasar una micro de precio alto,

$$P_w \leq \frac{(p_a - p_b)Pr_b}{t_e}$$

ii) Aplicando la fórmula se obtiene,

$$P_w \leq \frac{1500 \cdot 0{,}334}{5} = 100\ \$/min$$

Aquellas personas cuyo valor del tiempo de espera es inferior a 100 $/min, dejarán pasar la micro y esperarán la siguiente.

Ejercicio 14 Transporte Público

Explique la diferencia entre competencia en el mercado (transporte público desregulado) y competencia por el mercado. En su respuesta debe referirse a cómo difieren estos cuatro elementos tarifas, recorridos, frecuencias, capacidad de los buses y barreras de entrada, en ambos casos.

Respuesta 14: ver clase 2_2

Ejercicio 15 Transporte Público

i) Explique la evolución de la demanda de transporte público (Metro y buses) desde 2012 en adelante
ii) A partir de qué año las transacciones BIP de Metro superan a las transacciones BIP de buses.
iii) Explique cómo comparan los costos medios por pasajero entre bus y Metro. iv) ¿Cómo han ido evolucionando los subsidios al transporte público desde 2012 en adelante?
iv) Explique qué diferencia el alcance de las acciones de Transport for London y la División de Transporte Público Metropolitano.

Respuesta 15: ver clase 2_2

13 de diciembre de 2023

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO INGENIERIA DE TRANSPORTE Y LOGISTICA
ICT3103 ECONOMIA DE TRANSPORTE - 2º SEMESTRE 2023
EXAMEN

Si usted no va a reemplazar la nota de ninguna de las dos interrogaciones, debe responder la Sección I. Si usted quiere reemplazar la nota de la I1, debe responder la Sección I y la Sección II; si quiere reemplazar la nota de la I2, debe responder la Sección I y la Sección III.

Si usted decide reemplazar alguna de las interrogaciones, la nota del examen pondera la nota de la Sección I por 0,80 y la nota de la otra sección, por 0,20. Si decide reemplazar la nota y obtiene una nota inferior a la de la interrogación reemplazada, esta retiene su nota previa.

Si Ud. solo responde la sección I, dispone de *una hora treinta minutos* para responder.

Si Ud. responde la sección I y la sección II o la sección I y la sección III, dispone de *dos horas y diez minutos* para responder.

Indicaciones: i) Sus respuestas tienen que ser autocontenidas, nada se dará por sobrentendido al corregir; sea conciso y preciso; ii) cuando dice explicar, debe proveer un argumento que justifique de manera adecuada su respuesta haciendo uso de los contenidos aprendidos en el curso; iii) en los desarrollos matemáticos, debe explicarse la notación utilizada. Ídem si hace gráficos. iv) En paréntesis figura el puntaje de cada pregunta.

Sección I

1) **Asignación de tiempo a actividades y valor del tiempo de viaje.** Según los modelos vistos en clase, i) explique cuando una actividad es considerada necesaria y cuando es considerada ocio. ii) Explique cuáles son los dos elementos o factores que determinan el valor del tiempo de viaje. iii) Si a) el tiempo dedicado al trabajo y a viajar no forman parte de la función de utilidad y b) la persona elige libremente cuantas horas trabajar, ¿cuál es el valor del tiempo de viaje? (12 % de la nota)

2) **Comercio Interregional - demanda de transporte – y una extensión.** i) Explique qué supuesto debe hacerse para que los beneficios medidos bajo la curva de demanda agregada de transporte de carga sean exactamente iguales a los beneficios que experimentan los consumidores y productores de bienes finales en los mercados de exportación e importación. ii) Considere la curva de demanda de las aerolíneas por capacidad aeroportuaria. Explique cómo debe funcionar el mercado de las aerolíneas para que el área bajo la curva de demanda por capacidad aeroportuaria entregue los beneficios exactos que obtienen las aerolíneas y los pasajeros aguas abajo. (10% de la nota)

3) Transporte público. i) Explique qué se entiende por efecto Mohring. (25%) ii) Explique la principal consecuencia del efecto Mohring desde el punto de vista del establecimiento de tarifas óptimas sociales y de la capacidad de autofinanciamiento del transporte público. (25%) iii) Suponga que el transporte público opera en condiciones de competencia perfecta. Explique qué resultados predice la teoría. Debe explicar un mínimo de tres predicciones. (50%) (12 % de la nota)

4) Teoría de la firma multiproducto. i) Explique el concepto de costo incremental. (25%) ii) Explique el concepto de costo no atribuible. (25%) iii) En el año 2019, la empresa EFE cobraba un peaje variable a los porteadores de UF 71 por cada millón de Tonelada kilómetro bruta. Además, cargaba a los porteadores un cobro fijo, (independientes del total de toneladas-km transportadas) destinados a cubrir el costo por uso y mantenimiento de la infraestructura ferroviaria. Encuentre una justificación teórica para estos dos tipos de cobros en base a sus respuestas en i) y ii). (50%) (10 % de la nota)

Aclaración: el peaje es un cobro que se realiza a una tercera empresa para que esta tenga el derecho a operar sus servicios haciendo uso de una infraestructura que no posee. En este caso, FEPASA y TRANSAP son estas terceras empresas (porteadores) que operan servicios de carga, sin ser dueñas de la infraestructura y, por ello, pagan un peaje a EFE.

5) Circuito cíclico simple: La función de costo del circuito cíclico simple está dada por esta expresión:

$$C(y_{12}; y_{21}) = C_0 + y_{12}(d_{12} + d_{21})\Lambda + (y_{12} + y_{21})Z$$

Λ y Z son expresiones matemáticas basadas en parámetros técnicos y en precios de mercado de insumos, bienes de capital y mano de obra. i) Explique qué representa el segundo y tercer sumando de la función de costos. ii) Determine el grado de economías de escala multiproducto. Explique. iii) Determine las economías de diversidad. Explique. (12% de la nota).

6) Inversión y tarificación de Terminales - Teorema de Autofinanciamiento. Explique todas las condiciones que deben darse para que se cumpla el teorema de Mohring-Harwitz de autofinanciamiento en la operación de un terminal de transporte. Debe enumerar y explicar cada una de las condiciones (las tres ya conocidas y las que se suman al considerar este tópico en particular). (12% de la nota)

13 de diciembre de 2023

7) Inversión y tarificación de Terminales. Considere el costo marginal externo por congestión en un terminal. Explique cómo se internaliza este costo en la tarifa que el terminal le cobra a la empresa operadora de servicios de transporte. Suponga que el terminal tiene por objetivo maximizar el bienestar social. Haga la diferencia entre un mercado aguas bajo de aerolíneas de competencia perfecta, oligopólico y monopólico. (12% de la nota)

8) Valor social del tiempo de viaje. Considere esta fórmula para determinar el beneficio social por ahorros de tiempo en proyectos de transporte financiados con fondos públicos.

$$\frac{\Delta BS}{\lambda_S} \approx \frac{\sum_i a_i \lambda_i TMS_i \Delta t_i I_i}{\sum_i a_i \lambda_i \pi_i} = \frac{\sum_i a_i \lambda_i \beta_i / \lambda_i \Delta t_i I_i}{\sum_i a_i \lambda_i \pi_i}$$

