Segunda Lista de Ejercicios – ICT 3103
Beneficio a Usuarios y Sociales

Ejercicio 1 Teoría de la Utilidad Aleatoria

¿Qué plantea la Teoría de Utilidad Aleatoria y porqué es relevante para la modelación de elecciones discretas? ¿ Qué supuesto debe ser realizado para que se de origen a un modelo Logit? ¿Qué representa la logsuma y porqué es relevante para el modelo? Indique la fórmula de la logsuma.

Respuesta 1:

La Teoría de Utilidad Aleatoria plantea que el modelador no posee información perfecta y a la función de utilidad modelada se debe agregar un error, que contempla todo aquello que el modelador no puede observar. Es relevante ya que existen atributos importantes para la decisión el individuo que no son observables (conceptos subjetivos como la seguridad por ejemplo) o que no están disponibles. El modelo logit supone que las componentes de error de cada modo son independientes e igualmente distribuidas según una distribución Gumbel. La logsuma representa el valor esperado del máximo de las utilidad de las alternativas, es el denominador de la probabilidad de elección del modo m.

Ejercicio 2 Cálculo del Excedente del Consumidor

¿Bajo qué condiciones la regla del medio es una buena aproximación para el Excedente del Consumidor?

Respuesta 2:

Que la curva de demanda no dependa del ingreso (o el efecto ingreso es despreciable) y que, para la variación de precios considerada, la curva de demanda sea lineal o próxima a ser lineal.

Ejercicio 3 Cálculo del Excedente del Consumidor

Supongamos que el precio del litro de gasolina es $900, con un rendimiento por litro de 10km; la elasticidad precio de corto plazo de la demanda de combustible es -0,5. Consideremos una demanda anual por combustible de $1.000\ litros = \alpha 900^{-0,5}$ y α = 30.000. Si el precio del combustible se reduce a $800, calcule el excedente exacto del consumidor y la aproximación usando la regla del medio. ¿Es la regla del medio una buena aproximación en ese caso? Porque?

Respuesta 3:

Para calcular el excedente exacto, debe realizar la integral de la función de demanda entre los precios inicial y final. La variación del excedente del consumidor será de $60.000(\sqrt{900} - \sqrt{800}) = \$102.944$. La cantidad demandada a $800 será igual a 1060,7 litros. La regla del medio implica considerar que en este tramo la función es lineal, y la variación del beneficio será igual a $\frac{(1060,7+1000)*(900-80)}{2} = \$103.035$. Siendo por lo tanto una buena aproximación de la variación real.

Ejercicio 4 Interpretación de la Logsuma

¿Qué representa la logsuma? A partir de la Logsuma como se obtiene una fórmula para expresar el cambio en el bienestar del consumidor.

Respuesta 4:

La logsuma representa la Esperanza del máximo de las utilidades aleatorias de las distintas alternativas disponibles en el conjunto de elección. Dividiendo este valor por la utilidad marginal del ingreso (es decir, menos el coeficiente del costo bajo el supuesto que el costo entra de manera lineal en la función de utilidad indirecta), se obtiene una medida de bienestar en dinero. El cambio de esta medida entre una situación pre-proyecto y otras situación post-proyecto entrega el cambio del bienestar individual entre la situación antes y después del proyecto.

Ejercicio 5 Fórmula de la logsuma

Considere una función de utilidad indirecta condicionada en la alternativa i, aditiva y lineal en el costo de la alternativa. Considere además que el modelo de probabilidad de elección es logit. Vimos, en clase, que para calcular el cambio en el excedente del consumidor o disposición al pago, se debe recurrir a la fórmula de la logsuma (dividida por la utilidad marginal del ingreso).

Escriba esta fórmula, explíquela y demuestre que al derivar con respecto al costo de la alternativa i, se obtiene la probabilidad logit de elección de la alternativa i.

