Segunda Lista de Ejercicios – ICT 3103
Demanda de Transporte y Valor del Tiempo

Ejercicio 1 Problema de Elección Discreto-Continuo

En un modelo microeconómico de elección discreta existen *M* alternativas disponibles. Explique conceptualmente cómo se aborda este problema de modelación discreto-continuo a efectos de determinar la elección modal.

Respuesta 1:

Cada alternativa m contiene un vector q_m de atributos hedónicos y un costo c_m. Por lo tanto, planteamos M problemas de elección continua del tipo:

$$Max_x\ U(X, qm)$$
$$Sujeto\ a\ pX\ =\ I\ -\ C_m$$

En estos M problemas, la variable de decisión es únicamente X (consumo de bienes continuos) puesto que la alternativa modal está determinada exógenamente. Una vez resuelto el problema de maximización en m y reemplazando en los parámetros del problema, se obtiene la función de utilidad condicionada en la alternativa m, tal que $V_m = V(p,I- c_m,q_m)$. El consumidor elige entonces la alternativa $m \in M$ que entrega la mayor utilidad V_m.

Ejercicio 2 Problema de Elección de modo de transporte Discreto-Continuo

Considere un modelo microeconómico de elección discreta de modo de viaje, donde existen *M* alternativas disponibles. Explique conceptualmente cómo se aborda este problema de modelación discreto-continuo a efectos de determinar la elección modal. Para ello considere solo el atributo hedónico tiempo de viaje y costo de viaje para cada modo de transporte. Además, considere i) el individuo elige consumo X, ii) su tiempo de trabajo es fijo y iii) su ingreso también es fijo – Modelo de Tasa de Gasto. De esta manera, el tiempo de ocio solo depende el tiempo de viaje.

Respuesta 2:

Cada alternativa m contiene un atributo hedónico (tiempo de viaje) y un costo c_m. Por lo tanto, planteamos M problemas de elección continua del tipo:

$Max_x\ U(X, Tw, To, Tvm)$
$Sujeto\ a\ pX\ =\ I\ -\ cm$
$T = Tw + To + Tvm$

En estos M problemas, la variable de decisión es únicamente X (consumo de bienes continuos) puesto que la alternativa modal está determinada exógenamente al igual que el tiempo de trabajo. Una vez resuelto el problema de maximización en m y reemplazando en los parámetros del problema, se obtiene la función de utilidad condicionada en la alternativa m, tal que $V_m = V(p, I - c_m, t_{vm})$. El consumidor elige entonces la alternativa m que entrega la mayor utilidad, Vm.

Ejercicio 3 Función de Utilidad Condicional

Si bien la función de utilidad condicional puede asumir diferentes formas, se suele considerar la expansión de Taylor de primer orden. ¿Qué significa cada uno de los términos de la función? ¿Qué signos se esperan para α y β? Justifique

$$V_m = \alpha c_m + \sum_l \beta_l q_{ml}\ , \forall\ m \in M$$

Respuesta 3:

α es el parámetro que acompaña el costo del modo y representa el impacto del costo en la función de utilidad indirecta. En esta expansión de primer orden, se tiene α (I – c_m) por lo que el valor de I se vuelve redundante (no hace diferencia entre alternativas). α se interpreta entonces como menos la utilidad marginal del ingreso. Los valores β representan el impacto de cada atributo l del modo m en la función de utilidad indirecta. Se espera que α sea siempre negativo. El signo de β dependerá del atributo. Atributos valorados positivamente (como comodidad, por ejemplo) deberían ser acompañados de parámetros positivos, mientras que atributos indeseables (como el tiempo, por ejemplo), debería ser acompañado de parámetros negativos.

Ejercicio 4 Disposición de Pagar por Atributo

¿Cómo se calcula la disposición a pagar por un atributo q_{ml} ? Encuentre su expresión y explique.

Respuesta 4:

Aplicar el método de diferencial total tal como se vio en clase y despejar a fin de obtener la expresión dc / dq_{ml}. Esta expresión señala la cantidad de dinero que el consumidor debe pagar o recibir ante un cambio marginan en un atributo hedónico para que la utilidad se mantenga constante.

Ejercicio 5 Disposición a Pagar

Considere la compra de un plan de telefonía móvil. Los atributos son los siguientes: minutos de telefonía, mensajes de texto, Gigas de navegación y costo. Todas estas variables están expresadas como cifras mensuales.

