Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística
ICT2213 – Modelos de Tráfico–2026.1
Profesor Diego Guamán
Ayudante: Valentina Carvajal – valentina.carvajal@uc.cl

Ayudantía 2

1. Responda brevemente:

   a) Es posible determinar si una vía se encuentra congestionada conociendo solo el flujo que transita por ella.

   b) Si un observador temporal ve "pocos"vehículos en un punto de la vía, significa que no existe congestión en ella.

   c) Considere un arco cuyo diagrama fundamental puede modelarse de acuerdo a una relación traingular. Si se la velocidad promedio medida es $v < v_f$, es posible conocer el estado de tráfico del arco.

2. **Control 2 – 2024.01**

   En una vía rige la siguiente relación $q - k$:

   $$q(k) = \begin{cases} 60k & , \ 0 \leq k \leq 40 \\ 68k - \frac{k^2}{5} & , \ 40 < k \leq 340 \end{cases}$$

   a) Haga las gráficas $q - k$, $v - q$ y $v - k$, indicando k_j, q_{max}, k^*, w y v_f.

   b) Determine el estado de tráfico (flujo, densidad y velocidad) que representa el flujo máximo. En base a los valores encontrados, ¿cuántas pistas debiera tener esta vía? Justifique.

   c) Si los vehículos circulan a 40 km/h, determine el estado de tráfico que se observa en la vía.

3. **Guía de ejercicios – Pregunta 7**

   Se tiene una pista circular de 2 kilómetros de largo. Un vehículo ingresa a la pista en t=0, seguido por 15 vehículos que ingresan uniformemente cada 4 segundos. Los 16 conductores recorren la primera vuelta a $60km/h$, y la segunda a $30km/h$. Luego, siguen alternando entre ambas velocidades.

   a) Determine flujo, densidad y la velocidad media espacial, utilizando definiciones generalizadas.

   b) Calcule la velocidad media temporal.

4. **Ejercicio adaptado de:** ***Traffic Flow Theory: An introduction with examples***

   Un grupo de ciclistas se encuentra dando vueltas en una pista cirular. El 20 % de las bicicletas tienen un motor eléctrico de apoyo, que permite desplazarse a 25 km/h, mientras que las bicicletas normales se mueven a 15 km/h. Calcule, utilizando definiciones generalizadas, la velocidad media espacial del grupo.

5. Un dron se encuentra sobrevolando una autopista con el din de recolectar datos para estimar los parámetros de tránsito según el modelo de *Greenshields*. Durante un vuelo, se determina que el flujo de la autopista es de 2400 veh/h con una densidad de 40 veh/km. Luego de analizar estos datos, se realiza un segundo vuelo y se determina que el flujo es de 3000 veh/h, con una densidad de 100 veh/km. Dados estos datos, ajuste un modelo de *Greenshields*, obteniendo sus parámetros y la relación fundamental.

1. Pendiente

2. 1. Control 2 - 2024-01
En una vía rige la siguiente relación $q - k$:

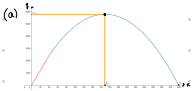
$$q(k) = \begin{cases} 60k, & 0 \le k \le 40 \\ 68k - \frac{k^2}{2}, & 40 < k \le 136 \end{cases}$$

a) Dibuje los gráficos $q - k$ y $v - k$, indicando k_{jam}, q_{max} y v_f. $k_{jam} = 136$

b) Determine el estado de tráfico (flujo, densidad y velocidad) que representa el flujo máximo. En base a los valores encontrados, ¿existen platos (ahorro tener más vía)? Justifique.

c) Si los vehículos circulan a 80 km/h, determine el estado de tráfico que se observa en la vía.