TMS_i valor subjetivo del ahorro de tiempo para la persona i. Suponiendo una función de utilidad indirecta lineal en el costo y el tiempo de viaje, entonces $TMS_i = \beta / \lambda$, donde es la desutilidad del tiempo de viaje y λ, la utilidad marginal del ingreso. π_i : aporte marginal a la recaudación impositiva del individuo tipo *i*. $\sum_i \pi_i = 1$. $1_i = 1$, si el proyecto afecta a la persona i; si no, $1_i = 0$. (10% de la nota)

i) Resuelva la ecuación suponiendo que $a_i \lambda_i = 1 \; \forall \; i$. Explique qué juicio de valor está implícito en la determinación de los pesos sociales a_i, en este caso. Explique que tipo de proyectos de transporte favorece esta regla.
ii) Resuelva suponiendo que $a_i = 1 \; \forall \; i$. Explique qué juicio de valor está implícito en la determinación de los pesos sociales a_i, en este caso. Explique qué tipo de proyectos de transporte favorece esta regla.

Sección II

9) Beneficios por transporte de carga. Considere que en las ciudades A y B se produce y consume un mismo bien *q* de manera competitiva y que el transporte entre ellas es realizado por empresas en competencia perfecta cuyo costo marginal es constante e igual a *m*. Debido a una reforma ecológica se decidió aumentar el precio del combustible, cuyo efecto aumenta el costo marginal de los transportistas. Muestre gráficamente el cambio en los precios de los productos en ambos mercados y los cambios en los beneficios sociales y explique. Este análisis grafico debe hacerlo considerando dos gráficos: uno para el mercado de transporte y otro para el mercado del producto y los dos gráficos deben ser consistentes. No olvide explicar quiénes (consumidores y productores) resultan ganadores y perdedores en cada mercado y por qué. (35% de la nota)

10) Modelos de valor del tiempo de viaje. Considere este modelo en el que el tiempo asignado al trabajo y el tiempo de viaje son argumentos de la función de utilidad. El problema del consumidor es:

$Max_{C;L;Tr} U(C;L;Tr;Tv_i)$
s.a. $C + c = s\ Tr + IF$
$L + Tr + Tv = TT$

donde *C* es el consumo de bienes (con precio normalizado a 1), *L* es el tiempo de ocio, *Tr* el tiempo asignado al trabajo, *tv* el tiempo de viaje, *c* el costo monetario de viajar, *s* la tasa salarial, *IF* es el ingreso fijo que no depende de las horas trabajadas y *TT* el tiempo total disponible. Viajar genera utilidad negativa.

1) Escriba la condición de primer orden que entrega la cantidad de horas de trabajo óptima. Interprete.
2) Obtenga una ecuación para determinar matemáticamente el valor subjetivo del tiempo de viaje. Interprete el resultado. (25% de la nota)

11) Valor de la confiabilidad en los tiempos de viaje. Considere la media y la dispersión de la función de distribución de duración de tiempo de viaje. i) Escriba la función de utilidad indirecta de manera tal que se pueda estimar monetariamente el valor del tiempo de viaje y el valor de la confiabilidad en el tiempo de viaje. ii) A partir de i), escriba la ecuación matemática que representa el valor del tiempo de viaje y el valor de la confiabilidad. (20% de la nota)

12) Valor de la confiabilidad en los tiempos de viaje en base al enfoque de llegadas fuera de horario (*schedule delay*). i) Explique conceptualmente este enfoque. ii) Escriba la función de utilidad indirecta bajo este enfoque. (20% de la nota)

Sección III

13) Tarificación en infraestructura vial - modelo congestión estática. Considere la función de demanda inversa lineal de viajes entre un par OD: p(q) =A - B q. La función de costo medio percibido es: a + b (q / K). El costo total de la infraestructura es *c K*, donde *c* es el costo medio y costo marginal a la vez.

i) Obtenga la tarifa que maximiza el bienestar social. Debe plantear un problema matemático de maximización, obtener las condiciones de primer orden e igualar a cero. Por simple inspección visual obtenga de manera directa la tarifa óptima social como la diferencia entre la disposición a pagar y el costo medio percibido.

ii) Demuestre algebraicamente que se cumple el teorema de autofinanciamiento. Para ello derive la función de bienestar social con respecto a K, obtenga la condición de primer orden, iguale a cero y despeje de manera tal de obtener una expresión que se iguale a *c K*. Luego a partir de i), multiplique la tarifa por q y veo que ello es igual a esa expresión que acaba de derivar igual a *c K*.

iii) Obtenga la tarifa de monopolio que maximiza el ingreso del operador de la Ruta. Para ello plantee un problema matemático de maximización del beneficio del operador, obtenga las condiciones de primer orden y proceda tal como se le indicó en el punto i.

iv) Demuestre algebraicamente que en este caso el operador obtiene una ganancia extraordinaria. Obtenga el monto de esta ganancia. Siga las indicaciones del punto ii) para resolver, con la diferencia que al multiplicar la tarifa por q se obtiene ingresos superiores a *c K*. La diferencia es la ganancia extraordinaria. (45% de la nota)

14) Modelo de Cuello de Botella. i) Explique cuando se inicia la cola y cuando se disipa si el costo de llegar tarde tiende a infinito (gamma $\rightarrow \infty$). ¿Cuánta gente llega tarde? ii) Explique cuando se inicial la cola y cuando se disipa si el costo de llegar temprano es igual al costo de llegar tarde (beta = gamma). ¿Cuánta gente llega tarde?

En ambos casos, suponga que un total de N personas quiere viajar en la hora punta y que el cuello de botella atiende a la tasa ω. (No es necesario que grafique las soluciones.)

(20% de la nota)

15) Transporte Público. Suponga que el gobierno decide eliminar los subsidios a la operación del componente de buses del Sistema RED. En este contexto, se plantean tres alternativas para continuar prestando el servicio: 1) Continuar con el esquema actual de operación, pero con un enfoque de auto-sostenibilidad financiera. 2) Otorgar la operación a un único operador privado que puede fijar la tarifa libremente y la oferta de transporte. 3) Establecer un régimen de competencia desregulada donde la oferta de transporte y la tarifa sean dictadas por el mercado. Discuta de cada una de las alternativas planteadas por el gobierno. Su análisis debe incluir como mínimo el impacto de cada una de las tres alternativas en el bienestar social, en las ganancias de los operadores, en la demanda y nivel de servicio (frecuencia y capacidad de los buses) de transporte público. (Ignore los costos y posibles problemas legales relacionados con el cambio de esquema). (45% de la nota)

4 de diciembre de 2024

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO INGENIERIA DE TRANSPORTE Y LOGISTICA
ICT3103 ECONOMIA DE TRANSPORTE - 2º SEMESTRE 2024 - EXAMEN

Si usted no va a reemplazar la nota de ninguna de las dos interrogaciones, debe responder la Sección I. Si usted quiere reemplazar la nota de la I1, debe responder la Sección I y la Sección II; si quiere reemplazar la nota de la I2, debe responder la Sección I y la Sección III.

