Problema 1

En un aeropuerto, los pasajeros llegan al punto de atención de una aerolínea para realizar su *check in* y luego pasan por la revisión de seguridad antes de llegar a su puerta de embarque. La tasa de llegada de personas al punto de atención de la aerolínea es de $180\ \frac{pax}{h}$ desde $t = 0$ hasta $t = 30\,\text{min}$ y $10\ \frac{pax}{h}$ el resto del día. La capacidad del punto de atención de la aerolínea y del control de seguridad son $70\ \frac{pax}{h}$ y $35\ \frac{pax}{h}$ respectivamente.

a) Calcule la demora total en: el punto de atención de la aerolínea y en todo el sistema.

b) Calcule la demora total del sistema si se incrementa la capacidad del punto de atención de la aerolínea a $180\ \frac{pax}{h}$.

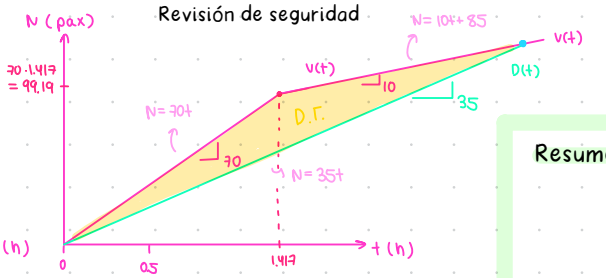
c) Calcule la demoral total del sistema si se incrementa la capacidad del control de seguridad a $70\ \frac{pax}{h}$.

a)

Punto de atención



Revisión de seguridad



Demora en punto de atención: obtenemos D.T. en el primer gráfico.
Demora en todo el sistema: obtenemos D.T. de ambos gráficos y sumamos.

Punto de atención:

Intersección:

$70t = 10t + 85$

$t = 1.417\,h$

↳ instante en que se disipa la cola.

$$D.T. = \int_0^{0.5} 180t - 70t\,dt + \int_{0.5}^{1.417} 10t + 85 - 70t\,dt$$

$= 13.75 + 25.2$

$= 38.96\ pax\text{-}h$

Revisión de seguridad:

Intersección:

$10t + 85 = 35t$

$t = 3.4\,h$

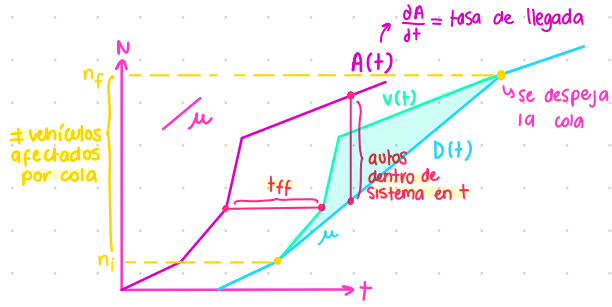
$$D.T. = \int_0^{1.417} 70t - 35t\,dt + \int_{1.417}^{3.4} 10t + 85 - 35t\,dt$$

$= 84.29\ pax\text{-}h$

D.T. en todo el sistema:

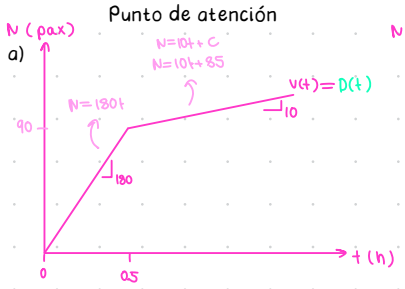
$38.96 + 84.29 = 123.25\ pax\text{-}h$

Resumen diagrama N-t:

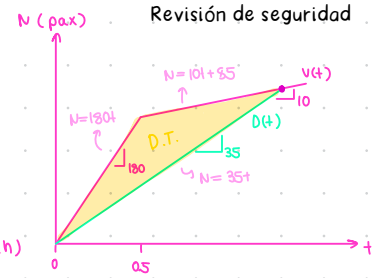


b)

Punto de atención



Revisión de seguridad



Intersección:

$10t + 85 = 35t$

$t = 3.4\,h$

$$D.T. = \int_0^{0.5} 180t - 35t\,dt + \int_{0.5}^{3.4} 10t + 85 - 35t\,dt$$

$= 18.125 + 105.125$

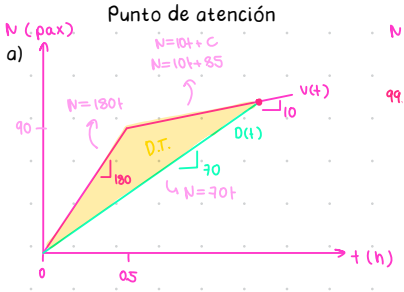
$= 123.25\ pax\text{-}h$

No habrá demora en el punto de atención.