(a)

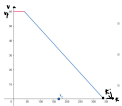


q - k

v - k : como $q = k \cdot v \rightarrow v = \frac{q}{k}$

$\Rightarrow$ Rama 1: $v = \frac{60k}{k} = 60$

Rama 2: $v = \frac{68k - \frac{k^2}{2}}{k} = 68 - \frac{k}{2}$



$$V(k) = \begin{cases} 60, & 0 \le k \le 40 \\ 68 - \frac{k}{2}, & 40 < k \le 136 \end{cases}$$

(b) Encontramos el flujo máximo viendo en qué rama se encuentra:

- Rama 1: $k = 40 \left(\frac{veh}{km}\right) \rightarrow q = 2400 \ (veh/h)$
- Rama 2: $\frac{dq}{dk} = 0 \longleftrightarrow 68 - \frac{2}{2}k = 0$

$$\longleftrightarrow \frac{2}{2}k = 68$$
$$\longleftrightarrow k = 170 \ (veh/km)$$

$\Rightarrow q = 5780 \ (veh/h)$

$\Rightarrow$ El flujo máximo se alcanza en $(q, k) = (5780, 170)$

La velocidad en ese estado de tráfico es:

$$v = \frac{q}{k} = \frac{5780 \ \frac{veh}{h}}{170 \ veh/km} = 34 \ km/h$$

Considerando un flujo máximo a vía de 1800 veh/h, debería ser de 3 pistas.

(c) Para un vehículo circulando a 80 km/h, sus movimientos en la zona congestionada (con gráfico v-k).

$$V(k) = \begin{cases} 60, & 0 \le k \le 40 \\ 68 - \frac{k}{2}, & 40 < k \le 136 \end{cases} \longrightarrow V = 68 - \frac{k}{2}$$

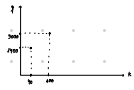
$$\frac{k}{2} = 68 - v$$
$$k = 2(68 - v)$$

$\Rightarrow k(80) = 2(68 - 80) \ veh/km$

$\Rightarrow q = 80 \ \frac{veh}{km} \cdot 80 \ \frac{km}{h}$

$q = 5600 \ veh/h$

3. Un dron se encuentra sobrevolando una autopista con $\frac{2m}{s}$ de resolución datos para estimar los parámetros de tráfico según el modelo de Greenshields. Durante un rato, se determina que el flujo máximo es $q_{max} = 2400 \ veh/h$ y la velocidad libre es $v_f = 80 \ km/h$. Luego, se toma una foto aérea y se realiza un segundo vuelo y se determina que el flujo es de 2000 veh/h, con una densidad de 100 veh/km. Dados estos datos, ajuste un modelo de Greenshields, obteniendo sus parámetros y la relación fundamental.



$q_f = 2400 \ veh/h$
$v_f = 80 \ veh/km$
$q_1 = 2000 \ veh/h$
$k_1 = 100 \ veh/km$

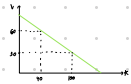
- La relación de Greenshields se veía parabólica.

$q(k) = A \cdot k^2 + B \cdot k$

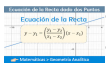
Tenemos dos opciones:

(I.) usar la relación $v - k$, que se ve así:

q	2400	2000
k	40	100
v	60	20



$$V(k) = \frac{v_2 - v_1}{k_2 - k_1} \cdot (k - k_1) + v_1$$



$\rightarrow v(k) = \frac{60 - 20}{40 - 100} \cdot (k - 40) + 60$

$v(k) = -\frac{2}{3}k + 20 + 60$

$v(k) = -\frac{2}{3}k + 80$

$\Rightarrow q(k) = V(k) \cdot k$

$q(k) = \left(-\frac{2}{3}k + 80\right) \cdot k$

$q(k) = -\frac{2}{3}k^2 + 80k$

(II.) Reemplazamos:

$q(40) = A \cdot 40^2 + B \cdot 40 = 2400$

$A \cdot 6400 + B \cdot 400 = 5400$

Llegamos a:

$A = -\frac{2}{3}$

$B = 80$

Mi relación de Greenshields es:

$q(k) = -\frac{2}{3}k^2 + 80k$

Con la relación fundamental obtenemos los parámetros:

k_j, k_1, w, q_{max}

* k_j: maximizamos para f:

$$f(k) = 0 \longleftrightarrow -\frac{1}{2}k^2 + 90k = 0$$

$$\longleftrightarrow -k \cdot \left(-\frac{1}{2}k + 90\right) = 0$$

$$k = 90 \text{ veh/km}$$

* k_c: condición para:

$$f'(k) = 0 \longrightarrow -k + 90 = 0$$

$$\longleftrightarrow k_c = 90 \text{ veh/km}$$

* f_{max}: problema:

$$f(90) = -\frac{1}{2} \cdot 90^2 + 90^2$$

$$= 3240 \text{ veh/h}$$

4. Ejercicio adaptado de: *Traffic Flow Theory. An introduction with examples*

Un grupo de ciclistas se encuentra dando vueltas en una pista circular. El 20% de los hombres tiene un motor eléctrico de apoyo, que permite desplazarse a 35 km/h, mientras que los hombres normales se mueven a 15 km/h. Calcule, utilizando definiciones generalizadas, la velocidad media especial del grupo.

$$V[h]: \frac{\text{veh} \cdot \text{km}}{\text{veh} \cdot \text{h}} = \frac{d(A)}{t(A)}$$

cuando en un ciclistas

tiempo T

* $d(A)$: d con motor total + $d_{normal\ total}$

$$= 0.2 \cdot m \cdot d_{\text{con motor}} + 0.8 \cdot m \cdot d_{normal}$$

$$= 0.2 \cdot m \cdot V_{\text{con motor}} \cdot T + 0.8 \cdot m \cdot V_{normal} \cdot T$$

$$= 0.2 \cdot m \cdot 35 \cdot T + 0.8 \cdot m \cdot 15 \cdot T$$

$$= 19\,mT \text{ (km/h)}$$

* $t(A)$: $t_{TOTAL} \cdot \#$ veh

$$= T \cdot m$$

$$\Rightarrow V(A) = \frac{d(A)}{t(A)}$$

$$= \frac{19\,mT \text{ (km/h)}}{mT}$$

$$= 19 \text{ km/h}$$

5) Una vuelta para ciclistas de 2 kilometros de largo. Un velocista inicia a la pista en $t = 0$, seguido por 15 ciclistas que inician uniformemente cada 4 segundos. Los 15 conductores recorren la primera vuelta a 60km/h, y la segunda a 30km/h. Luego, siguen alternando entre ambas velocidades.

a) Determine flujo, densidad y la velocidad media espacial, utilizando definiciones generalizadas.
b) Calcule la velocidad media temporal.

(a)

	Vuelta 1	Vuelta 2	Total
$t(A)$	$2\text{ km} \cdot \frac{1}{60\frac{\text{km}}{\text{h}}} \cdot 16 \text{ veh}$	$2\text{ km} \cdot \frac{1}{30\frac{\text{km}}{\text{h}}} \cdot 16 \text{ veh}$	16 veh·h
$d(A)$	2 km · 16 veh	2 km · 16 veh	64 veh·km
$\lvert A \rvert$	$2\text{ km} \cdot \frac{1}{60\frac{\text{km}}{\text{h}}}$	$2\text{ km} \cdot \frac{1}{30\frac{\text{km}}{\text{h}}}$	0.1 km·h

Ahora: $k(A) = \frac{\text{veh}}{\text{km}} = \frac{t(A)}{|A|} = \frac{16 \text{ veh·h}}{0.1 \text{ km·h}} = 8 \text{ veh/km}$

$$q(A) = \frac{\text{veh}}{\text{h}} = \frac{d(A)}{|A|} = \frac{64 \text{ veh·km}}{0.2 \text{ km·h}} = 320 \text{ veh/h}$$

$$v(A) = \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{d(A)}{t(A)} = \frac{64 \text{ veh·km}}{16 \text{ veh·h}} = 40 \text{ km/h}$$

(b) La velocidad media espacial la calculamos como el promedio de:

$$V_T = \frac{30 \text{ km/h} + 60 \text{ km/h}}{2} = 45 \text{ km/h}$$