PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE TRANSPORTE Y LOGÍSTICA
ICT 2223 – Modelos de Tráfico.
Profesor: Juan Carlos Herrera.
Ayudante: Diego Guamán.

Guía de Ejercicios del Capítulo 1

1) Entre las ciudades A (0 km) y B (120 km) existe un servicio de trenes de pasajeros el cual dispone de dos trenes y una sola línea férrea. Las estaciones no disponen de espacio para almacenar trenes por lo que solo puede encontrarse como máximo un tren en cada estación. Durante la punta mañana las personas de la ciudad A viajan a la ciudad B por trabajo por lo que el tren desde A hacia B va más lento con una velocidad de 40 km/h, el tren que viaja desde B hacia A viaja casi vacío y puede llegar a una velocidad máxima de 80 km/h. Debido a que existe una sola línea férrea se ha construido una zona de entrecruzamiento de 5 km de largo entre los kilómetros 50 y 55. Considere que los trenes tienen una longitud de 500 m y que deben estar separados por al menos 2 km en todo momento excepto cuando ambos trenes se encuentran en la zona de entrecruzamiento por completo.

   Sí los trenes deben salir a la misma hora desde cada ciudad:

   i. ¿Cuál es el rango de velocidades que puede adquirir el tren que viaja desde a B hacia A?
   (R: $\mathbf{50.0\frac{km}{h} \leq v_{BA} \leq 53.5\frac{km}{h}}$)

   Si el tren que viaja desde A hacia B sale a las 7:00 am y se desea que el tren que viaja desde la ciudad B hacia la ciudad A lo haga a 80 km/h:

   ii. ¿Cuál es el rango horario entre el cual el tren que viaja desde B hacia A puede salir?
   (R: entre 7:25:08 y 7:29:37)

2) En una autopista existe una rampa de ingreso en x=5km. En t=0s, un conductor se encuentra detenido en la rampa esperando un gap para integrarse a la autopista de forma segura. En t=10s, el conductor aún no ha podido integrarse a la autopista y en ese momento observa un grupo de vehículos (pelotón) cuyo inicio se encuentran en x=4km y circulan a una velocidad constante de 60 $\frac{km}{h}$ por la pista derecha. El pelotón de vehículos está compuesto de 10 autos de largo 5m y existe una separación entre ellos de 50m. Luego de este pelotón no se observan vehículos. Asuma que al arrancar el conductor adquiere una aceleración constante de $1\frac{m}{s^2}$ hasta llegar a los 60 km/h.

   i. En un diagrama x-t dibuje la trayectoria que describe el inicio y final de los vehículos del pelotón en la autopista.
   ii. Determine el intervalo de tiempo que dispone el conductor para arrancar si su auto mide 6m y este debe mantener un espaciamiento mínimo con el pelotón de 30 m. **(R: [10;59.3] U [91.8 ; ∞] en segundos)**

3) Un camión y un auto viajan por vías perpendiculares. Para evitar chocar en una intersección ambos frenan al mismo tiempo a la máxima tasa posible. Al momento de frenar el camión se encuentra a 30 metros de la intersección y el auto a 20m. La velocidad del camión es $14\frac{m}{s}$, tiene una desaceleración máxima de $-2\frac{m}{s^2}$ y una longitud de 15m. La velocidad del auto es de $20\frac{m}{s}$, tiene una desaceleración máxima de $-5\frac{m}{s^2}$ y una longitud de 5m. Utilizando un diagrama x-t determine si el camión y el auto chocan. **(R: No chocan)**