A partir de sus conocimientos de microeconomía sobre demanda marshalliana y demanda hicksiana, explique si la función de demanda logit derivada en el párrafo anterior es una función de demanda marshalliana o hicksiana.

Respuesta 5:

Suponiendo una función V_i indirecta y condicionada al modo m, y que el costo es lineal bajo un parámetro α, entonces la logsuma tiene la expresión:

$$G = \frac{1}{\alpha}[\ln(\sum_{i\epsilon A} \exp(V_i)]$$

Derivando en función del costo c_i, aplicando regla de la cadena y considerando que solo la alternativa i depende de la variable c_i:

$$\frac{\partial G}{\partial Ci}dx = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\exp(V_i)\alpha}{\sum_{i\epsilon A}\exp(V_i)}\right) \Rightarrow \frac{\exp(V_i)}{\sum_{i\epsilon A}\exp(V_i)}$$

La función V_i tiene origen en un problema de maximización de utilidad bajo restricción presupuestaria, y por lo tanto, corresponde a una función de demanda marshalliana.

Ejercicio 6 Beneficio de Proyecto

Suponga que existen tres rutas para realizar un viaje entre un par OD. Suponga que el valor del tiempo es igual a $100/min para todas las alternativas de ruta; este valor del tiempo se deduce a partir de una función de utilidad indirecta lineal en el tiempo y el costo del viaje.

I. Si un proyecto reduce el tiempo de viaje en dos minutos en la ruta 1, con una probabilidad de elección de 30% y la reducción del tiempo de viaje es tal que las probabilidades de elección no cambian, explique cómo se calcula el beneficio por viaje y determínelo.
II. Suponga un proyecto que reduce el tiempo de viaje en dos minutos en cada ruta. explique cómo se calcula el beneficio por viaje y determínelo.

Respuesta 6:

I. Considerando que el valor del tiempo es igual para todas las alternativas y que las probabilidades de elección de ruta no cambian, entonces el beneficio social será dado por 100*0,3*2minutos = $60 pesos por viaje. Considerando que la probabilidad de elegir la ruta impactada se mantiene en 0,3.
II. Si el proyecto reduce igualmente dos minutos en todas las rutas, el beneficio será de 100$/min * 2minutos = $200 pesos por viaje.

Ejercicio 7 Demonstración Logsuma

Considere la siguiente función de utilidad indirecta sistemática: V(i) = alfa * Costo(i) + beta * Tiempo(i), donde i indexa a la alternativa de viaje. Suponga i) que el modelo de elección de modo de viaje es logit y ii) que todas las alternativas de viaje ven reducido el tiempo de viaje en dos

minutos. Demuestre que $-\frac{1}{\alpha}\left[\left\{\ln\left[\sum_i \exp(V_i)\right]^1 - \ln\left[\sum_i \exp(V_i)\right]^0\right\}\right] = 2\frac{\beta}{\alpha}$. El supraíndice 1 significa con reducción de tiempo y el supraíndice 0 significa sin reducción de tiempo.

La demostración será considerada bien resuelta si está desarrollada paso a paso. La existencia de algún paso intermedio que no se lea invalidará automáticamente la respuesta y se colocará nota mínima. (Para resolver este ejercicio hay que manejar las propiedades del número *e* y de la función logaritmo.)

Respuesta 7:

Considere que si todas las alternativas vieron un tiempo reducido en 2 unidades, entonces podemos escribir que $[V_i]^1 = [V_i]^0 - 2\beta$, luego $\sum_i \exp([V_i]^1) = \sum_i \exp([V_i]^0 - 2\beta)$, siguiendo las simplificaciones se encontrará el resultado esperado.

Ejercicio 8 Evaluación de Proyecto

Suponga un plan de mejora al transporte público tal que una parte significativa de los usuarios de automóvil privado decidirán cambiarse de modo. Estos usuarios que abandonan el transporte privado verán un incremento en sus tiempos totales de viaje en relación al transporte privado. De esta manera, la evaluación del proyecto de mejora del transporte público arroja un resultado económico negativo puesto que el total de tiempo destinado a viajar se incrementará. Explique si este razonamiento es correcto o no bajo un enfoque microeconómico.

