Sección III

13) Tarificación en infraestructura vial - modelo congestión estática. Considere la función de demanda inversa lineal de viajes entre un par OD: p(q) =A - B q. La función de costo medio percibido es: a + b (q / K). El costo total de la infraestructura es *c K*, donde *c* es el costo medio y costo marginal a la vez.

i) Obtenga la tarifa que maximiza el bienestar social. Debe plantear un problema matemático de maximización, obtener las condiciones de primer orden e igualar a cero. Por simple inspección visual obtenga de manera directa la tarifa óptima social como la diferencia entre la disposición a pagar y el costo medio percibido.

ii) Demuestre algebraicamente que se cumple el teorema de autofinanciamiento. Para ello derive la función de bienestar social con respecto a K, obtenga la condición de primer orden, iguale a cero y despeje de manera tal de obtener una expresión que se iguale a *c K*. Luego a partir de i), multiplique la tarifa por q y veo que ello es igual a esa expresión que acaba de derivar igual a *c K*.

iii) Obtenga la tarifa de monopolio que maximiza el ingreso del operador de la Ruta. Para ello plantee un problema matemático de maximización del beneficio del operador, obtenga las condiciones de primer orden y proceda tal como se le indicó en el punto i.

iv) Demuestre algebraicamente que en este caso el operador obtiene una ganancia extraordinaria. Obtenga el monto de esta ganancia. Siga las indicaciones del punto ii) para resolver, con la diferencia que al multiplicar la tarifa por q se obtiene ingresos superiores a *c K*. La diferencia es la ganancia extraordinaria. (45% de la nota)

14) Modelo de Cuello de Botella. i) Explique cuando se inicia la cola y cuando se disipa si el costo de llegar tarde tiende a infinito (gamma $\rightarrow \infty$). ¿Cuánta gente llega tarde? ii) Explique cuando se inicial la cola y cuando se disipa si el costo de llegar temprano es igual al costo de llegar tarde (beta = gamma). ¿Cuánta gente llega tarde?

En ambos casos, suponga que un total de N personas quiere viajar en la hora punta y que el cuello de botella atiende a la tasa ω. (No es necesario que grafique las soluciones.)

(20% de la nota)

15) Transporte Público. Suponga que el gobierno decide eliminar los subsidios a la operación del componente de buses del Sistema RED. En este contexto, se plantean tres alternativas para continuar prestando el servicio: 1) Continuar con el esquema actual de operación, pero con un enfoque de auto-sostenibilidad financiera. 2) Otorgar la operación a un único operador privado que puede fijar la tarifa libremente y la oferta de transporte. 3) Establecer un régimen de competencia desregulada donde la oferta de transporte y la tarifa sean dictadas por el mercado. Discuta de cada una de las alternativas planteadas por el gobierno. Su análisis debe incluir como mínimo el impacto de cada una de las tres alternativas en el bienestar social, en las ganancias de los operadores, en la demanda y nivel de servicio (frecuencia y capacidad de los buses) de transporte público. (Ignore los costos y posibles problemas legales relacionados con el cambio de esquema). (45% de la nota)

4) **Comercio Interregional II.** Considere el típico modelo visto en clase, donde la Región 2 produce un bien de consumo a menor precio que la Región 1. Ello genera una oportunidad de exportación para los productores en la Región 2. Ud. sabe el efecto que ello tiene sobre los niveles de producción y los precios de equilibrio en ambas regiones. Explique qué diferencia genera que la región exportadora coloque un impuesto a la exportación o que la región importadora coloque un impuesto a las importaciones, ambos de igual magnitud. En su explicación debe quedar bien claro que efecto esto tiene sobre el bienestar de los productores en ambas regiones, el bienestar de los consumidores en ambas regiones y la recaudación de los gobiernos en ambas regiones. Si Ud. tiene los conceptos claros no es necesario hacer ningún gráfico para responder. (5% de la nota)

Respuesta: Desde el punto de vista de productores y consumidores, las dos situaciones llevan al mismo estado de situación. En otras palabras, se observarían los mismos niveles de producción, los mismos niveles de consumo e idénticos precios, en ambos mercados. Desde el punto de vista impositivo, lo que cambia es que gobierno obtiene los ingresos. En el primer caso, quien cobrar el impuesto es la región exportadora; en el segundo caso, la región importadora.