Si usted decide reemplazar alguna de las interrogaciones, la nota del examen pondera la nota de la Sección I por 0,80 y la nota de la otra sección, por 0,20. Si decide reemplazar la nota y obtiene una nota inferior a la de la interrogación reemplazada, esta retiene su nota previa.

Para responder la sección I del examen, dispone de *una hora cuarenta minutos* para responder.

Para responder la sección II o la sección III del examen, dispone de *cuarenta y cinco minutos*.

Indicaciones: i) Sus respuestas tienen que ser autocontenidas, nada se dará por sobrentendido al corregir; sea conciso y preciso; ii) cuando dice explicar, debe proveer un argumento que justifique de manera adecuada su respuesta haciendo uso de los contenidos aprendidos en el curso; iii) en los desarrollos matemáticos, debe explicarse la notación utilizada. Ídem si hace gráficos. iv) Todas las preguntas deben ser respondidas de puño y letra. v) En paréntesis figura el puntaje de cada pregunta.

Sección I

1) Beneficios por mejoras en el sistema de transporte. Suponga un plan de mejora al transporte público tal que una parte significativa de los usuarios de automóvil privado decidirán cambiarse de modo. Estos usuarios que abandonan el transporte privado verán un incremento en sus tiempos totales de viaje en relación al transporte privado. De esta manera, la evaluación del proyecto de mejora del transporte público arroja un resultado económico negativo puesto que el total de tiempo destinado a viajar se incrementará. Explique si este razonamiento es correcto o no bajo un enfoque microeconómico. (8 % de la nota)

2) Beneficios por mejoras en el sistema de transporte. En evaluación social de proyectos de transporte, considere esta función de utilidad social $BS = \sum_i a_i V_i(p, q_i, I - c_i)$
donde V: función de utilidad indirecta individual y a_i: ponderador social de la utilidad del individuo i. BS es una suma ponderada de funciones de utilidad individuales.
Explique qué diferentes resultados se obtienen al evaluar proyectos de transporte que ahorran tiempo de viaje si i) el ponderador social individual está relacionado con la utilidad marginal del ingreso según está fórmula: $\mathbf{a_i \lambda_i = 1} \ \forall \ i$; ii) el ponderador social es idéntico para todas las personas, tal que $\mathbf{a_i = 1} \ \forall \ i$. (8% de la nota)

4 de diciembre de 2024

3) Comercio Interregional - demanda de transporte - y una extensión. i) Explique qué supuesto debe hacerse para que los beneficios medidos bajo la curva de demanda agregada de transporte de carga sean exactamente iguales a los beneficios que experimentan los consumidores y productores de bienes finales en los mercados de exportación e importación. ii) Considere la curva de demanda de las aerolíneas por capacidad aeroportuaria. Explique cómo debe funcionar el mercado de las aerolíneas para que el área bajo la curva de demanda por capacidad aeroportuaria entregue los beneficios exactos que obtienen las aerolíneas y los pasajeros aguas abajo. (8% de la nota)

4) Transporte privado. Suponga que existen economías de escala crecientes en la provisión de infraestructura vial. i) Explique qué es una tarifa óptima social y qué ocurriría con los ingresos generados por esta tarifa. ii) Explique qué es una tarifa Ramsey y qué ocurriría con los ingresos generados por esta tarifa. (8% de la nota)

5) Transporte público. Explique cada uno de estos dos motivos para subsidiar el transporte público: efecto Mohring y ausencia de tarificación via. (8 % de la nota)

6) Teoría de la firma multiproducto. i) Explique el concepto de economía de escala multiproducto y defínalo matemáticamente. iii) Explique el concepto de economía de escala multiproducto radial y defínalo matemáticamente. (10% de la nota)

7) Teoría de la firma multiproducto. Considere esta función de costo de producción para los productos Y1 e Y2.

$$CT = C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_1 Y_1 + C_2 Y_2 - C_3 Y_1 Y_2$$

i) Calcule las economías de escala multiproducto para esta función.
ii) Calcule las economías de diversidad para esta función. Explique qué valores deben conocerse para determinar si existen o no economías de diversidad. (10% de la nota)

8) Circuito cíclico simple. Considere está fórmula de costos para el circuito cíclico simple, bajo el supuesto que $y_{12} > y_{21}$.

$$C(y_{12}; y_{21}) = C_0 + y_{12}(d_{12} + d_{21})\Lambda + (y_{12} + y_{21})Z$$

La notación es la vista en clase, donde *y* se refiere a cantidades transportadas y *d* a distancias viajadas. Los términos Λ y Z no dependen ni de *y* ni de *d*. i) Explique el significado de cada uno de los sumandos de la fórmula de costos. ii) Calcule el costo marginal del traslado en la dirección de ida y calcule el costo marginal del traslado en la dirección de retorno. iii) Explique por qué estos costos marginales son diferentes. iv) Explique qué costo es no atribuible. v) Determine el costo medio incremental de transportar y_{21} y compárelo con su costo marginal. (12% de la nota).

9) Circuito cíclico simple. Con relación al transporte de carga a granel por barco, explique los argumentos vistos en clase sobre por qué se utilizan barcos del mayor tonelaje de peso muerto posible. (8% de la nota)

10) Inversión y tarificación de Terminales - Teorema de Autofinanciamiento. Explique todas las condiciones que deben darse para que se cumpla el teorema de Mohring-Harwitz de autofinanciamiento en la operación de un terminal de transporte. Debe enumerar y explicar cada una de las condiciones (las tres ya conocidas y las que se suman al considerar este tópico en particular). (10% de la nota)

11) Inversión y tarificación de Terminales. Suponga que el mercado de las aerolíneas es perfectamente competitivo. i) Explique cómo la empresa operadora del terminal debe determinar la tarifa a cobrar a las aerolíneas, si su objetivo es maximizar el bienestar social. ii) Explique cómo la empresa operadora del terminal debe determinar la tarifa a cobrar a las aerolíneas, si su objetivo es maximizar sus ganancias. (10% de la nota)

3 de diciembre de 2025

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO INGENIERIA DE TRANSPORTE Y LOGISTICA
ICT3103 ECONOMIA DE TRANSPORTE - 2º SEMESTRE 2025
EXAMEN

Si usted no va a reemplazar la nota de ninguna de las dos interrogaciones, debe responder la Sección I. Si usted quiere reemplazar la nota de la I1, debe responder la Sección I y la Sección II; si quiere reemplazar la nota de la I2, debe responder la Sección I y la Sección III.

Si usted decide reemplazar alguna de las interrogaciones, la nota del examen pondera la nota de la Sección I por 0,80 y la nota de la otra sección, por 0,20. Si decide reemplazar la nota y obtiene una nota inferior a la de la interrogación reemplazada, esta retiene su nota previa.

Para responder la sección I del examen, dispone de *una hora cincuenta minutos*.

Para responder la sección II o la sección III del examen, dispone de *cincuenta minutos*.

