Pregunta 1: Espiras (C6 2025-1)

Una pista solo bus (PSB) está equipada con una espira de L_e metros de largo. A partir de los GPS de los buses, se sabe que en una hora pasaron -por la espira- N_b buses de largo L_b metros a la misma velocidad v_b km/h cada uno. Para esa hora, la espira entrega una ocupación ρ_R

a. Se piensa que esa PSB es invadida por vehículos particulares. Indique la relación entre las variables presentadas que permitiría confirmar que efectivamente esa pista es invadida por vehículos particulares.

Como L_e, L_b y v_b son constantes, se debe cumplir:

$$\rho_R = \frac{\frac{(L_e + L_b)}{v_b} \cdot N_b}{T}$$

$\Sigma_i \tau_i$ tiempo total ocupado por buses

T tiempo total de medición

Si se cumple esta relación ($=$) entonces no hay invasión.

Si no se cumple ($\neq$) entonces sí hay invasión.

b. Asuma que esa pista es invadida por vehículos particulares cuyo largo es L_v metros. Explique cómo estimaría la cantidad de vehículos particulares que utiliza esa PSB durante esta hora.

En este caso $\rho_R \neq \frac{\frac{(L_e + L_b)}{v_b} \cdot N_b}{T}$

Entonces, calcular $\rho_B = \frac{\frac{(L_e + L_b)}{v_b} \cdot N_b}{T}$, la ocupación real de la espira por buses.

Luego, obtener $\rho_A = \rho_R - \rho_B$, la ocupación de la espira por autos.

Así, calcular $\tau_A = \frac{(L_e + L_a)}{v_A} \rightarrow v_A = \frac{(L_e + L_a)}{\tau_a}$ → conocido → dado por la espira

Finalmente, $\rho_A = \frac{\tau_A \cdot N_A}{T} \rightarrow N_A = \frac{\rho_A \cdot T}{\tau_A}$ //

Pregunta 2: Poisson (Ayudantía 6 2025-1)

Un sistema automático cuenta la cantidad de autos que pasan por un peaje en intervalos de 1 minuto durante una hora. Se sabe que durante esa hora pasaron 200 vehículos. La siguiente table resume los datos recogidos:

# de autos/minuto	Frecuencia observada
0	3
1	4
2	10
3	17
4	12
5	8
≥6	6

a. Estime el valor del parámetro λ de la distribución de Poisson

λ representa el promedio de autos que pasan en un minuto.

En 1 hora, 60 min, pasan 200 autos.

$\lambda = \frac{200}{60} = \frac{10}{3} \approx 3.33 \ \frac{autos}{min}$

b. Suponga que el sistema de conteo pierde precisión cuando la cantidad de autos por minuto es muy alta. ¿Cuál debería ser el valor mínimo de autos por minuto que el sistema puede contar, para asegurar que el 85 % de las veces los conteos sean correctos?

Para esto, es necesario encontrar el percentil 85:

# de autos/minuto	Frecuencia observada
0	3
1	4
2	10
3	17
4	12
5	8
≥6	6

# autos	$P(x=k)$	$P(x \leq k)$
0	0.036	0.036
4	0.119	0.155
20	0.198	0.353
51	0.220	0.573
48	0.184	0.757
40	0.122	0.879 → P_{85}
37	0.121	1.000

Esta columna no es necesaria pero se requiere en caso de que no se conozca λ. $37 = 200 - \sum_{0}^{} i \cdot f_i$.

$1 - 0.879$

$P(x \geq 6) = 1 - P(x \leq 5)$

$P(x=k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$

$P(x=0) = \frac{\lambda^0 e^{-\lambda}}{0!}$

$P(x=1) = \frac{\lambda^1 e^{-\lambda}}{1!} = P(x=0) \cdot \frac{\lambda}{1}$

$P(x=2) = \frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!} = P(x=1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

$* \ P(x=k) = P(x=k-1) \cdot \frac{\lambda}{k}$

Entonces, para que al menos 85% de los conteos sean correctos, el peaje debe ser capaz de contar bien 5 vehículos por minuto.

c. ¿Cuál es la probabilidad de que pase un minuto completo entre que pase un vehículo y que pase el siguiente?