5) **Transporte privado I.** Suponga que se cumplen los supuestos del teorema de Mohring – Harvitz (teorema de autofinanciamiento) en la provisión de infraestructura vial. Con relación a la provisión de infraestructura vial, explique que significa que una empresa que cobre la tarifa óptima social obtenga beneficios extraordinarios (beneficios que superan los beneficios normales), beneficios normales (recupera la inversión más el costo de oportunidad del capital) o pérdidas (no alcanza a recupera la inversión más el costo de oportunidad del capital). (7% de la nota)

Respuesta:
En el primer caso, tarifa óptima social es el reflejo de un alto costo marginal externo de la congestión; por lo tanto, debe construirse mayor infraestructura vial. En el segundo caso, el nivel de inversión en infraestructura vial está en el óptimo social. En el tercer caso, la tarifa no alcanza a cubrir los costos; por lo tanto, hay un exceso de inversión en infraestructura vial. Debería disminuir la provisión de vialidad.

6) **Transporte privado II.** En el modelo de cuello de botella, explique qué se lograr al introducir una tarifa dinámica a costo marginal social, con relación a los (costos por) tiempos de viaje y (los costos por) llegada temprana o tardía. (7% de la nota)

Respuesta:
En el modelo de cogestión de cuello de botella, al introducir tarificación dinámica se logra reducir a cero los tiempos de espera en el cuello de botella, reduciendo a cero los costos sociales por tiempo de viaje en congestión. Lo que no se puede afectar en absoluto son los tiempos de llegada, por lo que los costos por arribos tempranos y arribos tardíos no se alteran en absoluto.

7) Transporte público. Explique estos dos motivos para subsidiar el transporte público: efecto Mohring y ausencia de tarificación via. (8 % de la nota)

Respuesta:

i) El efecto Mohring se refiere al fenómeno que, al crecer la demanda de transporte público, ha de proveerse una mayor frecuencia de servicio y, por lo tanto, disminuyen los tiempos de espera y de viaje. En otras palabras, un pasajero adicional hace que disminuya el tiempo de espera y de viaje de todos los demás pasajeros. Esto genera una externalidad positiva que no le permite al operador recuperar sus costos. Por ello es necesario, el subsidio.

ii) La ausencia de tarificación vial: en este caso, los automovilistas incurren en un costo igual a su costo medio percibido e ignoran los costos externos que generan al resto de los automovilistas. En este caso, el subsidio al transporte público hace bajar su precio, volviéndolo más atractivo. Con ello, el transporte público se vuelve más competitivo frente al uso del automóvil y menos gente haría uso del auto, reduciendo la externalidad de congestión.

Sección III

16) Tarificación en infraestructura vial - Modelo de Cuello de Botella. Considere el modelo de cuello de botella, con tarificación vial. Suponga i) la existencia de una función de demanda inversa P(N), ii) el costo medio del usuario es $\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}$ y iii) el costo por unidad de infraestructura es c_ω, constante. (β: costo de llegar temprano, γ: costo de llegar tarde, ω: inversión en infraestructura vial, medido en unidades).