Indicaciones: i) Sus respuestas tienen que ser autocontenidas, nada se dará por sobrentendido al corregir; sea conciso y preciso; ii) cuando dice explicar, debe proveer un argumento que justifique de manera adecuada su respuesta haciendo uso de los contenidos aprendidos en el curso; iii) en los desarrollos matemáticos, debe explicarse la notación utilizada. Ídem si hace gráficos. iv) Todas las preguntas deben ser respondidas de puño y letra. v) En paréntesis figura el puntaje de cada pregunta.

Sección I

1) Modelo de Asignación de tiempo a actividades y valor del tiempo de viaje. i) Según el modelo de asignación de tiempo a actividades visto en clase, explique la diferencia entre una actividad de ocio y una actividad necesaria o derivada. ii) Explique las dos componentes de beneficio por reducir tiempo dedicado a actividades consideradas necesarias, como ser viajar. (10% de la nota)

Respuesta: i) En estos modelos se tiene una restricción de tiempo mínimo a dedicar a actividades. Cuando se le dedica a una actividad el tiempo mínimo, ello activa la restricción correspondiente. Esto significa que el consumidor preferiría dedicar menos tiempo a la actividad de ser posible. Estas son actividades derivadas o necesarias. Caso contrario, la respectiva restricción no se activa; por lo tanto, en el margen el consumidor obtiene la mayor utilidad posible en cuanto a asignación de tiempo a actividades. Estas actividades son de ocio. ii) Al reducir el tiempo a dedicar a viajar, existe un doble beneficio. Por un lado, se reduce el tiempo dedicado a viajar que entrega desutilidad (o al menos menor utilidad que el ocio); por otro lado, se libera tiempo para dedicar a actividades que entregan mayor utilidad en el margen.

2) Beneficios por mejoras en el sistema de transporte. En evaluación social de proyectos de transporte, considere esta función de utilidad social $BS = \sum_i a_i V_i(p, q_i, I - c_i)$
donde V: función de utilidad indirecta individual y a_i: ponderador social de la utilidad del individuo i. BS es una suma ponderada de funciones de utilidad individuales.
Explique qué diferentes resultados se obtienen al evaluar proyectos de transporte que ahorran tiempo de viaje si i) el ponderador social individual está relacionado con la utilidad marginal del ingreso según está fórmula: $\mathbf{a_i \lambda_i = 1} \ \forall \ i$; ii) el ponderador social es idéntico para todas las personas, tal que $\mathbf{a_i = 1} \ \forall \ i$. (8% de la nota)

Respuesta: i) Considerar un ponderador inversamente proporcional a la utilidad marginal del ingreso implica entregar mayor peso a los individuos con menor utilidad marginal, que son aquellos que perciben mayores ingresos. Por lo tanto, evaluar proyectos con ese ponderador entregará mayor beneficio a los proyectos que reduzcan los tiempos de viajes de la población de mayores ingresos, en detrimento de quienes tienen menores ingreso.

ii) Considerar que el ponderador social es idéntico para todos, implica un enfoque igualitario y todos los individuos tienen mismo peso en la función de utilidad social. Evaluar proyectos bajo este enfoque no es en función de la capacidad de pago de las personas beneficiadas, sino que en función de la ganancia de utilidad que estas reducciones en tiempo generan.

3) Comercio Interregional I. Explique qué supuesto debe hacerse para que los beneficios medidos bajo la curva de demanda agregada de transporte de carga entre regiones sean exactamente iguales a los beneficios que experimentan los consumidores y productores de bienes finales en los mercados de exportación e importación. (5% de la nota)

Respuesta: El supuesto que debe hacerse para que se cumpla la igualdad mencionada en el enunciado es que los productores-vendedores de los bienes transados aguas abajo no tengan poder de mercado.

4) **Comercio Interregional II.** Considere el típico modelo visto en clase, donde la Región 2 produce un bien de consumo a menor precio que la Región 1. Ello genera una oportunidad de exportación para los productores en la Región 2. Ud. sabe el efecto que ello tiene sobre los niveles de producción y los precios de equilibrio en ambas regiones. Explique qué diferencia genera que la región exportadora coloque un impuesto a la exportación o que la región importadora coloque un impuesto a las importaciones, ambos de igual magnitud. En su explicación debe quedar bien claro que efecto esto tiene sobre el bienestar de los productores en ambas regiones, el bienestar de los consumidores en ambas regiones y la recaudación de los gobiernos en ambas regiones. Si Ud. tiene los conceptos claros no es necesario hacer ningún gráfico para responder. (5% de la nota)

Respuesta: Desde el punto de vista de productores y consumidores, las dos situaciones llevan al mismo estado de situación. En otras palabras, se observarían los mismos niveles de producción, los mismos niveles de consumo e idénticos precios, en ambos mercados. Desde el punto de vista impositivo, lo que cambia es que gobierno obtiene los ingresos. En el primer caso, quien cobrar el impuesto es la región exportadora; en el segundo caso, la región importadora.

5) **Transporte privado I.** Suponga que se cumplen los supuestos del teorema de Mohring – Harvitz (teorema de autofinanciamiento) en la provisión de infraestructura vial. Con relación a la provisión de infraestructura vial, explique que significa que una empresa que cobre la tarifa óptima social obtenga beneficios extraordinarios (beneficios que superan los beneficios normales), beneficios normales (recupera la inversión más el costo de oportunidad del capital) o pérdidas (no alcanza a recupera la inversión más el costo de oportunidad del capital). (7% de la nota)

Respuesta:
En el primer caso, tarifa óptima social es el reflejo de un alto costo marginal externo de la congestión; por lo tanto, debe construirse mayor infraestructura vial. En el segundo caso, el nivel de inversión en infraestructura vial está en el óptimo social. En el tercer caso, la tarifa no alcanza a cubrir los costos; por lo tanto, hay un exceso de inversión en infraestructura vial. Debería disminuir la provisión de vialidad.

6) **Transporte privado II.** En el modelo de cuello de botella, explique qué se lograr al introducir una tarifa dinámica a costo marginal social, con relación a los (costos por) tiempos de viaje y (los costos por) llegada temprana o tardía. (7% de la nota)

Respuesta:
En el modelo de cogestión de cuello de botella, al introducir tarificación dinámica se logra reducir a cero los tiempos de espera en el cuello de botella, reduciendo a cero los costos sociales por tiempo de viaje en congestión. Lo que no se puede afectar en absoluto son los tiempos de llegada, por lo que los costos por arribos tempranos y arribos tardíos no se alteran en absoluto.

7) Transporte público. Explique estos dos motivos para subsidiar el transporte público: efecto Mohring y ausencia de tarificación via. (8 % de la nota)

Respuesta:

i) El efecto Mohring se refiere al fenómeno que, al crecer la demanda de transporte público, ha de proveerse una mayor frecuencia de servicio y, por lo tanto, disminuyen los tiempos de espera y de viaje. En otras palabras, un pasajero adicional hace que disminuya el tiempo de espera y de viaje de todos los demás pasajeros. Esto genera una externalidad positiva que no le permite al operador recuperar sus costos. Por ello es necesario, el subsidio.

ii) La ausencia de tarificación vial: en este caso, los automovilistas incurren en un costo igual a su costo medio percibido e ignoran los costos externos que generan al resto de los automovilistas. En este caso, el subsidio al transporte público hace bajar su precio, volviéndolo más atractivo. Con ello, el transporte público se vuelve más competitivo frente al uso del automóvil y menos gente haría uso del auto, reduciendo la externalidad de congestión.