I. Escriba la función de utilidad indirecta, bajo el supuesto que los tres atributos hedónicos entran de manera lineal y cuadrática y que el costo solo entra de manera lineal. (Note que en total son siete términos que contiene la función de utilidad.)

II. Deduzca una expresión que permita determinar la disposición a pagar (DP) por un Giga de navegación adicional a partir de la función de utilidad escrita en I. Explique su deducción paso a paso, demostrando que domina los conceptos microeconómicos.

Respuesta 5:

I. $V_i = \alpha C_i + \beta_1 Min_i + \beta_2 {Min_i}^2 + \beta_3 Men_i + \beta_4 {Men_i}^2 + \beta_5 G_i + \beta_6 {G_i}^2$

II. Una vez escrita la función de utilidad indirecta, diferenciando totalmente, igualando a cero y despejando algebraicamente se obtiene:

$$\alpha dC + (\beta_5 + 2\beta_6 G)dG = 0 \Leftrightarrow \alpha dC = -(\beta_5 + 2\beta_6 G)dG \Leftrightarrow \frac{dC}{dG} = \frac{-(\beta_5 + 2\beta_6 G)}{\alpha}.$$

La última expresión entrega la DP deseada.

Ejercicio 6 Disposición de Pagar por Tiempos

La función de utilidad condicional en un problema de elección discreta de modo de viaje presenta la siguiente estructura, donde c_i es el costo del modo, t_i es el tiempo de viaje en vehículo y t_{ei} el tiempo de espera. Calcule la disposición a pagar por ahorrar una unidad de tiempo de viaje y una unidad de tiempo de espera. Según resultados empíricos, ¿Cuál de las dos esperarías que fuera la mayor?

$$V_i = \alpha c_i + \beta t_i + \gamma t_{ei}$$

Respuesta 6:

Según el método del diferencial total la $DP_{tviaje} = \frac{-\beta}{\alpha}$ y la $DP_{tespera} = \frac{-\gamma}{\alpha}$, si bien las expresiones son parecidas, la magnitud de la disposición a pagar dependeré del parámetro β, γ. (Recordar que, si queremos expresar el valor del tiempo de viaje o de espera como una cantidad positiva, el signo menos se elimina.) Empíricamente, el tiempo de espera provoca mayor desutilidad que el tiempo de viaje en el vehículo, por lo que la $|\gamma| > |\beta|$ y la disposición a pagar por ahorrarse una unidad de tiempo de espera debiese ser mayor a la de ahorrarse un tiempo de viaje en vehículo.

Ejercicio 7 Valor del Tiempo

Se tiene un modelo de elección discreta de modo con una función de utilidad indirecta condicional de la siguiente forma, donde ci y ti corresponden a costo y tiempo de viaje del modo i, respectivamente. Determine el valor subjetivo del tiempo (VST).

$$V_i = \alpha c_i + \beta t_i + \gamma c_i t_i$$

Respuesta 7:

Por método de diferencial total, $\text{VST} = -\frac{(\beta+\gamma c_i)}{(\alpha+\gamma t_i)}$

Ejercicio 8 Valor del Tiempo

Considerando que una persona tiene las siguientes opciones de modo para realizar un viaje y que solo el costo y el tiempo importan para la elección. Si se escoge el metro, ¿Qué se puede decir de su valor del tiempo (o disposición a pagar por ahorrar una unidad de tiempo)?

Modo	**Tiempo**	**Costo**
Bus	40	600
Metro	30	1000
Auto	20	3000

Respuesta 8:

Si el individuo escoge el metro, su valor subjetivo del tiempo (Vs) debiese estar entre $\frac{(1000-600)}{(40-30)} \leq V_s \leq \frac{(3000-100)}{(30-20)}$ o $40 \leq V_s \leq 200$, ya que está dispuesto a pagar \$400 a más por el metro, ahorrándose 10 unidades de tiempo, pero no está dispuesto a pagar \$2000 por ahorrarse 10 minutos más en auto.

Ejercicio 9 Valor del Tiempo

Considere que existen 3 alternativas para viajar, cada una caracterizada por el tiempo de viaje y el costo de la siguiente tabla:

Modo de Viaje	Tiempo	Costo
A	10	30
B	15	15
C	30	10

Determine las cotas del valor subjetivo del tiempo de viaje en función de si se elige el modo A, B o C.