Respuesta 8:

Es incorrecto ya que, si hubo decisión de cambiarse de modo, la utilidad del transporte público fue superior a la del automóvil. El tiempo no es el único atributo hedónico considerado en la función de la utilidad y otros atributos que mejoraran en el transporte público fueron responsables por la alza de la utilidad de este modo. La evaluación del proyecto debe considerar todos los atributos y no solamente el tiempo.

Ejercicio 9 Excedente del Consumidor

Considere esta fórmula para calcular el cambio en el excedente del consumidor en la compra de un bien discreto: $\text{Max}_{m\in M}\, V_m(c^0_m, q^0_m) + \varepsilon_m = \text{Max}_{m\in M}\, V_m(c^1_m + DP, q^1_m) + \varepsilon_m$; m = 1, …, M

DP entrega la máxima disposición a pagar (mínima compensación a otorgar) en caso que en la situación con proyecto (indexada con el supraíndice 1) se observe una mejora (empeoramiento)

de los atributos hedónicos y/o el costo con respecto a la situación sin proyecto (indexada con el supraíndice 0).

Explique si el valor de la DP en este caso es un valor único o si esté está representado por una función de distribución.

Respuesta 9:

La disposición a pagar depende de las probabilidades de elección de los modos, que siguen una función de distribución. Por lo que también la disposición a pagar será probabilística y tendrá una función de distribución. El valor de DP dependerá del vector aleatorio ε_m.

Ejercicio 10 Beneficio de Proyecto

Considere que existen cuatro opciones de modo de viaje de igual probabilidad de elección, bajo una función indirecta condicional adictiva y lineal en el costo y tiempo de viaje. Dos proyectos están siendo evaluados para la reducción de tiempos de viaje, uno reduce el tiempo de viaje de un solo modo y el otro reduce el tiempo de viaje de todos los modos. Indique bajo que condición existe indiferencia entre los proyectos en relación a sus beneficios.

Respuesta 10:

Existe indiferencia cuando $Vs \cdot 0{,}25 \cdot dt1 = Vs \cdot dt2$ o sea que el tiempo reducido en el proyecto 1 debe ser 4 veces mayor al tiempo reducido en el proyecto 2.

Ejercicio 11 Beneficio Social

Considere la siguiente fórmula: $BS = \sum_i a_i V_i(p, I - c, q)$. V: función de utilidad indirecta; p: precio de los bienes; I: ingreso de las personas; q: atributos que describen la opción de viaje; entre ellos el tiempo de viaje

I. A partir de esta fórmula sea capaz de obtener una expresión monetaria que determine el beneficio social expresado en unidades monetarias.
II. Determine la expresión monetaria obtenida en i) suponiendo a) $a_i \lambda_i = 1, \forall i$ y b) $a_i = 1, \forall i$.
III. Explique cuál de los dos casos anteriores favorece a las personas de mayores ingresos y por qué.

Respuesta 11:

I. Si consideramos el atributo q, la variación del beneficios social será $\Delta BS = \sum_i a_i V_i(p,\ I_i - c, q_i^1)1_i - \sum_i a_i V_i(p,\ I_i - c, q_i^1)1_i$ si solo hubo una variación en el atributo q.

Si consideremos el tiempo de viaje (que suele ser el atributo evaluado en proyectos de transporte) y aproximamos a una expansión de Taylor de primer orden, la variación del beneficio social será: $\Delta BS = \sum_i a_i \beta_i \Delta t_i\ 1_i$ en útiles. Para llevarlo a términos monetarios es necesario considerar la utilidad marginal del ingreso, para eso se calcula la utilidad marginal del ingreso como $\lambda_s = \sum_i a_i \lambda_i \pi_i$ donde π_i es el aporte marginal a la recaudación del individuo y $\sum_i \pi_i = 1$ si los proyectos se financian con fondos públicos.