Es equivalente a decir que en un minuto no pase ningún vehículo:

$P(x=0) = 0.036.$

d. Si el peaje cuesta \$800, ¿Cuál es la probabilidad de recaudar al menos \$2000 en un minuto?

Deben pasar al menos $\frac{2000}{800} = 2.5 \longrightarrow$ 3 autos:

$P(x \geq 3) = 1 - P(x \leq 2) = 1 - 0.353 = 0.647$

e. Test χ^2

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

# de autos/minuto	Frecuencia observada	Frecuencia esperada ($60 \cdot P(x=k)$)
0	3	2.2
1	4	7.2
2	10	11.9
3	17	13.2
4	12	11.0
5	8	7.3
≥6	6	7.2
		60.0

$$\chi^2 = \frac{(3-2.2)^2}{2.2} + \frac{(4-7.2)^2}{7.2} + \frac{(10-11.9)^2}{11.9} + \frac{(17-13.2)^2}{13.2} + \frac{(12-11.0)^2}{11} + \frac{(8-7.3)^2}{7.3} + \frac{(6-7.2)^2}{7.2}$$

$$= 0.29 + 1.42 + 0.30 + 1.09 + 0.09 + 0.07 + 0.2$$

$$= 3.46$$

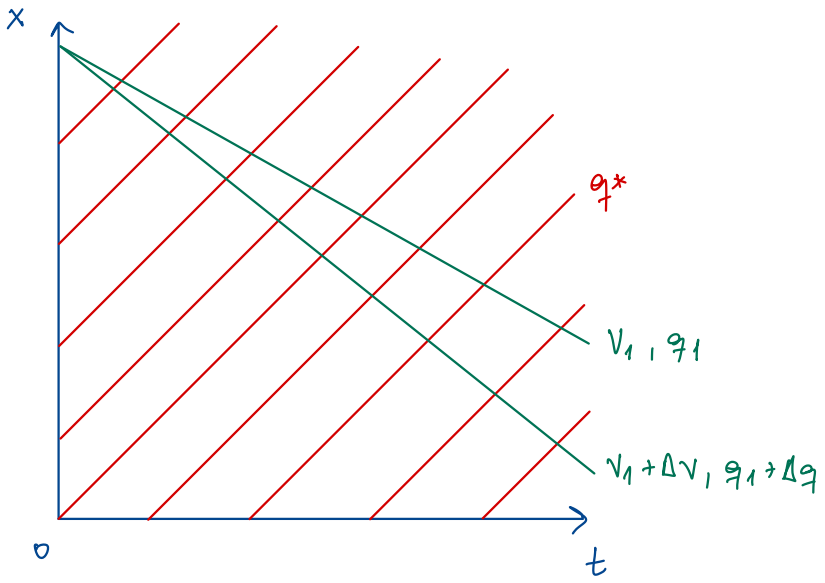
χ-crítico con $7-1=6$ grados de libertad y $p=0.95$: 12.592

$\chi^2 < 12.592$

No se rechaza la hipótesis nula por lo que sí distribuye Poisson.

Pregunta 3: Método del Vehículo Flotante (C6 2025-1)

Lilo y Stitch recorrieron un tramo de L km en sentido opuesto al flujo vehicular. Lilo lo hizo a velocidad v_1, y durante el trayecto se cruzó con vehículos a una tasa q_1 veh/h. Stitch, por su parte, lo hizo a velocidad $v_1 + \Delta v$, y la tasa a la cual se cruzó con vehículos fue de $q_1 + \Delta q$. Encuentre la relación entre Δv y Δq, y grafíquela. Si el mismo ejercicio se realizara cuando el tramo está más congestionado, ¿qué ocurre con la relación $\Delta q / \Delta v$?