4) Una línea de tren une las ciudades A y C, mientras que otra línea une las ciudades B y C. Sin embargo, ambas líneas comparten un tramo de 50 km el cual se encuentra en el ingreso a la ciudad C. En estos 50 km, los trenes nunca pueden estar a menos de 5 km de distancia entre sí. Desde A sale un tren cada 30 minutos, el cual circula a 100 km/h. Utilizando el diagrama x-t y despreciando el largo de los trenes en su análisis, responda lo siguiente:

i. Entre dos trenes consecutivos de A a C se desea introducir un tren que viaja de B a C. Determine la velocidad mínima a la que debe circular ese tren de B a C en este tramo de 50 km. **(R: v=55.55 km/h)**
ii. Si los trenes que van de B a C circulan a 80 km/h, ¿cuántos de estos trenes se pueden enviar entre cada par de trenes A-C? **(R: 5 trenes)**

5) Una línea férrea de 100 km conecta las ciudades A y B. Tradicionalmente esta línea es utilizada solo por trenes de carga que se desplazan de A hacia B, estos trenes tienen una velocidad de $100\frac{km}{h}$ y parten cada 2 horas desde las 00:00:00 durante las 24 horas del día. Debido al aumento de los viajes laborales entre las ciudades, se busca agregar un servicio de transporte de pasajeros en la mañana desde A hacia B y en la tarde desde B hacia A. Los trenes de este nuevo servicio de pasajeros solo pueden salir desde las 6:00:00 hasta las 8:00:00 de la ciudad A y desde las 17:00:00 hasta las 19:00:00 de la ciudad B. Los trenes del nuevo servicio de pasajeros alcanzarán una velocidad de $150\frac{km}{h}$. Por motivos de seguridad, dos trenes consecutivos, independientemente de su tipo, no pueden estar a menos de 10 km de distancia. Despreciando la longitud física de los trenes, y utilizando el diagrama x-t, responda: ¿Cuál es la cantidad máxima de trenes de pasajeros que se pueden utilizar? **(R: 6 trenes)**

Considere que todos los trenes de pasajeros que salen desde la ciudad A en la mañana deben regresar por la tarde, mientras que los trenes de carga son parte de una ruta más grande por lo que siempre habrá trenes de carga disponibles en la ciudad A para cumplir con la frecuencia antes mencionada.

6) En una pista circular de 1 km de largo se encuentran 30 vehículos de los cuales 16 son autos y 16 buses. Los autos tienen una velocidad de $60\frac{km}{h}$ y los buses de $30\frac{km}{h}$. Un observador temporal observa que los headways son constantes entre los vehículos del mismo tipo. Determine el flujo, la densidad, la velocidad media temporal y la velocidad media espacial para la situación descrita. **(R: q=1350 veh/h; k=30 veh/km; vs=45 km/h; vt=50 km/h)**

7) En una vía circulan dos líneas de bus. El headway promedio de la línea A es $\overline{h_A}$ el headway promedio de la línea B es $\overline{h_B}$.

i. Determine el headway promedio que calcularía un observador temporal considerando las dos líneas.
ii. Si $\overline{h_A} = \overline{h_B}$ y los buses de la línea A circulan a mayor velocidad (V_A) que los buses de la línea B (V_B). ¿Cuál es la relación matemática que existe entre la densidad ($k_A y\ k_B$) de las líneas?
iii. Considerando los supuestos del literal i. Si usted tiene una fotografía aérea en la cual se observan varios buses de los dos servicios. ¿A qué servicio le correspondería la mayor cantidad de buses en la fotografía?

8) En una fotografía aérea se observa un tramo de vía de 10 km en el cual el 80% de los vehículos son autos, 15% son buses y el resto son camiones. Las velocidades son 120km/h, 60 km/h y 40 km/h respectivamente. Sí los vehículos se encuentran equidistantes entre ellos, calcule la velocidad media espacial y la velocidad media temporal. **(R: vs=107 km/h; vt=113.46 km/h)**

9) Un observador temporal cuenta 800 autos, 155 buses y 50 camiones en 30 minutos. Sus velocidades son 120km/h, 60 km/h y 40 km/h respectivamente. Calcule la velocidad media espacial y la velocidad media temporal. **(R: vs=96 km/h; vt=107 km/h)**