Demuestre que se cumple el teorema de autofinanciamiento. Para ello proceda así: i) plantee el problema de maximización del bienestar social que permita obtener la demanda óptima y la inversión óptima. (0.25) ii) Obtenga las condiciones de primer orden con respecto a la demanda y a la inversión en infraestructura vial. (0.25) iii) Obtenga la ecuación que establece el valor de la tarifa óptima social. (0.15) iv) A partir de las dos condiciones de primer orden, demuestre que la tarifa óptima social multiplicada por el valor de la demanda es exactamente igual al costo total invertido en infraestructura vial. (0.35) (34% de la nota)

Respuesta:

i) La función que maximiza el bienestar social es

$$BS(N;\omega) = \int_0^N p(x)dx - N\left(\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}\right) - c_\varpi\omega$$

ii) Las condiciones de primer orden son estas:

$$\frac{\partial BS}{\partial N}: p(N) - \underbrace{\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}}_{Costo_medio_usuario} - \underbrace{\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}}_{Tarifa} = 0$$

$$\frac{\partial BS}{\partial \omega}: \frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\left(\frac{N}{\omega}\right)^2 - c_\omega = 0$$

iii) En el óptimo social, la diferencia entre la disposición a pagar y el costo medio del usuario es igual a la tarifa a cobrar, que corresponde al tercer sumando del lado derecho de la primera CPO.

iv) Al multiplicar por el valor de la demanda obtenemos:

$$\text{Recaudación} = \underbrace{\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N}{\omega}}_{Tarifa} \bullet N = \frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N^2}{\omega}.$$ Yendo a la segunda CPO, deducimos que el costo total de la infraestructura es igual a $\frac{1}{2}\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\frac{N^2}{\omega} = c_\omega\omega$. Por lo tanto, la recaudación es igual al costo de la inversión.

17) Transporte público y subsidios. i) Ud. está preparando su oferta para la licitación del servicio, que consiste en expresar el subsidio por pasajero transportado. Estos son los parámetros con los que debe preparar su oferta. La demanda es de 960 pasajeros a la hora, uniformemente distribuida a lo largo del recorrido y cada pasajero recorre la mitad del recorrido –mismo modelo que el visto en clase. El intervalo exigido es un servicio de bus cada 5 minutos y el tiempo de ciclo es de 3 horas (los tiempos de ascenso y descenso son despreciables). Su función de costo por hora de un bus es ($C_0 + C_1$ K), donde K es capacidad del bus, C_0 = \$10.000 y C_1 = \$400. El precio del pasaje en bus a cobrar es igual a \$600. (Los valores de C0 y C1 incluyen el costo de oportunidad del capital más su costo del tiempo por gerenciar la operación, por lo que con estos dos valores tiene toda la información de costos necesaria para hacer su oferta). Con esta información, suponiendo que los buses viajan a capacidad y haciendo uso de las fórmulas para calcular la demanda y oferta de frecuencia, calcule la capacidad óptima y el subsidio requerido para cumplir con los parámetros solicitados y minimizar costos. (33% de la nota)

Respuesta:
Se exige una frecuencia de 12 servicios a la hora (un servicio cada cinco minutos). Para cumplir con la frecuencia, se requiere una capacidad de los buses igual a
K = ½ Y / f = 960 / (2 * 12) = 40 pax/bus.

Dado que los buses viajan a capacidad, se requieren (frecuencia * tiempo de ciclo = buses) **12 * 3 = 36 buses.**

Con ello el costo por hora por bus es **10.000 + 400 * 40 = \$26.000**.

El costo total por hora es **26.000 * 36 = \$936.000**.

Por hora se recaudan **Y * tarifa = 960 * 600 = 576.000**.

Para cubrir el costo la tarifa técnica debe **\$975 (= 936.000 / 960)**.

Por lo tanto, el subsidio requerido es de **\$375 (= 975 – 600)** por pasajero.