8) Teoría de la firma multiproducto. Considere esta función de costo de producción para los productos Y_1 e Y_2, para una empresa multiproducto y para dos empresas que producen solo uno de los dos bienes:

$$CT(Y_1;Y_2) = C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_1 Y_1 + C_2 Y_2 - C_3 Y_1 Y_2$$
$$CT(Y_1) = C_1 Y_1$$
$$CT(Y_2) = C_2 Y_2$$

i) Calcule las economías de escala radiales para la función de producción multiproducto.
ii) Calcule las economías de diversidad para producción conjunta de ambos bienes. Explique qué valores deben conocerse para determinar si existen o no economías de diversidad. (10% de la nota)

Respuesta: i)

$$s^{radial} = \frac{C(\lambda y)}{\lambda \frac{\partial C(\lambda y)}{\partial \lambda}} = \frac{C_0(\lambda Y)_1^{0,5}(\lambda Y)_2^{0,5} + C_1 \lambda Y_1 + C_2 \lambda Y_2 - C_3 \lambda Y_1 \lambda Y_2}{\lambda\left(C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_1 Y_1 - C_2 Y_2 + 2C_3 \lambda Y_1 Y_2\right)}$$

$$s^{radial} = \frac{C(\lambda y)}{\lambda \frac{\partial C(\lambda y)}{\partial \lambda}} = \frac{C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_1 Y_1 + C_2 Y_2 - C_3 \lambda Y_1 Y_2}{C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_1 Y_1 + C_2 Y_2 - 2C_3 \lambda Y_1 Y_2} > 1$$

$S^{radial} > 1$; por lo tanto, existen economías de escala radiales crecientes.

ii) $$Div = \frac{C_1 Y_1 + C_2 Y_2 - C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} - C_1 Y_1 - C_2 Y_2 + C_3 Y_1 Y_2}{C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_1 Y_1 + C_2 Y_2 - C_3 Y_1 Y} = \frac{-C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_3 Y_1 Y_2}{C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_1 Y_1 + C_2 Y_2 - C_3 Y_1 Y}$$

Las economías de diversidad dependerán del valor de esta expresión: $-C_0 Y_1^{0,5} Y_2^{0,5} + C_3 Y_1 Y_2$. En otras palabras, depende de los valores de los parámetros C_0, C_3 y de los niveles de producción Y_1 e Y_2. Si la expresión es positiva conviene producir de manera conjunta; de lo contrario, no.

9) Circuito cíclico simple. Considere está fórmula de costos para el circuito cíclico simple:

$$C(y_{12}; y_{21}) = C_0 + y_{12}(d_{12} + d_{21})\Lambda + (y_{12} + y_{21})Z$$

y se refiere a cantidades transportadas y *d* a distancias viajadas. Los términos Λ y Z no dependen ni de *y* ni de *d*. Suponga mayor traslado de carga en la dirección de ida, la dirección 1→2; la dirección contraria es la dirección de retorno. i) Explique el significado de cada uno de los sumandos de la fórmula de costos. ii) Calcule el costo marginal del transporte de carga en la dirección de ida y en la dirección de retorno. iii) Explique por qué estos costos marginales son diferentes. iv) Explique qué costo es no atribuible. v) Determine el costo medio incremental de transportar y_{21} y compárelo con su costo marginal. (12% de la nota).

Respuesta:
i) C_0 representa los costos fijos. El segundo sumando representa los costos de transporte y depende la cantidad de viajes determinados según la dirección de mayor carga. El tercer sumando entrega los costos de carga y descarga de toda la carga transportada en ambas direcciones.
ii) En la dirección de ida el costo marginal es $(d_{12} + d_{21})\ \Lambda + Z$ y en la dirección de vuelta es simplemente Z.
iii) La frecuencia de viaje depende de la dirección en la que haya mayor transporte. Por lo tanto, en la dirección de retorno el costo marginal es solo el costo de la carga y la descarga, dado que el costo marginal de mover el camión ya está cubierto por el viaje en la dirección de ida.
iv) Los costos fijos son atribuibles a ambos bienes de manera conjunta, pero no pueden dividirse de manera exacta entre la producción de un bien u otro en función de causa - efecto. Por lo tanto, es un costo no atribuible.
v) $C_0 + y_{12}(d_{12} + d_{21})\Lambda + (y_{12} + y_{21})Z - C_0 + y_{12}(d_{12} + d_{21})\Lambda + y_{12}Z = y_{21}Z$ = Costo Incremental. Por lo tanto, el costo medio incremental es igual a Z, igual al costo marginal de mover carga en la dirección 21.

10) Circuito cíclico simple. Un operador posee una flota operativa de 20 vehículos, con una capacidad de transporte de 25 toneladas cada uno. Este operador debe cubrir demandas entre dos puntos separados por 400 kilómetros. La capacidad de transferencia de los sitios de carga / descarga es 20 ton/h-sitio. La velocidad máxima permitida de circulación en ruta es 80 km/h. Los tiempos de viaje y de carga / descarga son determinísticos y las frecuencias de los despachos, equiespaciadas. (12% de la nota)

i) Determine numéricamente la máxima carga que puede viajar de forma simultánea en ambas direcciones. (0,34)

ii) Determine numéricamente la cantidad de sitios de transferencia de carga que se necesita en cada terminal. (Redondee al entero superior.) (0,66)

Tenga presente que

$$y_{21} = \frac{F \cdot \mu}{2} - y_{12}\left(1 + \frac{\mu(d_{12} + d_{21})}{2Kv}\right), \text{ si } y_{12} > y_{12}$$

y_{12} y y_{21}: carga transportada en ambas direcciones respectivamente. F: tamaño de la flota de camiones; μ: tasa de atención de cada sitio de transferencia. d_{12} y d_{21}: distancia viajada en ambas direcciones respectivamente. K: capacidad de carga del camión en tn. *v*: velocidad de circulación.

Sugerencia: resuelva las expresiones $\frac{F \cdot \mu}{2}$ y $1 + \frac{\mu(d_{12}+d_{21})}{2Kv}$ al comienzo y lleve cada una de ellas como un simple número para resolver el ejercicio.

Respuesta: $\frac{F \cdot \mu}{2} = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200$ y $1 + \frac{\mu(d_{12}+d_{21})}{2Kv} = 1 + \frac{20.800}{2.25.80} = 5$. i) Así, $y = 200 - 5y$. Al resolver se obtiene 6 $y = 200 \Leftrightarrow y = 200/6 = 33{,}33$. Se puede transportar en ambas direcciones simultáneamente 33,33tn por hora.

ii) Con los parámetros del problema, el tiempo de ciclo es 800/80 + 2 * 25 /20 + 2 * 25 / 20 = 10 + 4 * 25 / 20 = 10 + 5 = 15. El tiempo de ciclo son 15 horas. Si los camiones llegan equiespaciados, arriban por hora 20 / 15 = 1,33 camiones a cada nodo. Cada camión, en un sitio de transferencia, requiere estar el tiempo de descarga y carga, ello es 25/20 + 25/20 = 2,5 horas. Según la ecuación de Little, multiplicando este tiempo por la tasa de arribos por hora (1,33 * 2,5) obtenemos el número de sitios de transferencia que se requieren en cada nodo. Este valor redondeado al entero superior es igual a 4. En total, el circuito cíclico simple requiere 8 sitios de transferencia.