$q^* + k^* v_1 = q_1$

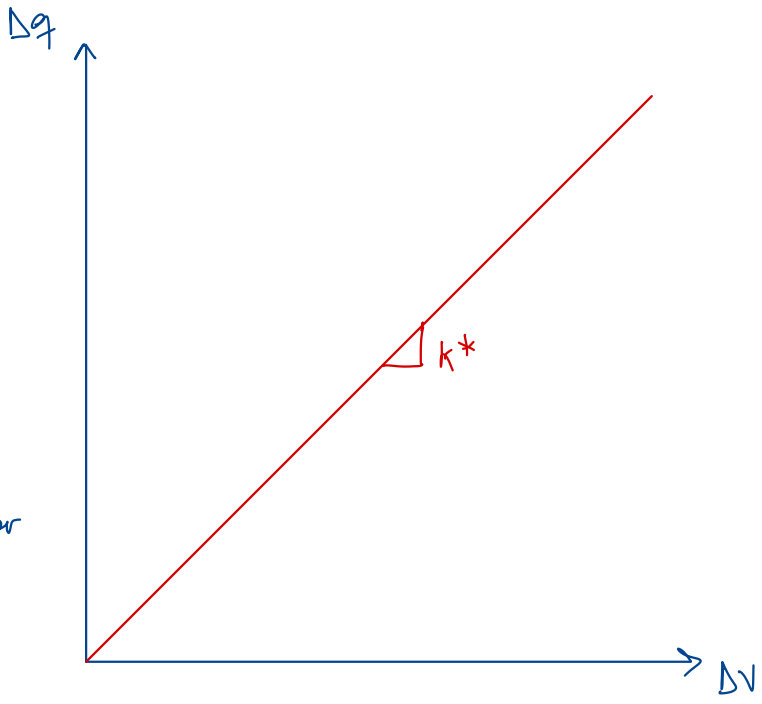
$q^* + k^* (v_1 + \Delta v) = q_1 + \Delta q$

Entonces,

$\Delta q = k^* \cdot \Delta v$

$\frac{\Delta q}{\Delta v} = k^*$

A mayor congestión, mayor k^*, por lo que $\Delta q >> \Delta v$.



Pregunta 4: Factor de Ocupación (C6 2024-1)

a. Se desea medir la cantidad de pasajeros por hora que se mueven en un sentido entre dos estaciones vecinas de metro. Cada tren está compuesto por seis carros, donde cada uno de ellos tiene capacidad para 32 pasajeros sentados y otros 188 parados. Durante una hora se observaron 20 trenes y se estimó la cantidad de pasajeros por carro utilizando la misma metodología que se utiliza para medir la tasa de ocupación en buses de transporte público. Los resultados se resumen en la siguiente table (la categoría 5 es la más llena):

Categoría	# Carros
1	6
2	13
3	28
4	38
5	35

Determine la cantidad de pasajeros que transportó el metro en esa hora y en ese sentido. ¿Cuál es la tasa o factor de ocupación promedio de un tren de metro durante esa hora?

Categoría	Ocupación			# Carros	Total pax
1	$\frac{1}{4} C_S$	=	8	6	48
2	$\frac{3}{4} C_S$	=	24	13	312
3	$C_S + \frac{1}{4} C_P$	=	79	28	2212
4	$C_S + \frac{3}{4} C_P$	=	173	38	6574
5	$C_S + C_P$	=	220	35	7700

$C_S = 32$, $C_P = 188$

Total: 16848

↓

$\frac{16848}{20} = 842.3 \frac{\text{pax}}{\text{tren}}$

b. La siguiente función representa la cantidad de pasajeros que se subieron a un vehículo de transporte público en el paradero p:

$$n_s^{pax} = 10p, \quad \forall p = 1, 2, 3, 4, 5$$

En las paradas 2 a la 5 se bajan 10 pasajeros en cada una de ellas. En la sexta parada (final del recorrido) se baja el resto de los pasajeros.