Luego, en términos monetarios el beneficio social es $\frac{\Delta BS}{\lambda_s} = \frac{\sum_i a_i \beta_i \Delta t_i\ 1_i}{\sum_i a_i \lambda_i \pi_i}$

II. Si $ai\ \lambda i = 1$ tenemos un enfoque de mercado, en ese caso $\frac{\Delta BS}{\lambda_s} \approx \sum_i \frac{\beta_i}{\lambda_i} \Delta t_i\ 1_i \approx \sum_i VST_i \Delta t_i\ 1_i$, se pondera directamente proporcional al valor subjetivo del tiempo del individuo.

Si $ai = 1$ tenemos un enfoque igualitario, en ese caso $\frac{\Delta BS}{\lambda_s} \approx \frac{\Delta BS}{\lambda_s} = \frac{\sum_i \beta_i \Delta t_i\ 1_i}{\sum_i \lambda_i \pi_i}$, el denominador es igual para todos proyectos y el beneficio se mide por las ganancias en utilidad que generan.

III. El primer caso favorece los proyectos que reducen el tiempo de aquellos con mayor VST o menores λ, como es el caso de individuos de alto ingreso.

Ejercicio 12 Beneficio Social

Suponga dos tipos de personas, de bajo ingreso y de alto ingreso. Considere los siguientes valores:

	Bajo ingreso	**Alto ingreso**
Beta_tiempo (útiles/minuto)	-40	-40
Utilidad marginal del ingreso	1	0,5
Valor del tiempo	$40	$80
π (aporte marginal impositivo)	0,2	0,8

I. Determine el beneficio social de un proyecto que reduce el tiempo de viaje en 9 millones de minutos para personas de bajos ingresos bajo el enfoque $a_i \lambda_i = 1, \forall i$.
II. Determine el beneficio social de un proyecto que reduce el tiempo de viaje en 9 millones de minutos para persona de altos ingresos bajo el enfoque $a_i \lambda_i = 1, \forall i$.
III. Determine el beneficio social de un proyecto que reduce el tiempo de viaje en 9 millones de minutos para persona de bajos ingresos bajo el enfoque $a_i = 1, \forall i$.
IV. Determine el beneficio social de un proyecto que reduce el tiempo de viaje en 9 millones de minutos para persona de altos ingresos bajo el enfoque $a_i = 1, \forall i$.

Haga el ejercicio sin usar calculadora, como si fuera una interrogación.

Respuesta 12:

I. $\frac{\Delta BS}{\lambda_s} \approx \sum_i VST_i \Delta t_i \ 1_i \approx \$40 \cdot 9000000 \approx 360 \ milliones \ de \ pesos$
II. $\frac{\Delta BS}{\lambda_s} \approx \sum_i VST_i \Delta t_i \ 1_i \approx \$80 \cdot 9000000 \approx 720 \ milliones \ de \ pesos$
III. $\sum_i \lambda_i \pi_i = 1 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}36$ y $\frac{\sum_i \beta_i \Delta t_i \ 1_i}{\sum_i \lambda_i \pi_i} = 40 \cdot \frac{9000000}{0{,}36} = 1000M$
IV. $1000M$

Ejercicio 13 Beneficio Social

Encuentre la expresión para la aproximación de la variación beneficio social si se pondera de forma que $ai = \lambda i$. ¿Bajo esta estimación, qué personas se verán beneficiadas, los de mayores o menores ingresos?

Respuesta 13:

$\frac{\Delta BS}{\lambda_s} \approx \frac{\sum_i \lambda_i \beta_i \Delta t_i 1_i}{\sum_i \lambda_i \lambda_i \pi_i}$ y considerando que el denominador será igual para todos los proyectos, entonces se favorecen los proyectos que reducen los tiempos de viajes de aquellos con mayor utilidad marginal del ingreso, aquellos que perciben menores ingresos.