11) **Inversión y tarificación de Terminales - Teorema de Autofinanciamiento.** Explique cada una de las condiciones necesarias para que se cumpla el teorema de Mohring-Harwitz de autofinanciamiento en la operación de un terminal de transporte. Debe enumerar y explicar cada una de las condiciones (las tres ya conocidas y la cuarta condición que se suma al considerar este tópico en particular). (8% de la nota)

Respuesta:
Deben cumplirse las condiciones de i) infraestructura perfectamente divisible (es decir, el tamaño del terminal puede ser cualquier número entero positivo), ii) economías de escala constantes en la construcción del terminal (es decir, si se construye en terminal que duplica en tamaño a otro, los costos totales de construcción se duplican) y iii) homogeneidad de grado cero en la función de demoras en los atributos flujo y capacidad (es decir, si aumentan en la misma proporción el flujo de aviones o buses a atender y la capacidad del terminal, las demoras se mantienen constantes). Además, debe cumplirse que en el mercado aguas abajo de provisión de servicios de transporte, la estructura de mercado sea de competencia perfecta, es decir, que ninguna empresa pueda ejercer poder de mercado.

12) **Inversión y tarificación de Terminales.** Suponga un operador aeroportuario que maximiza el bienestar social y un mercado de aerolíneas competitivo aguas abajo. Explique que tarifa cobran las empresas aéreas aguas abajo. En función de ello, explique qué elementos debe incorporar la tarifa aeroportuaria a fin de maximizar el bienestar social. (8% de la nota)

Respuesta:
La tarifa que maximiza el bienestar social debe incorporar el costo por movimiento de avión más el costo de congestión que genera cada aeronave, que no está incorporado en el costo del billete aéreo puesto que aguas abajo las aerolíneas cobran solo su costo de operación más el traslado del costo de la tarifa aeroportuaria. Dicho de otra manera, como las aerolíneas operan en un mercado competitivo, no tienen capacidad de internalizar el costo de la congestión aeroportuaria.

Sección II

13) Modelo de Train y McFadden. Considere un modelo en el que el tiempo de viaje y el tiempo dedicado a trabajar no forman parte de la función de utilidad. En este modelo, el consumidor elige cuánto tiempo dedicar al ocio y al trabajo, siendo el tiempo de viaje fijo. (34% de la nota)

$Max_{\{t_w\}}: U_i = U(X, T_o)$
$s.a$
$X = I + wt_w - c$
$T_o = T - t_w - tv$

X: gasto en consumo; T_o: tiempo de ocio; I: ingreso fijo exógeno; w: tasa salarial; t_w: horas de trabajo; T: tiempo total; c: costo de viaje; tv: tiempo de viaje.

i) Determine el valor del tiempo de ocio. Explique el resultado obtenido. ii) Determine el valor subjetivo del ahorro de tiempo de viaje. Explique el resultado obtenido.

Respuesta: i) Reemplazando las dos restricciones (X y T_o) en la función de utilidad directa se obtiene

U(I + w * tw – c; T x– tw – Tv)

Procediendo a derivar con respecto al tiempo de trabajo tw e igualando a cero, se obtiene la condición de primer orden. Operando sobre la condición de primer orden se obtiene el siguiente resultado:

$\frac{\partial U}{\partial X} w = \frac{\partial U}{\partial T_o} \Leftrightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial T_o}}{\frac{\partial U}{\partial I}} = w$; tener presente que $\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial I}$

El valor del tiempo de ocio es igual a la tasa salarial *w*. Dado que la utilidad no depende del tiempo de trabajo, el costo de oportunidad de una hora más de ocio es una hora menos de trabajo y, por lo tanto, una hora menos de ingreso monetario. (Compare con el modelo visto en clase.)

ii) Se diferencia totalmente la función de utilidad con respecto al ingreso y al tiempo de viaje y se iguala a cero:

$\frac{\partial U}{\partial I} dI + \frac{\partial U}{\partial tv} dtv = 0$. Manipulando algebraicamente se obtiene: $\frac{dI}{dtv} = w$.

El valor subjetivo del ahorro de tiempo de viaje es igual a la tasa salarial w: el tiempo de viaje ahorrado se dedica a ocio o a trabajar, cuyos beneficios son iguales. Este resultado es consecuencia de que la función de utilidad no incorpora como argumentos el tiempo de viaje ni el tiempo dedicado al trabajo.

14) Determinación del valor de ahorro de tiempo de viaje. Considere este modelo:

$\text{Max}_{x,To,Ttr}\ U(X,\ T_{tr}, T_v, T_o)$

sujeto a $pX = T_{tr}\, s + I - c_v$

$T_{tr} + T_v + T_o = 24$

X: bienes generalizados, p: precios (=1), I: Ingreso fijo; c_v: costo de viaje

s: ingreso salarial

T_{tr} : tiempo de trabajo

T_v : tiempo de viaje

T_o : tiempo de ocio

i) Obtenga la condición de primer orden para las variables horas de trabajo, tiempo de ocio y consumo. ii) Explique en palabras cada una de las condiciones. iii) Obtenga una expresión matemática para el valor del ahorro de tiempo de viaje e interprete. iv) Suponga que el tiempo de trabajo es fijo. Obtenga una expresión matemática para el valor del ahorro de tiempo de viaje. Interprete y explique qué diferencia existe con el punto iii). (33% de la nota)

Respuesta:

$U(X,\ T_{tr}, T_v, T_o) + \lambda\ (T_{tr}\, s + I - pX - c_v) + \mu\ (24 - T_{tr} - T_v - T_o)$

Condiciones de primer orden:

X: $\dfrac{\partial U}{\partial X} - \lambda p = 0$

T_o: $\dfrac{\partial U}{\partial T_o} - \mu = 0$

T_{tr}: $\dfrac{\partial U}{\partial T_{tr}} + \lambda s - \mu = 0 \Leftrightarrow \dfrac{\partial U}{\partial T_{tr}} + \lambda s = \mu \Leftrightarrow \dfrac{\partial U}{\partial T_{tr}} = \dfrac{\partial U}{\partial T_o} - \lambda s$

La primera condición de primer orden es la típica vista en los cursos de microeconomía. La segunda condición de primer orden dice que μ es la utilidad de disponer de una unidad adicional de tiempo (utilidad marginal del tiempo de ocio). La tercera condición explica la relación entre horas de trabajo extra y tiempo de ocio: trabajar una hora más debe brindar una utilidad igual al ocio neto de la utilidad del salario. De lo contrario, es preferible dedicarse al ocio.