10) Una autopista tiene un conjunto de casetas de peajes las cuales ofrecen una capacidad total de $2000\frac{veh}{h}$. Como preparación para el feriado del 18 de septiembre se decide que si el exceso de acumulación supera 100 vehículos se abrirán nuevas casetas de peaje, aumentando la capacidad a $2500\frac{veh}{h}$. Adicionalmente cada 30 minutos se evaluará la demora promedio de los vehículos durante ese periodo y si esta es mayor a 10 minutos entonces se levantarán todas las barreras y se dejará de cobrar peaje hasta eliminar todo el exceso de acumulación. Cuando las barreras de peaje están levantadas la capacidad de la vía es de $6000\frac{veh}{h}$. El 18 de septiembre se registró un flujo constante de $3000\frac{veh}{h}$ durante 2 horas y luego un flujo de $1500\frac{veh}{h}$ el resto del día.

i. Calcule la demora total. **(R: 1604.16 veh-h).**
ii. Determine si es necesario levantar las barreras en algún momento. De ser así, indique a qué hora se levantan y hasta que hora se mantienen así. Calcule la cantidad de autos que no pagaron peaje.
(R: Se levanta en t=1.5h y se mantiene durante 20 min, no pagaron 2000 veh)

11) En un punto de una autopista se realiza un conteo vehículos obteniendo como resultado la curva acumulada A(t) con t en horas.

$$A(t) = \begin{cases} 1000 \cdot t & 0 \leq t \leq 0.2 \\ 3000 \cdot t - 400 & 0.2 < t \leq 0.4 \\ 1000t + 400 & 0.4 < t \leq 1 \end{cases}$$

Se desea conocer la curva acumulada de vehículos D(t) en un punto aguas abajo, el cual se encuentra a 0,2 horas en condiciones de flujo libre. La capacidad de la autopista es de $2000\,\frac{veh}{h}$.

i. Grafique A(t), V(t) y D(t). En el gráfico muestre el exceso de acumulación máximo
ii. Calcule la demora total y la demora promedio. **(R: demora total=40 veh-h)**
iii. Realice lo mismo que en i. y ii. pero en esta ocasión suponga que entre 0,3<t<0,5 se reduce la capacidad de la autopista a $500\,\frac{veh}{h}$. **(R: demora total=135 veh-h)**

12) En una rampa de salida de una autopista existe un peaje que opera de forma manual. La rampa de salida de la autopista tiene 3 pistas y cada pista tiene una caseta de peaje. La capacidad de atención de cada caseta es de $120\,\frac{veh}{h}$. El flujo en $\frac{veh}{h}$ que salen de la autopista por esta rampa se muestra a continuación.

$$q(t)\ veh/h = \begin{cases} 45 & 0{:}00 < t < 7{:}00 \\ 260 & 7{:}00 \leq t < 9{:}00 \\ 110 & 9{:}00 \leq t < 20{:}00 \\ 45 & 20{:}00 \leq t < 0{:}00 \end{cases}$$

i. Si se desea que no exista exceso de acumulación en todo el día, defina para cada rango horario cuantas casetas de cobro deben funcionar.

Rango horario
$0{:}00 < t < 7{:}00$
$7{:}00 \leq t < 9{:}00$
$9{:}00 \leq t < 20{:}00$
$20{:}00 \leq t < 0{:}00$

ii. Suponga que solo se encuentra en funcionamiento una caseta de cobro. En un diagrama N-t grafique la curva que representa el número acumulado de vehículos que desean pasar por el peaje (V(t)) y aquella que representa el número de vehículos que efectivamente lo hacen (D(t)). Determine la hora a la cual termina el exceso de acumulación de vehículos, la cantidad de vehículos demorados y la demora total.
(R: t=22.27h; 1832 veh demorados; demora=2947.7 veh-h)

13) En un aeropuerto, los pasajeros llegan al punto de atención de una aerolínea para realizar su check in y luego pasan por la revisión de seguridad antes de llegar a su puerta de embarque. La tasa de llegada de personas al punto de atención de la aerolínea es de $180\,\frac{pax}{h}$ desde t=0 hasta t=30 min y $10\,\frac{pax}{h}$ el resto del día. La capacidad del punto de atención de la aerolínea y del control de seguridad son $70\,\frac{pax}{h}$ y $35\,\frac{pax}{h}$ respectivamente.