Respuesta 9:

De forma similar al ejercicio anterior, si elige A, VST≥ 3, si elige B, $\frac{1}{3} \leq \text{VST} \leq 3$ y si elige C $\text{VST} \leq \frac{1}{3}$.

Ejercicio 10 Variables de decisión y Variables que Componen la Utilidad

En un problema de elección discreta de modo de transporte, comente sobre los siguientes escenarios. Considere que X es el consumo de bienes continuos, I el ingreso fijo y w la tasa salarial y que solo el tiempo y costo de viaje afectan la elección modal.

I. El tiempo de trabajo y el tiempo de ocio son variables de decisión y constituyen argumentos de la función de utilidad. ¿Cómo interpretar este escenario? Escriba el problema de maximización correspondiente incluyendo las restricciones
II. ¿Puede el tiempo de viaje ser una variable de decisión? ¿Y el costo de viaje?
III. Considere que un tiempo de trabajo mínimo $\overline{t_w}$ fijo y la posibilidad de realizar horas extras t_e a la tasa salarial w. Escriba el problema de maximización correspondiente incluyendo las restricciones.
IV. Continuando con III, considere que se deba realizar una tarea obligatoria de tiempo mínimo Td. Escriba el problema de maximización correspondiente incluyendo las restricciones

Respuesta 10:

I. Si el tiempo de trabajo es una variable de decisión, el individuo puede elegir cuantas horas trabajar. Si este es parte de la función de utilidad, el tiempo de trabajo puede aumentar o reducir su utilidad.

$$Max_{(X,tw,to,i)}\ U(X, t_w, t_{vi}, t_o)$$
$$sa.\ X\ px = I + t_w w - c_i$$
$$sa.\ 24 = t_{vi} + t_w + t_o$$

II. No, el tiempo de viaje y el costo son características del modo de transporte, que no decide el individuo. El individuo elige el modo, pero no puede influir directamente en su tiempo de viaje ni en su costo.

III.
$$Max_{(X,te,to,i)}\ U(X, \overline{t_w}, t_e, t_{vi}, t_o)$$
$$sa.\ X\ px = I + w t_e - c_i$$
$$sa.\ 24 = t_{vi} + \overline{t_w} + t_e + t_o$$

IV.
$$Max_{(X,te,to,td,i)}\ U(X, \overline{t_w}, t_e, t_{vi}, t_o, t_d\ )$$
$$sa.\ X\ px = I + 5 w t_e - c_i$$
$$sa.\ 24 = t_{vi} + \overline{t_w} + t_e + t_o + t_d$$
$$sa.\ t_d \geq \overline{T_d}$$

Ejercicio 11 Modelo de Train y McFadden

En el Modelo propuesto por Train & McFadden, solo el consumo de bienes (X) y el tiempo de ocio (to) son parte de la función de utilidad. El individuo elige el modo de viaje y el tiempo de trabajo de forma a maximizar la utilidad, de acuerdo con sus restricciones de tiempo y presupuesto. Tanto viajar como trabajar no generan ningún tipo de utilidad o desutilidad. Considere *w* como la tasa salarial recibida por unidad de tiempo trabajado.

I. Escriba el problema de maximización.
II. Determine el valor subjetivo del tiempo de ocio – La disposición a pagar por aumentar en una unidad el tiempo disponible para ocio
III. Determine el valor subjetivo del tiempo de viaje – La disposición a pagar por reducirse en una unidad el tiempo de viaje del modo
IV. De acuerdo con el resultado anterior, considere una persona que trabaja las horas semanales máximas permitidas (sin horas extras) y que recibe un sueldo mínimo chileno. ¿Cuánto debería ser su disposición de pagar por ahorrar una hora de viaje? ¿Qué opinas sobre ese valor?
V. ¿Qué supuestos de este modelo son considerados no realistas?

Respuesta 11:

I. $\text{Max}_{X,tw,to,i}\ U(X,to), i \in (1,2,\dots M)$
$s.a\ pX = I + t_w w - c_i$
$T = t_w + t_o + t_i$

II. Reemplazando las dos restricciones (X y T_o) en la función de utilidad directa, obtenga la condición de primer orden con respecto al tiempo de trabajo para así obtener el valor del tiempo de ocio. (Considere p = 1.)