Diferenciando totalmente el Lagrangeano con respecto a T_v y a I, igualando a cero y haciendo uso de las condiciones de primer orden del problema de maximización de la utilidad, obtenemos la disposición a pagar por reducir el tiempo de viaje en una unidad:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T_v} - \mu\right) dT_v + \lambda dI = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{dI}{dT_v} = -\frac{1}{\lambda}\frac{\partial U}{\partial T_v} + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial U}{\partial T_o} = -\frac{1}{\lambda}\frac{\partial U}{\partial T_v} + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial U}{\partial T_{nf}} + s$$

iv) $\frac{dI}{dT_v} = -\frac{1}{\lambda}\frac{\partial U}{\partial T_v} + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial U}{\partial T_o}$ Esta expresión entrega el valor del tiempo de viaje. La segunda parte de la igualdad no se cumple, puesto que el consumidor no tiene la opción de elegir cuántas horas trabajar.

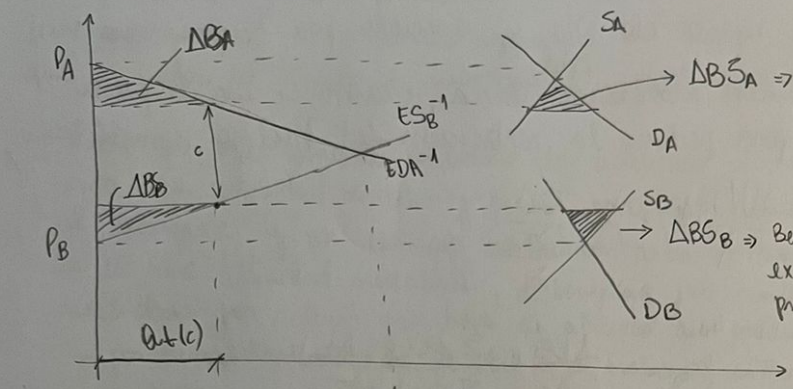
15) Modelo de Comercio Interregional. Considere que en las regiones A y B se produce y consume un mismo bien q de manera competitiva y que el transporte entre ellas es realizado por empresas en competencia perfecta cuyo costo marginal es constante e igual a *c*. Debido a una reforma ecológica se decidió introducir el impuesto al combustible, cuyo efecto aumenta el costo marginal de los transportistas. Muestre gráficamente el cambio en los beneficios de productores y consumidores. Este análisis gráfico debe hacerlo considerando el mercado de transporte y el mercado del bien q en ambas localidades. Su análisis debe mostrar lo siguiente:

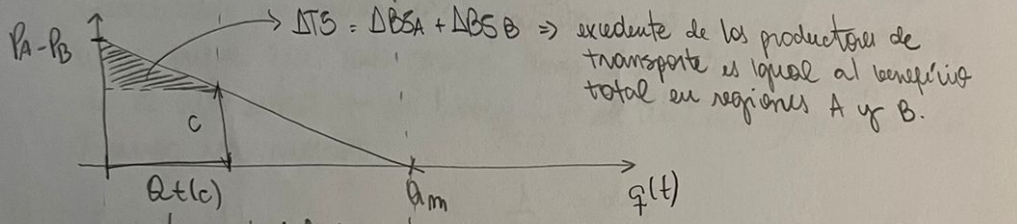
a) El consumo y la producción del bien q en las regiones A y B y el equilibrio en el mercado de transporte en la situación previa, sin impuesto al combustible.
b) El consumo y la producción del bien q en las regiones A y B y el equilibrio en el mercado de transporte en la situación con impuesto al combustible.
c) El cambio en los excedentes del consumidor y el excedente del productor en ambos mercados producto de la introducción del impuesto al combustible. (40%)

IMPORTANTE: i) todos los elementos de su gráfico deben tener su respectiva notación y esta estar aclarada; ii) provea de manera textual las explicaciones necesarias para que su análisis gráfico se entienda; iii) sea prolijo con sus gráficos. (33% de la nota)

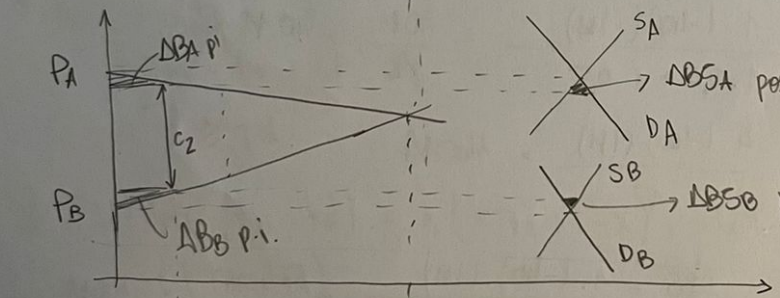
3 de diciembre de 2025

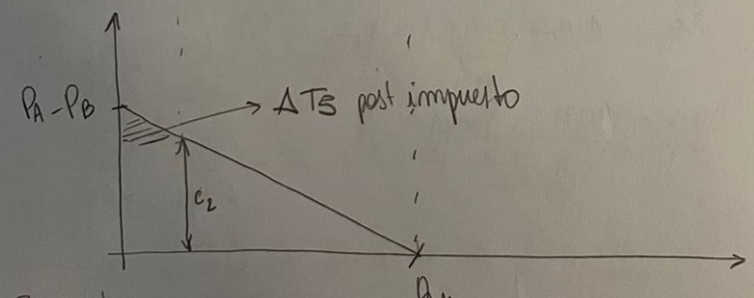
6) Sea $P_A > P_B$





↳ cantidad transportada cuando precio es c, antes del impuesto





Si post impuesto el precio de transporte es mayor que $P_A - P_B$ no habrá intercambio y el beneficio queda en 0.

Sección III

16) Tarificación en infraestructura vial - Modelo de Cuello de Botella. Considere el modelo de cuello de botella, con tarificación vial. Suponga i) la existencia de una función de demanda inversa P(N), ii) el costo medio del usuario es $\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}$ y iii) el costo por unidad de infraestructura es c_ω, constante. (β: costo de llegar temprano, γ: costo de llegar tarde, ω: inversión en infraestructura vial, medido en unidades).

Demuestre que se cumple el teorema de autofinanciamiento. Para ello proceda así: i) plantee el problema de maximización del bienestar social que permita obtener la demanda óptima y la inversión óptima. (0.25) ii) Obtenga las condiciones de primer orden con respecto a la demanda y a la inversión en infraestructura vial. (0.25) iii) Obtenga la ecuación que establece el valor de la tarifa óptima social. (0.15) iv) A partir de las dos condiciones de primer orden, demuestre que la tarifa óptima social multiplicada por el valor de la demanda es exactamente igual al costo total invertido en infraestructura vial. (0.35) (34% de la nota)

Respuesta:

i) La función que maximiza el bienestar social es

$$BS(N;\omega) = \int_0^N p(x)dx - N\left(\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}\right) - c_\varpi\omega$$

ii) Las condiciones de primer orden son estas:

$$\frac{\partial BS}{\partial N}: p(N) - \underbrace{\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}}_{Costo_medio_usuario} - \underbrace{\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}}_{Tarifa} = 0$$

$$\frac{\partial BS}{\partial \omega}: \frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\left(\frac{N}{\omega}\right)^2 - c_\omega = 0$$

iii) En el óptimo social, la diferencia entre la disposición a pagar y el costo medio del usuario es igual a la tarifa a cobrar, que corresponde al tercer sumando del lado derecho de la primera CPO.

iv) Al multiplicar por el valor de la demanda obtenemos:

$$\text{Recaudación} = \underbrace{\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}}_{Tarifa} \bullet N = \frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N^2}{\omega}.$$ Yendo a la segunda CPO, deducimos que el costo total de la infraestructura es igual a $\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N^2}{\omega} = c_\omega\omega$. Por lo tanto, la recaudación es igual al costo de la inversión.