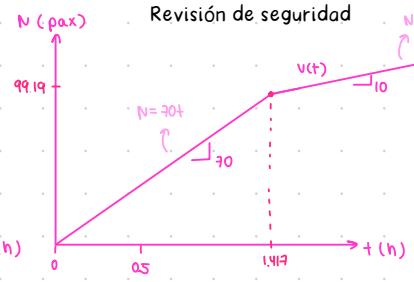
No hay cambio en la D.T. de todo el sistema si se incrementa la capacidad en el punto de atención pero se mantiene igual en la revisión de seguridad.

c)

Punto de atención



Revisión de seguridad



La D.T. de todo el sistema será simplemente la del punto de atención ya que no habrá cola en la revisión de seguridad.

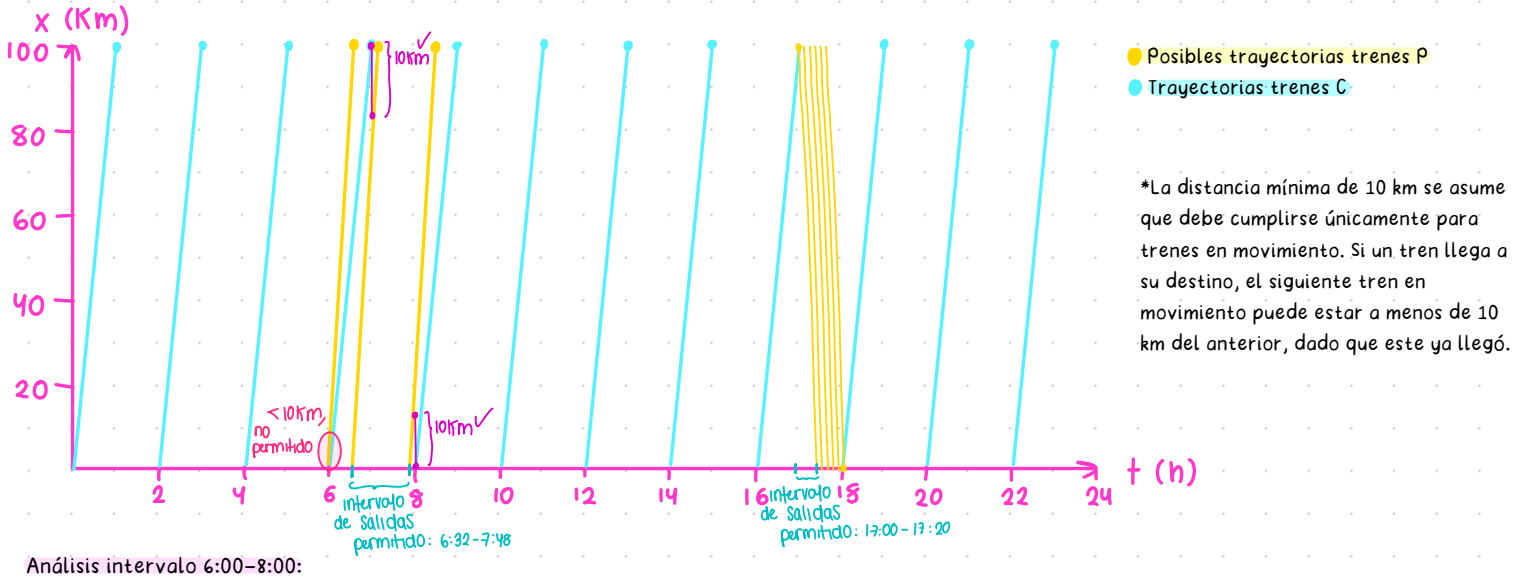
D.T. = $38.96\ pax\text{-}h$

Problema 2

Una línea férrea de 100 km conecta las ciudades A y B. Tradicionalmente esta línea es utilizada solo por trenes de carga que se desplazan de A hacia B, estos trenes tienen una velocidad de 100 km/h y parten cada 2 horas desde las 00:00:00 durante las 24 horas del día. Debido al aumento de los viajes laborales entre las ciudades, se busca agregar un servicio de transporte de pasajeros en la mañana desde A hacia B y en la tarde desde B hacia A.