Debe llegar al siguiente resultado:

$$\frac{\partial U}{\partial X_i} w = \frac{\partial U}{\partial T_{oi}} \Leftrightarrow \frac{\partial U}{\partial T_{oi}} \Big/ \frac{\partial U}{\partial I} = w; \quad \frac{\partial U}{\partial X_i} = \frac{\partial U}{\partial I}$$

Esta igualdad se obtiene al reemplazar X por el lado derecho de la ecuación de la primera restricción.

El valor del tiempo de ocio es igual a la tasa salarial. ¿Por qué? Dado que la utilidad no depende del tiempo de trabajo, el costo de oportunidad de una hora más de ocio es una hora menos de trabajo y, por lo tanto, una hora menos de ingreso monetario.

III. Obtenga la tasa marginal de sustitución entre ingreso y tiempo de viaje: aplicando la técnica del diferencial total e igualando a cero, debe llegar al siguiente resultado:

$$\frac{dI}{dtv_i} = w$$

El valor subjetivo del ahorro de tiempo de viaje es igual a w: el tiempo de viaje ahorrado se dedica a ocio o a trabajar, cuyos beneficios son iguales. Este particular resultado se obtiene debido a que la función de utilidad no incorpora como argumentos el tiempo de viaje ni el tiempo dedicado al trabajo.

IV. Considerando un mes de 4 semanas bajo la legislación de un máximo de 40 horas semanales (o 160 horas mensuales) de trabajo, y un sueldo mínimo de $529.000, según el modelo de Train y McFadden, la disposición a pagar por ahorrarse una hora de tiempo de viaje debería ser de $\frac{\$529.000}{160} = 3306 \frac{pesos}{hora}$. El valor podría ser considerado alto para una persona que recibe el sueldo mínimo.

V. Que trabajar y viajar sean actividades neutras en cuanto a utilidad. También es discutible que la persona puede elegir cuantas horas trabajar.

Ejercicio 12 Modelo de Tasa de Gasto

El modelo de tasa de gastos supone que el trabajador tiene un horario fijo de trabajo y un ingreso fijo, denominado I. El tiempo total se reparte entre ocio, trabajo y viaje.

I. Escriba el problema de maximización y encuentre una expresión para el valor del tiempo.
II. Suponga que la función de utilidad condicional tiene la forma de Cobb-Douglas, encuentre una expresión para el valor del tiempo y compare con el resultado del problema de Train & McFadden.

$$Vi = \mathrm{K}(\mathrm{I} + \omega\, t_\omega - C_i)^{1-\beta}\,(\mathrm{T} - t_\omega - t_{vi})^{\beta}$$

Respuesta 12:

I. $\mathrm{Max}_{X,to,i}\, U(X, to), i \in (1,2,\dots M)$
$s.a\ pX = I - c_i$
$T = t_w + t_o + t_i$

II. En este problema el consumidor solo elige el modo de transporte que le entrega la mayor utilidad; no puede optimizar el número de horas a trabajar t_w. Para calcular el valor subjetivo de los ahorros de tiempo, simplemente calculamos la tasa marginal de sustitución entre ingreso y viaje para un modo i cualquiera aplicando la técnica del diferencial total:

$$\frac{dI}{dtv_i} = \frac{-\partial U/\partial tv_i}{\partial U/\partial I} = \frac{-\partial U/\partial t_o}{\partial U/\partial I}$$

En este caso, el beneficio de ahorrar tiempo de viaje corresponde a la mayor disponibilidad de tiempo de ocio, cuyo beneficio puede ser mayor, igual o menor al salario horario.

Si la persona trabaja menos horas que las que desearía (en el margen valora más trabajar una hora más que disponer de una hora de ocio adicional), el valor subjetivo sería menor al valor de la tasa salarial; si trabaja exactamente la cantidad de horas deseadas, sería igual; si trabaja más horas de las deseadas (en el margen valora menos trabajar una hora más que disponer de una hora de ocio adicional), sería mayor.

III. En ese caso, aplicando el concepto de diferencial total, el valor de ahorrar tiempo de viaje está dado por una proporción de la tasa de gasto, donde tasa de gasto es igual a

X / To; es decir, el gasto en consumo de bienes y servicios por unidad de tiempo libre.

$$\frac{dI}{dtv_i} = \frac{-\partial Vi/\partial tv_i}{\partial Vi/\partial I} = \frac{\beta}{(1-\beta)}\frac{X}{To}$$

Ejercicio 13 Comparación Modelos de Demanda

Considere dos personas que trabajan y reciben el mismo pago por hora (tasa salarial igual). A pesar de esto, una estimación revela que sus valores subjetivos del tiempo de viaje son distintos. Explique por qué ello podría ocurrir, considerando los modelos de Train y McFadden, de tasa de gasto y el modelo visto en clase en las transparencias 23 y 24, uno a la vez. (En otras palabras, Ud. debe brindar tres explicaciones, una en función de cada modelo.)