17) Transporte público y subsidios. i) Ud. está preparando su oferta para la licitación del servicio, que consiste en expresar el subsidio por pasajero transportado. Estos son los parámetros con los que debe preparar su oferta. La demanda es de 960 pasajeros a la hora, uniformemente distribuida a lo largo del recorrido y cada pasajero recorre la mitad del recorrido –mismo modelo que el visto en clase. El intervalo exigido es un servicio de bus cada 5 minutos y el tiempo de ciclo es de 3 horas (los tiempos de ascenso y descenso son despreciables). Su función de costo por hora de un bus es ($C_0 + C_1$ K), donde K es capacidad del bus, C_0 = \$10.000 y C_1 = \$400. El precio del pasaje en bus a cobrar es igual a \$600. (Los valores de C0 y C1 incluyen el costo de oportunidad del capital más su costo del tiempo por gerenciar la operación, por lo que con estos dos valores tiene toda la información de costos necesaria para hacer su oferta). Con esta información, suponiendo que los buses viajan a capacidad y haciendo uso de las fórmulas para calcular la demanda y oferta de frecuencia, calcule la capacidad óptima y el subsidio requerido para cumplir con los parámetros solicitados y minimizar costos. (33% de la nota)

Respuesta:
Se exige una frecuencia de 12 servicios a la hora (un servicio cada cinco minutos). Para cumplir con la frecuencia, se requiere una capacidad de los buses igual a
K = ½ Y / f = 960 / (2 * 12) = 40 pax/bus.

Dado que los buses viajan a capacidad, se requieren (frecuencia * tiempo de ciclo = buses) **12 * 3 = 36 buses.**

Con ello el costo por hora por bus es **10.000 + 400 * 40 = \$26.000**.

El costo total por hora es **26.000 * 36 = \$936.000**.

Por hora se recaudan **Y * tarifa = 960 * 600 = 576.000**.

Para cubrir el costo la tarifa técnica debe **\$975 (= 936.000 / 960)**.

Por lo tanto, el subsidio requerido es de **\$375 (= 975 – 600)** por pasajero.

18) Transporte público y subsidios. Considere la situación en que transporte privado y transporte público son substitutos perfectos para realizar un viaje; es decir, $Q = q_{bus} + q_{auto}$. suponga además que el transporte privado no está tarificado. La función de bienestar social es la siguiente:

$$BS = \int_0^{q_{auto}+q_{bus}} p(x_1)dx_1 - q_{auto}C_{auto}(q_{auto}) - q_{bus}\left(CMe_{operador}(q_{bus}) + CMe_{usuario}(q_{bus})\right)$$

El costo medio por pasajero de bus es igual a la suma del costo medio del operador más el costo medio del usuario ($Cme_{bus} = Cme_{operador} + Cme_{usuario}$). Suponga que el primero es constante y el segundo decreciente; es decir, $\frac{\partial CMe_{operador}(q_{bus})}{\partial q_{bus}} = 0 \wedge \frac{\partial CMe_{usuario}(q_{bus})}{\partial q_{bus}} < 0$.

i) Plantee el problema matemático de optimización que permita calcular la tarifa del bus óptima social, considerando que no existe tarifa vial. (0.20) ii) Obtenga las condiciones de primer orden. (0.25) iii) A partir de las condiciones de primer orden, determine la tarifa óptima social del bus. (0.40) iv) Explique si es necesario otorgar un subsidio a la operación del transporte público y sus razones. (0.15) (33% de la nota)

Respuesta:

i)
$$BS = \int_0^{q_{auto}+q_{bus}} p(x_1)dx_1 - q_{auto}C_{auto}(q_{auto}) - q_{bus}\left(CMe_{operador}(q_{bus}) + CMe_{usuario}(q_{bus})\right) + \\ + \lambda\left(p(q_{auto}+q_{bus}) - C_{auto}(q_{auto})\right)$$

ii) Condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial BS}{\partial q_{auto}} = p(q_{auto}+q_{bus}) - C_{auto}(q_{auto}) - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}q_{auto} + \lambda\left(\frac{\partial p(q_{auto}+q_{bus})}{\partial q_{auto}} - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}\right) = 0$$

$$\frac{\partial BS}{\partial q_{bus}} = p(Q) - \left(CMe_{operador} + CMe_{usuario}\right) - \left(\frac{\partial CMe_{operador}}{\partial(q_{bus})} + \frac{\partial CMe_{usuario}}{\partial(q_{bus})}\right)q_{bus} + \lambda\frac{\partial p(Q)}{\partial q_{bus}} = 0$$

iii) En la primera CPO, obtenemos el valor de lambda, sabiendo que los dos primeros sumandos se anulan entre ellos. Así $\lambda = \frac{\frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}q_{auto}}{\left(\frac{\partial p(Q)}{\partial q_{auto}} - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}\right)}$. Reemplazando en la segunda CPO y sabiendo que $\frac{\partial CMe_{operador}(q_{bus})}{\partial q_{bus}} = 0$, se obtiene

$$\frac{\partial BS}{\partial q_{bus}} = p(Q) - \left(CMe_{operador} + CMe_{usuario}\right) - \frac{\partial CMe_{usuario}}{\partial (q_{bus})} q_{bus} + \frac{\frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}} q_{auto}}{\left(\frac{\partial p(Q)}{\partial q_{auto}} - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}\right)} \frac{\partial p(Q)}{\partial q_{bus}} = 0$$

La tarifa a cobrar es la disposición a pagar menos el costo medio del usuario:

$$T = p(Q) - CMe_{usuario} = CMe_{operador} + \frac{\partial CMe_{usuario}}{\partial (q_{bus})} q_{bus} - \frac{\frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}} q_{auto}}{\left(\frac{\partial p(Q)}{\partial q_{auto}} - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}\right)} \frac{\partial p(Q)}{\partial q_{bus}}$$

El tercer sumando es negativo ($-\frac{(+)}{((-)-(+))}(-) = -\frac{(+)}{(-)}(-) = (-)$). El segundo sumando es negativo según se nos dice en el enunciado.

iv) Al costo medio del operador por pasajero se le debe restar el segundo sumando (efecto Mohring) y el tercer sumando que refleja la ausencia de tarificación vial. Por lo tanto, es necesario subsidiar la tarifa por los dos motivos descritos.