18) Transporte público y subsidios. Considere la situación en que transporte privado y transporte público son substitutos perfectos para realizar un viaje; es decir, $Q = q_{bus} + q_{auto}$. suponga además que el transporte privado no está tarificado. La función de bienestar social es la siguiente:

$$BS = \int_0^{q_{auto}+q_{bus}} p(x_1)dx_1 - q_{auto}C_{auto}(q_{auto}) - q_{bus}\left(CMe_{operador}(q_{bus}) + CMe_{usuario}(q_{bus})\right)$$

El costo medio por pasajero de bus es igual a la suma del costo medio del operador más el costo medio del usuario ($Cme_{bus} = Cme_{operador} + Cme_{usuario}$). Suponga que el primero es constante y el segundo decreciente; es decir, $\frac{\partial CMe_{operador}(q_{bus})}{\partial q_{bus}} = 0 \wedge \frac{\partial CMe_{usuario}(q_{bus})}{\partial q_{bus}} < 0$.

i) Plantee el problema matemático de optimización que permita calcular la tarifa del bus óptima social, considerando que no existe tarifa vial. (0.20) ii) Obtenga las condiciones de primer orden. (0.25) iii) A partir de las condiciones de primer orden, determine la tarifa óptima social del bus. (0.40) iv) Explique si es necesario otorgar un subsidio a la operación del transporte público y sus razones. (0.15) (33% de la nota)

Respuesta:

i)
$$BS = \int_0^{q_{auto}+q_{bus}} p(x_1)dx_1 - q_{auto}C_{auto}(q_{auto}) - q_{bus}\left(CMe_{operador}(q_{bus}) + CMe_{usuario}(q_{bus})\right) + \\ + \lambda\left(p(q_{auto}+q_{bus}) - C_{auto}(q_{auto})\right)$$

ii) Condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial BS}{\partial q_{auto}} = p(q_{auto}+q_{bus}) - C_{auto}(q_{auto}) - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}q_{auto} + \lambda\left(\frac{\partial p(q_{auto}+q_{bus})}{\partial q_{auto}} - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}\right) = 0$$

$$\frac{\partial BS}{\partial q_{bus}} = p(Q) - \left(CMe_{operador} + CMe_{usuario}\right) - \left(\frac{\partial CMe_{operador}}{\partial(q_{bus})} + \frac{\partial CMe_{usuario}}{\partial(q_{bus})}\right)q_{bus} + \lambda\frac{\partial p(Q)}{\partial q_{bus}} = 0$$

iii) En la primera CPO, obtenemos el valor de lambda, sabiendo que los dos primeros sumandos se anulan entre ellos. Así $\lambda = \frac{\frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}q_{auto}}{\left(\frac{\partial p(Q)}{\partial q_{auto}} - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}\right)}$. Reemplazando en la segunda CPO y sabiendo que $\frac{\partial CMe_{operador}(q_{bus})}{\partial q_{bus}} = 0$, se obtiene

$$\frac{\partial BS}{\partial q_{bus}} = p(Q) - \left(CMe_{operador} + CMe_{usuario}\right) - \frac{\partial CMe_{usuario}}{\partial (q_{bus})} q_{bus} + \frac{\frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}} q_{auto}}{\left(\frac{\partial p(Q)}{\partial q_{auto}} - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}\right)} \frac{\partial p(Q)}{\partial q_{bus}} = 0$$

La tarifa a cobrar es la disposición a pagar menos el costo medio del usuario:

$$T = p(Q) - CMe_{usuario} = CMe_{operador} + \frac{\partial CMe_{usuario}}{\partial (q_{bus})} q_{bus} - \frac{\frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}} q_{auto}}{\left(\frac{\partial p(Q)}{\partial q_{auto}} - \frac{\partial C_{auto}(q_{auto})}{\partial q_{auto}}\right)} \frac{\partial p(Q)}{\partial q_{bus}}$$

El tercer sumando es negativo ($-\frac{(+)}{((-)-(+))}(-) = -\frac{(+)}{(-)}(-) = (-)$). El segundo sumando es negativo según se nos dice en el enunciado.

iv) Al costo medio del operador por pasajero se le debe restar el segundo sumando (efecto Mohring) y el tercer sumando que refleja la ausencia de tarificación vial. Por lo tanto, es necesario subsidiar la tarifa por los dos motivos descritos.