Respuesta 13:

Según el modelo de Train y McFadden, si tienen mista tasa salarial, deberían tener mismo valor subjetivo del tiempo. (Con este modelo no se puede explicar el resultado empírico). Según el modelo de tasa de gasto, sí es posible que los valores del tiempo sean diferentes. Por ejemplo, uno de ellos trabaja una jornada más extensa, por lo que dispone de menos ocio y en el margen este menor ocio posee un mayor valor, afectado el valor del tiempo de viaje. Según el modelo de Actividades, los individuos pueden percibir diferentes desutilidades al viajar y/o al trabajar lo que lleva a diferentes valores del tiempo de viaje.

Ejercicio 14 Modelo de Asignación de Tiempo

Considere este modelo en el que el tiempo asignado al trabajo, el tiempo de espera y el tiempo de viaje son argumentos de la función de utilidad. El problema del consumidor es:

$$Max_{X,To,Tw,i}\ U(X;T_o;T_w;T_{vi};T_{ei}), \qquad i \in I$$
$$s.a, \qquad X + C_i = wT_w + If$$
$$s.a, \qquad T_o + T_w + T_{vi} + T_{ei} = Tt$$

X es el consumo de bienes (con precio normalizado a 1), To es el tiempo de ocio, Tw el tiempo asignado al trabajo, tvi el tiempo de viaje de la alternativa i, tei, el tiempo de espera de la alternativa i; ci el costo monetario de la alternativa i, w la tasa salarial, If es el ingreso fijo que no depende de las horas trabajadas y Tt el tiempo total disponible.

I. Escriba la condición de primer orden en relación a la cantidad de trabajo óptima condicional en la elección del modo i. Interprete.
II. Encuentre una expresión para la tasa marginal de sustitución entre ocio y consumo. Interprete.
III. Obtenga una expresión para el valor subjetivo del tiempo de viaje.
IV. Obtenga una expresión para el valor subjetivo del tiempo de espera.
V. Interprete las últimas dos expresiones, señalando también la diferencia entre ellas.

Respuesta 14:

I. Luego de escribir el Lagrangeano del problema de maximización, la condición de primer orden en relación al tiempo de trabajo será dada por:

$\frac{\partial U}{\partial t_w} + \lambda w - \mu = 0$ y según la condición de primer orden del tiempo de ocio, $\mu = \partial U/\partial t_o$. Luego, el individuo elige trabajar hasta que la utilidad (o desutilidad) que le provoque trabajar en términos monetarios sumado a su tasa salarial, se iguale a la utilidad que le provoca una unidad adicional de tiempo de ocio, en términos monetarios.

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial t_w}}{\lambda} + w = \frac{\frac{\partial U}{\partial t_o}}{\lambda}$$

II. Expresión e interpretación en el ítem anterior.

III. Aplicando el concepto de diferencial total al Lagrangeano, tenemos que la disposición a pagar por ahorrarse una unidad de tiempo de viaje es:

$$\frac{\partial L}{\partial t_{vi}} dt_{vi} + \frac{\partial L}{\partial I} dI = 0 \Leftrightarrow \frac{dI}{dt_{vi}} = \frac{\mu}{\lambda} - \frac{\partial U/\partial t_{vi}}{\lambda}$$

IV. Según el mismo proceso del ítem anterior,

$$\frac{\partial L}{\partial t_{ei}} dt_{ei} + \frac{\partial L}{\partial I} dI = 0 \Leftrightarrow \frac{dI}{dt_{ei}} = \frac{\mu}{\lambda} - \frac{\partial U/\partial t_{ei}}{\lambda}$$

V. Si bien las expresiones son parecidas, el resultado puede ser diferente, dependiendo de la magnitud de la desutilidad que le provoca viajar y esperar. Empíricamente, esperar suele provocar mayor desutilidad, por lo que la disposición a pagar por ahorrarse una unidad de tiempo de espera debiese ser superior a aquella por ahorrarse un unidad de tiempo de viaje.