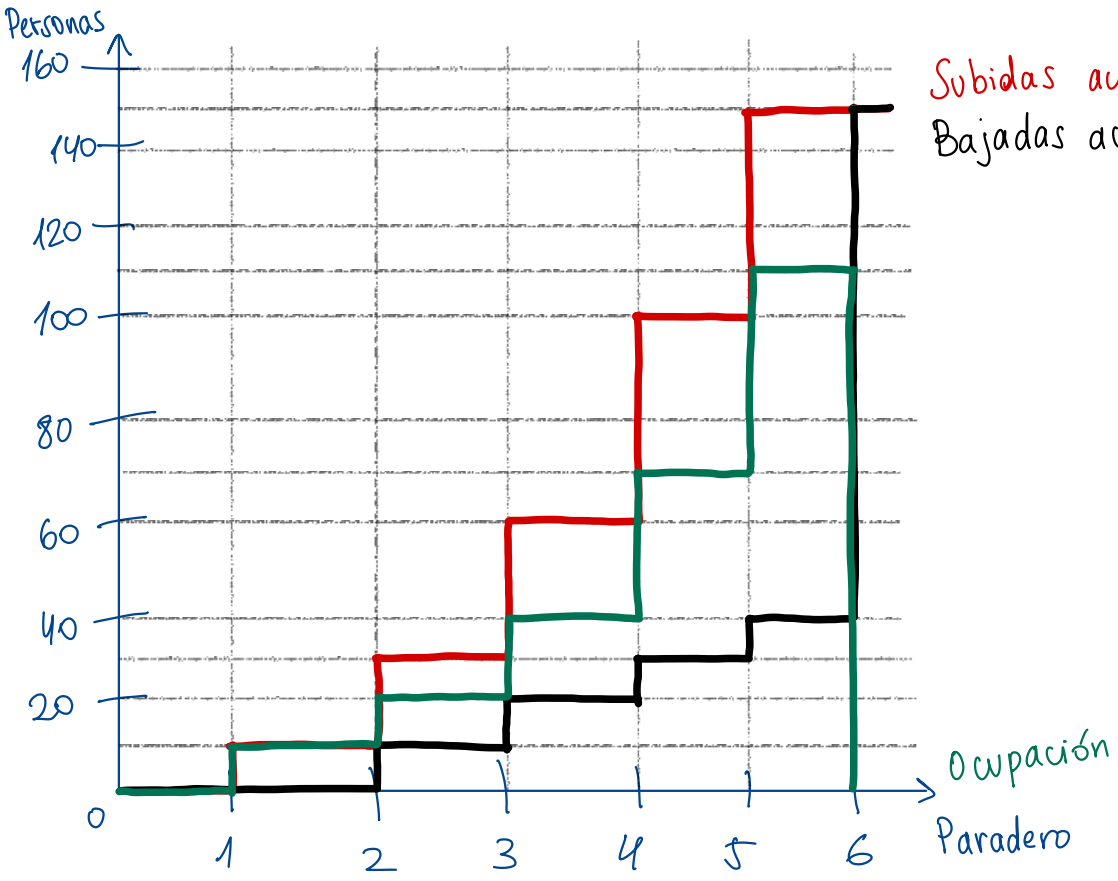
I. Determine cuántos pasajeros se suben a este vehículo.

Paradero	Suben	Subidas acumuladas	Bajan	Bajadas acumuladas	Ocupación
1	10	10	0	0	10
2	20	30	10	10	20
3	30	60	10	20	40
4	40	100	10	30	70
5	50	150	10	40	110
6	0	0	110	150	0

Ocupación = Subidas acumuladas − Bajadas acumuladas

Se suben 150 pax en total.

II. Grafique el perfil de carga de este vehículo y calcule el factor de ocupación promedio.



III. Si $C_s = 50$ pax y $C_p = 80$ pax, ¿qué categorías de ocupación de vehículo anotaría un observador ubicado a la salida de cada parada?

Categoría	Ocupación
1	$\frac{1}{4} C_S = 12.5$
2	$\frac{3}{4} C_S = 37.5$
3	$C_S + \frac{1}{4} C_P = 70$
4	$C_S + \frac{3}{4} C_P = 110$
5	$C_S + C_P = 130$

Paradero	Ocupación	Categoría
1	10	1
2	20	2
3	40	3
4	70	3
5	110	4
6	0	-