Los trenes de este nuevo servicio de pasajeros solo pueden salir desde las 6:00:00 hasta las 8:00:00 de la ciudad A y desde las 17:00:00 hasta las 19:00:00 de la ciudad B. Los trenes del nuevo servicio de pasajeros alcanzarán una velocidad de 150 km/h. Por motivos de seguridad, dos trenes consecutivos, independientemente de su tipo, no pueden estar a menos de 10 km de distancia. Despreciando la longitud física de los trenes, y utilizando el diagrama x–t, responda: ¿Cuál es la cantidad máxima de trenes de pasajeros que se pueden utilizar?

Considere que todos los trenes de pasajeros que salen desde la ciudad A en la mañana deben regresar por la tarde, mientras que los trenes de carga son parte de una ruta más grande por lo que siempre habrá trenes de carga disponibles en la ciudad A para cumplir con la frecuencia antes mencionada.



*La distancia mínima de 10 km se asume que debe cumplirse únicamente para trenes en movimiento. Si un tren llega a su destino, el siguiente tren en movimiento puede estar a menos de 10 km del anterior, dado que este ya llegó.

Análisis intervalo 6:00–8:00:

Los trenes de pasajeros (P) van a mayor velocidad que los trenes de carga (C), es decir, tienen mayor pendiente, por lo que un tren P que parte entre 6:00 y 8:00 se irá acercando al tren C de las 6:00 y alejando del tren C de las 8:00. Evidentemente, ningún tren P puede salir a las 6:00 junto al tren C ya que no se respetaría la distancia de seguridad al inicio.

Par calcular el intervalo permitido (que respete distancia de seguridad) de salida de los trenes P, hay que ver cuando se cumplen los 10 km de distancia con el tren C de las 6:00 al final de su recorrido, y cuando se cumplen los 10 km de distancia con el tren C de las 8:00 al inicio de su recorrido.

100 km/h → recorre 100 km en 1 hr

El tren C de las 6:00 llega a B a las 7:00. Por lo tanto, para cumplir la distancia mínima requerida y simultáneamente permitir la máxima cantidad de trenes P, el primer tren P debe estar en ese preciso instante a 10 km de distancia. Para ello, calculamos la velocidad relativa entre ambos trenes:

$v_{relativa} = 150 - 100 = 50$ km/h

50 km → 1 h

10 km → 1/5 h = 12 min

El primer tren P debe llegar a B 12 minutos después que el tren C de las 6:00 llega –> 7:12. Al ir a 150 km/h, el tren P demora 40 min en completar el recorrido y por ende debe salir de A a las 6:32.

Luego, el último tren P puede salir desde a a más tardar a las 8:00 – 12 minutos = 7:48, pues en ese instante se cumple la distancia mínima con el tren C de las 8:00. Por último, para saber cada cuánto se cumple la distancia mínima entre trenes P, simplemente calculamos el tiempo que demoran en recorrer 10 km (al ir a la misma velocidad entre ellos, no se toparán en el camino y solo hay que fijarse en qué se cumpla la distancia al inicio):

150 km → 1h

10 km → 1/15 h = 4 min

Entonces, los trenes de ida pueden salir cada 4 minutos entre las 6:32 y las 7:48 y siempre respetar la distancia mínima.

Análisis intervalo 17:00–19:00:

Todos los trenes P en sentido B–A deben estar de regreso a las 18:00 pues sino se cruzarían de frente con el tren C de las 18:00, violando la distancia mínima. Es decir, el último tren P de regreso debe llegar a las 18:00 y al demorar 40 min en su viaje, debe salir a las 17:20.

Ahora, el horario de inicio del regreso de los trenes P es a las 17:00, por lo que su intervalo de salida será únicamente de 17:00–17:20. Estos deben salir cada 4 minutos para respetar la distancia de seguridad entre ellos, por lo que caben como máximo 6 trenes con horas de salida: 17:00, 17:04, 17:08, 17:12, 17:16, 17:20.

Luego, la restricción la impone la vuelta pues si bien caben más de 6 trenes P en el horario de mañana, dado que todos los que van deben volver, solo pueden funcionar 6, que es el número máximo permitido en el horario de tarde.