Ejercicio 15 Modelo de Actividades De Serpa

Considere la siguiente función de utilidad:

$$\begin{aligned} Max_{X,Ttr,To1,To2,Td} & U(X, T_{tr}, T_v + T_e, T_{o1}, T_{o2}, T_d) \\ s.a. & pX = T_{tr}s + T - c_v \\ & 24 = T_{tr} + T_v + T_e + T_{o1} + T_{o2} + T_d \\ & T_d \geq \overline{T_d} \end{aligned}$$

Donde, X representa el consumo de bienes generalizados (variable de decisión); p son los precios unitarios; I el Ingreso fijo, s el ingreso por horas de trabajo, T_{tr} el tiempo de trabajo (variable de decisión), T_v el tiempo de viaje fijo y T_{te} el tiempo de espera, también fijo. c_v es el costo de viajar.

Sobre los tiempos de actividades, T_{o1} y T_{o2} son actividades de ocio para las cuales se supone que no se necesita viajar para realizarlas. Las actividades son distintas, donde una puede ser pasar tiempo con la familia y la otra practicar algún deporte, por ejemplo. T_d es el tiempo dedicado a actividades domésticas, suponga que las labores domésticas generan desutilidad y que no pueden ser evitadas. El tiempo mínimo que el individuo debe dedicar a actividades domésticas es de $\overline{T_d}$.

I. Plantee el Lagrangeano que da lugar al problema de maximización de la utilidad del consumidor.
II. Obtenga las condiciones de primer orden para cada variable de decisión
III. Interprete las condiciones de primer orden en relación a X, Ttr, To1 y To2

IV. A partir de la respectiva condición de primer orden, obtenga la ecuación que determina la disposición al pago del consumidor por tecnologías que permitan reducir el tiempo de dedicación a labores domésticas y explíquela

V. Entregue las ecuaciones que determinan la disposición al pago por ahorrar tiempo de viaje y ahorrar tiempo de espera. Explique si ambos valores difieren o son iguales

VI. Explique cómo debería modificarse la condición de primer orden con respecto a las actividades domésticas para que esta sea considerada una tercera actividad de ocio

Respuesta 15:

I. $L = U(X, T_{tr}, T_v + T_e, T_{o1}, T_{o2}, T_d) + \lambda(T_{tr}s + T - c_v - pX) + \mu(24 - T_{tr} - T_{tv} - T_e - T_{o1} - T_{o2} - T_d) + \gamma(T_d - \overline{T_d})$

Considerando que las actividades domésticas provocan desutilidad y que el individuo elegirá dedicar el tiempo mínimo a esta actividad. Luego, la restricción estará activa, y entonces $\gamma \neq 0$ y $T_d - \overline{T_d} = 0$.

II. [X] - $\frac{\partial U}{\partial X} - \lambda p = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{\partial U}{\partial X}$ para precios unitarios

$[T_{tr}]$ - $\frac{\partial U}{\partial Ttr} + \lambda s - \mu = 0$

$[T_{to1}]$ - $\frac{\partial U}{\partial To1} - \mu = 0$

$[T_{to2}]$ - $\frac{\partial U}{\partial To2} - \mu = 0$

$[T_{td}]$ - $\frac{\partial U}{\partial Td} - \mu + \gamma = 0$

III. [X] – Determina la utilidad marginal del ingreso

$[T_{to1}]$ y $[T_{to2}]$ – Ambas condiciones son iguales, lo que implica que las actividades de ocio provocan igual utilidad marginal, μ. μ es, por lo tanto, la utilidad marginal del tiempo de ocio.

$[T_{tr}]$ – Sustituyendo μ, y dividiendo por λ para expresar en términos monetarios, la condición de primer orden se escribe como: $\frac{\frac{\partial U}{\partial Ttr}}{\lambda} + s = \frac{\frac{\partial U}{\partial To}}{\lambda}$. La persona elige trabajar hasta que la utilidad (o desutilidad) que le provoca trabajar una unidad de

tiempo más, en términos monetarios, sumado a la tasa salarial sea igual a la utilidad que le provoca una unidad adicional de tiempo de ocio, en términos monetarios.

$[T_{td}]$ - γ es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de tiempo de actividades domésticas y representa cuanto varia aumenta la función objetivo si la restricción fuera relajada en una unidad de tiempo, o sea, si se exigiera menos tiempo mínima de tarea doméstica. El multiplicador, en términos monetarios, representa la disposición a pagar por nuevas tecnologías o por la contratación de servicios para tareas domésticas.