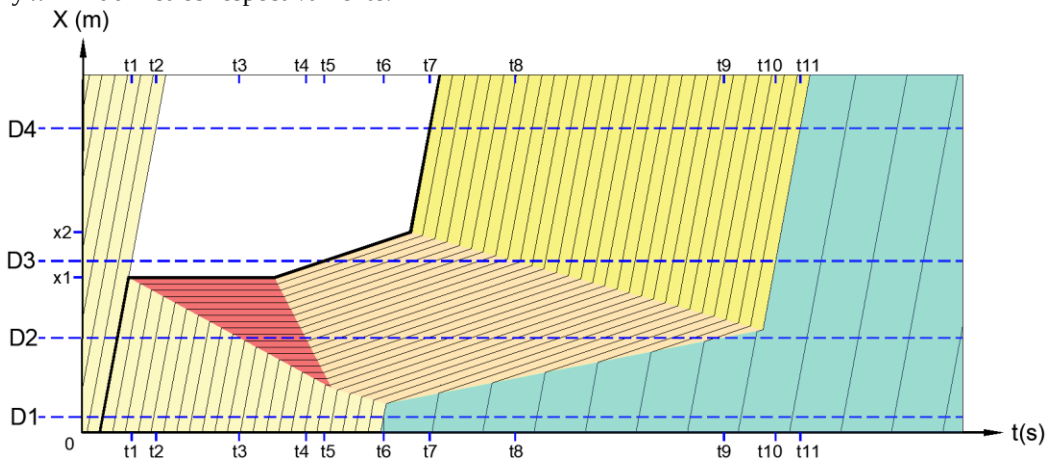
i. Calcule la demora total en: el punto de atención de la aerolínea y en todo el sistema.
(R: demora total=123.24 pax-h; demora de aerolínea=38.96 pax-h)
ii. Calcule la demora total del sistema si se incrementa la capacidad del punto de atención de la aerolínea a $180\,\frac{pax}{h}$.
(R:123.24 veh-h)
iii. Calcule la demora total del sistema si se incrementa la capacidad del control de seguridad a $70\,\frac{pax}{h}$.
(R: 38.96 veh-h)

14) La demanda en una autopista de dos pistas es de $4000\,\frac{veh}{h}$. El 21% de estos vehículos desean salir de la autopista por una rampa de una pista la cual tiene una capacidad de almacenamiento de 25 vehículos completamente detenidos y se integra a una vía caletera mediante un semáforo al final de la rampa. El semáforo tiene una capacidad de descarga de vehículos de $1800\,\frac{veh}{h}$ durante 60 segundos de verde y de $0\,\frac{veh}{h}$ durante 60 segundos de rojo.

i. Determine si la capacidad de almacenamiento de vehículos de la rampa de salida es suficiente o si la cola de vehículos invade la autopista. **(R: es suficiente)**

ii. Durante 20 minutos el semáforo deja de funcionar reduciendo la capacidad de descarga de la rampa de salida a $500\frac{veh}{h}$ pero esta se mantiene constante durante los 20 minutos. Determine la demora adicional generada por el daño del semáforo durante esos 20 minutos. **(16.7 veh-h)**