Recordatorio para Problemas 3 y 4:

Observador temporal: una persona parada en un punto fijo viendo a los vehículos que pasan frente a él. (1 punto espacial, mucho tiempo).

Observador espacial: una imagen aérea tomada en un instante de tiempo que muestra los vehículos que simultáneamente están en el tramo de interés. (1 instante de tiempo, todo el tramo).

Problema 3

En una pista atlética de 400 metros de perímetro hay tres corredores entrenando. El primero demora 1 minuto 50 segundos en dar una vuelta, el segundo 2 minutos 30 segundos, y el tercero demora 2 minutos.

a) Determine el flujo que se observa en el punto de inicio de la pista.

b) Determine la densidad en la pista.

c) Determine la velocidad media temporal y espacial en la pista. ¿Cuál espera que sea mayor?

a) flujo es aditivo: calculamos flujos individuales y luego sumamos: (×3600)

1) 1 corr / 110s = 32.73 corr/h
2) 1 corr / 150s = 24 corr/h
3) 1 corr / 120s = 30 corr/h

} + = 86.73 corr/h //

b) También es aditivo pero al siempre haber 3 corredores en la pista dando vueltas, los valores individuales serán iguales. Calculamos directamente la densidad total.

3 → 0.4
x → 1

$\frac{3}{0.4} = 7.5$ corr/km

3 corredores en 400 m –> 7.5 corr/km

c) $VMS = \frac{\sum_i k_i v_i}{\sum_i k_i}$ $VMT = \frac{\sum_i q_i v_i}{\sum_i q_i}$ → observador: verá + veces a los rápidos

↓ foto: favorece + lentos

Se espera que VMT > VMS ya que VMT pondera por flujos y por ende los corredores más rápidos pesan más.

Obtener velocidades individuales:

$v_1 = \frac{0.4\,km \cdot 3600s}{110\,s} = 13.09$ km/h

$v_2 = \frac{0.4\,km \cdot 3600s}{150s} = 9.6$ km/h

$v_3 = \frac{0.4\,km \cdot 3600s}{120s} = 12$ km/h

→ ponderar por densidad: $VMS = \frac{2.5 \cdot 13.09 + 2.5 \cdot 9.6 + 2.5 \cdot 12}{7.5} = 11.56$ km/h

→ ponderar por flujo: $VMT = \frac{32.73 \cdot 13.09 + 24 \cdot 9.6 + 30 \cdot 12}{86.73} = 11.75$ km/h

Problema 4

En cada pista i de una vía de dos pistas circulan vehículos a velocidad v_i con un espaciamiento promedio de s_i $(i = 1, 2)$.

a) En función de estas variables, determine una expresión para el espaciamiento promedio y para la velocidad media espacial considerando ambas pistas.

b) Sea p_i^t y p_i^s la proporción de vehículos de la pista i vistos por un observador temporal y espacial, respectivamente. Si $p_2^s > p_2^t$, ¿en qué pista los vehículos circulan a mayor velocidad? Explique.

a) $K = 1/\bar{s}$ $K_i = 1/s_i$

$K = \sum_i K_i$

$K = \sum_i 1/s_i$

$\bar{s} = 1/\sum_i 1/s_i = \frac{1}{1/s_1 + 1/s_2}$ //

$VMS = \frac{\sum k_i v_i}{\sum k_i} = \frac{\frac{1}{s_1} \cdot v_1 + \frac{1}{s_2} \cdot v_2}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}}$ //

b) $p_1^t + p_2^t = 1$

$p_1^s + p_2^s = 1$

Si $p_2^s > p_2^t$, $1 - p_1^s > 1 - p_1^t$ ∴ $p_1^s < p_1^t$

Observador espacial: observa densidad. → $p_i^s = \frac{k_i}{K}$ → $p_2^s > p_2^t \rightarrow \frac{k_2}{k_1+k_2} > \frac{q_2}{q_1+q_2}$

Observador temporal: observa flujo. → $p_i^t = \frac{q_i}{q}$ → $p_1^s < p_1^t \rightarrow \frac{k_1}{k_1+k_2} < \frac{q_1}{q_1+q_2}$

Pista 2: la proporción espacial es mayor que la temporal.
- Significa que hay muchos autos ocupando la pista, pero relativamente pocos pasan por el punto.

Pista 1: la proporción temporal es mayor que la espacial.
- Significa que pasan muchos autos por la pista, pero hay pocos ocupándola al mismo tiempo.

∴ v1 > v2