IV. A partir de $[T_{td}]$, $\frac{\gamma}{\lambda} = \frac{\mu}{\lambda} - \frac{\frac{\partial U}{\partial Td}}{\lambda}$. La disposición de pagar por tecnologías que reduzcan el tiempo mínimo a dedicarse en tareas domésticas está dada por la utilidad marginal del mayor tiempo de ocio que estas tecnologías generan menos la desutilidad marginal que provoca a la persona realizar actividades domésticas, todos estos valores expresados en términos monetarios. Dicho de manera más informal, la persona estará dispuesta a pagar de acuerdo con cuanto le vale el mayor tiempo de ocio de que podrá disfrutar, más cuanto le vale no tener que realizar las actividades domésticas.

V. Aplicando el concepto de diferencial total, $\frac{\partial L}{\partial t_{vi}} dt_v + \frac{\partial L}{\partial I} dI = 0 \Leftrightarrow \frac{dI}{dt_v} = \frac{\mu}{\lambda} - \frac{\partial U/\partial t_{vi}}{\lambda}$ y sustituyendo con la expresión de $[T_{tr}]$, $\frac{dI}{dt_v} = \frac{\frac{\partial U}{\partial Ttr}}{\lambda} + s - \frac{\partial U/\partial t_{vi}}{\lambda}$. La disposición a pagar dependerá del valor del tiempo de ocio (que, cuando se puede elegir la cantidad de horas a trabajar, será igual a la tasa salarial más el valor de una unidad de tiempo más de trabajo) más la utilidad por ahorrarse el tiempo de viaje, en términos monetarios. De forma similar, para el tiempo de espera, $\frac{dI}{dt_e} = \frac{\frac{\partial U}{\partial Ttr}}{\lambda} + s - \frac{\partial U/\partial t_{ve}}{\lambda}$. Si bien las expresiones son similares, su magnitud dependerá de la utilidad marginal de viajar y de esperar. Empíricamente, esperar provoca mayor desutilidad por lo que la disposición a pagar por ahorrar una unidad de tiempo de espera debiese ser mayor.

VI. Si la actividad doméstica es una actividad de ocio, la restricción no está activa y $\gamma = 0$. También se puede llegar a esta conclusión a partir de [Td] considerando que si Td es un tiempo de ocio, su utilidad marginal debe ser igual a μ.

Ejercicio 16 Modelo de Actividades De Serpa

Dos individuos tienen los mismos gustos y el mismo ingreso, pero uno es jubilado y el otro es un trabajador ¿Cuál de ellos esperaría usted que tenga mayor valor subjetivo del tiempo en base al modelo de actividades de De Serpa?

Respuesta 16:

Según el modelo, la disposición a pagar por ahorrarse un tiempo de viaje depende del valor del tiempo de ocio y de la desutilidad que provoca viajar. Si ambas personas perciben misma desutilidad al viajar, su valor del tiempo dependerá del valor del tiempo de ocio. Para el individuo que trabaja y elige cuántas horas trabajar, su valor del tiempo de ocio debiese ser mayor, ya que puede dedicar el tiempo a aumentar sus ingresos. Por lo tanto, el trabajador debiese tener mayor valor subjetivo del tiempo.

Ejercicio 17 Modelos de Actividades De Serpa

Suponga una persona que después de trabajar y otras actividades necesarias para la subsistencia dispone de un presupuesto horario de 5 horas (300 minutos). Esta persona debe distribuir su tiempo entre una actividad de ocio y labores domésticas. La primera entrega utilidad positiva y la segunda, utilidad negativa. Las labores domésticas a realizar insumen al menos unas dos horas (120 minutos). Por otro lado, está la opción de contratar a una empresa que brinda servicios para este tipo de labores a un costo de $70 el minuto.

Suponga que la función de utilidad (en el tiempo de ocio To y tiempo dedicado a labores domésticas Td) expresada en unidades monetaria es $U = 1500\sqrt{To} - 20T_d$. A partir de la condición de primer orden para Td obtenida en el ejercicio anterior deduzca cuántos minutos de labores domésticas contratará esta persona y cuántos minutos realizará de actividades de ocio y de labores doméstica. (Pequeña ayuda: la función de utilidad está expresada en unidades monetarias, por lo tanto, λ es igual a 1.)

Respuesta 17:

Se tiene un mínimo de 180 minutos de ocio. Pagando 70 pesos el minuto, se consigue incrementar el tiempo de ocio en t_0 unidades. La función de utilidad esta expresada en unidades monetarias, por lo tanto, al incorporar el costo monetario por tercerizar labores domésticas, la utilidad es 1500 * raíz (180 + t_0) – 20 * (120 - t_0) - t_0 * 70. A continuación se maximiza esta expresión.

Para ello, derive con respecto a t_0, iguale a cero [$1/2 * 1500 * 1/(180+to)^{-1/2}$) + 20 – 70 = 0] y despeje (to = 45). La persona contrata 45 minutos de trabajo, realiza (120 - 45) = 75 minutos de

labores domésticas y dispone de (180 + 45) 225 minutos de ocio. La utilidad marginal del ocio es \$50 el minuto [$= 1/2 * 1500 * 1/(180+45)^{-1/2}$].

Ejercicio 18 Modelo de Asignación de Tiempo a Actividades

Considere un modelo de asignación de actividades donde existe una actividad obligatoria, la actividad doméstica. Explique cuál es el criterio para determinar que una actividad es de ocio y otra actividad es necesaria o derivada, en un modelo de asignación de tiempo a actividades. Explique también cómo es posible saber la desutilidad que genera una actividad necesaria o derivada. A partir de la condición de primer orden de una actividad derivada o necesaria, explique bajo qué condiciones una persona estará dispuesta a pagar a una tercera persona para que esta última realice por ella tal actividad.

Respuesta 18:

Considerando el modelo del ejercicio 15, una actividad es de ocio si se le dedica más tiempo que el tiempo mínimo necesario para realizarla. Por el contrario, una actividad es necesaria cuando se le dedica el mínimo tiempo posible. Para conocer la desutilidad que provoca una actividad se debe calcular la disposición a pagar por ahorrarse una unidad de tiempo de la actividad y restarle a esta el valor del ocio. A partir de esta última relación, se estará dispuesto a contratar a una tercera persona para que realice una actividad necesaria si su costo horario es inferior a la suma de menos la desutilidad marginal de la actividad (expresada en dinero) más el valor marginal del ocio. En otras palabras, si el costo de contratar una hora de trabajo de una actividad necesaria es inferior al multiplicador de Lagrange asociado a la restricción del tiempo mínimo de tal actividad (dividido por la utilidad marginal del ingreso), entonces se contratará esa hora de trabajo.

Ejercicio 19 Modelo de Asignación de Tiempo a Actividades

Julieta dedica tres horas a ocio diariamente, escucha música una hora y ejercita físicamente durante dos horas. A partir de esta observación, se concluye que el último minuto de tiempo dedicado al deporte vale el doble que el último minuto del tiempo dedicado a escuchar música para Julieta. Explique si la conclusión es válida o no en función de la teoría del consumidor aplicada a la asignación de tiempo a actividades. ii) Considere una persona que debe decidir cuántas horas extras semanales trabajar. Le pagan un salario horario igual a \$10.000. La desutilidad de trabajar cada hora extra es [5.000 – 2.500 * horas de trabajo extra]. Por otro lado, su utilidad marginal del ocio es \$5.000 y se mantiene constante para todas las horas de ocio adicionales. Explique y determine cuántas horas extras trabajará esta persona. (La respuesta se debe dar como número entero)

Respuesta 19:

i) Según la teoría, lo que debe igualarse es la utilidad marginal del tiempo dedicado a todas aquellas actividades de ocio que el individuo realiza. En este caso, para Julieta, la utilidad marginal de un minuto más de escuchar música ha de ser igual a la utilidad marginal de un minuto más de ejercitación física. Por lo tanto, la conclusión es errónea.

ii) En base a los datos del problema, se tiene esta tabla:

Horas extras	Valor de la desutilidad de horas extras de trabajo (a)	Salario (b)	Suma (a+b)	Valor del ocio al que se renuncia
0	5000	10.000	15.000	5.000
1	2500	10.000	12.500	5.000
2	0	10.000	10.000	5.000
3	-2500	10.000	7.500	5.000
4	***-5000***	***10.000***	***5.000***	***5.000***
5	-7500	10.000	2.500	5.000

Se trabajará hasta la hora extra cuya suma del valor la desutilidad marginal por trabajar una hora adicional y del salario horario se iguale al valor del ocio renunciado. Así, se trabajará cuatro horas extras. Para la quinta hora de trabajo, la suma de a más b no compensan el valor del ocio perdido.