15) La siguiente figura presenta las trayectorias de los vehículos en una vía de 480 m de largo durante 140 segundos. Al inicio de los 140 segundos, los vehículos circulan a la velocidad máxima hasta que un vehículo se detiene en $x1$ bloqueando toda la vía durante t segundos. Luego, el mismo vehículo se mueve a una velocidad inferior a la que tenía al inicio hasta que llega a $x2$. Finalmente, el vehículo se mueve con la velocidad máxima. El vehículo descrito se muestra con línea negra gruesa en la figura. Como consecuencia de la detención y reducción de velocidad algunos vehículos se vieron afectados. En esta vía existen 4 detectores ($D1, D2, D3\ y\ D4$) indicados en la figura, los detectores cuentan la cantidad de vehículos que pasan por $x = 20$, $x = 130$, $x = 240$ y $x = 400$ metros respectivamente.



i. Construya el diagrama N-t de manera aproximada de la curva acumulada A(t) mediante la información que el detector $D1$ recolecta.

ii. En otros 3 diagramas N-t construya aproximadamente la curva V(t) obtenida a partir de D1, pero en las ubicaciones de D2, D3 y D4.

iii. En los diagramas del inciso anterior construya de manera aproximada la curva D(t) para cada uno de los tres detectores $D2, D3$ y $D4$.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE TRANSPORTE Y LOGÍSTICA
ICT 2223 – Modelos de Tráfico.
Profesor: Juan Carlos Herrera.
Ayudante: Diego Guamán.

Ejercicios Resueltos del Capítulo 1

1) Entre las ciudades A (0 km) y B (120 km) existe un servicio de trenes de pasajeros el cual dispone de dos trenes y una sola línea férrea. Las estaciones no disponen de espacio para almacenar trenes por lo que solo puede encontrarse como máximo un tren en cada estación. Durante la punta mañana las personas de la ciudad A viajan a la ciudad B por trabajo por lo que el tren desde A hacia B va más lento con una velocidad de 40 km/h, el tren que viaja desde B hacia A viaja casi vacío y puede llegar a una velocidad máxima de 80 km/h. Debido a que existe una sola línea férrea se ha construido una zona de entrecruzamiento de 5 km de largo entre los kilómetros 50 y 55. Considere que los trenes tienen una longitud de 500 m y que deben estar separados por al menos 2 km en todo momento excepto cuando ambos trenes se encuentran en la zona de entrecruzamiento por completo.

Sí los trenes deben salir a la misma hora desde cada ciudad:

i. ¿Cuál es el rango de velocidades que puede adquirir el tren que viaja desde a B hacia A?

Si el tren que viaja desde A hacia B sale a las 7:00 am y se desea que el tren que viaja desde la ciudad B hacia la ciudad A lo haga a 80 km/h:

ii. ¿Cuál es el rango horario entre el cual el tren que viaja desde B hacia A puede salir?

Solución parte i.:

- Primero debemos identificar en que momentos los trenes se encontrarán separados mínimo 2 km entre ellos sin estar ambos completamente en la zona de entrecruzamiento. Lo anterior ocurre en dos casos (ver figura, en la figura están dibujadas las trayectorias que describen los trenes, indicando el inicio y final del tren).

  El primer caso (figura de la izquierda) ocurre cuando el tren que va desde A hacia B (tren AB) acaba de integrarse por completo a la zona de entrecruzamiento. En ese momento se debe cumplir los 2 km de separación ya que luego ambos trenes están en la zona de entrecruzamiento y antes los trenes tenían una mayor separación.

  El segundo caso (figura de la derecha) ocurre cuando el tren que va desde B hacia A (tren BA) acaba de integrarse por completo a la zona de entrecruzamiento. En ese momento debe cumplirse los 2 km de separación ya que luego ambos trenes están en la zona de entrecruzamiento y antes los trenes tenían una mayor separación.

  Para este problema, los dos casos definen los puntos críticos a analizar a partir de los cuales calcularemos la velocidad del tren BA. Para este tipo de ejercicios a menudo este es el primer paso a realizar.

- Caso 1:

  El Tiempo (t) en el cual el tren AB se encuentra completamente en la zona de entrecruzamiento se calcula utilizando la ecuación $v = d/t$.

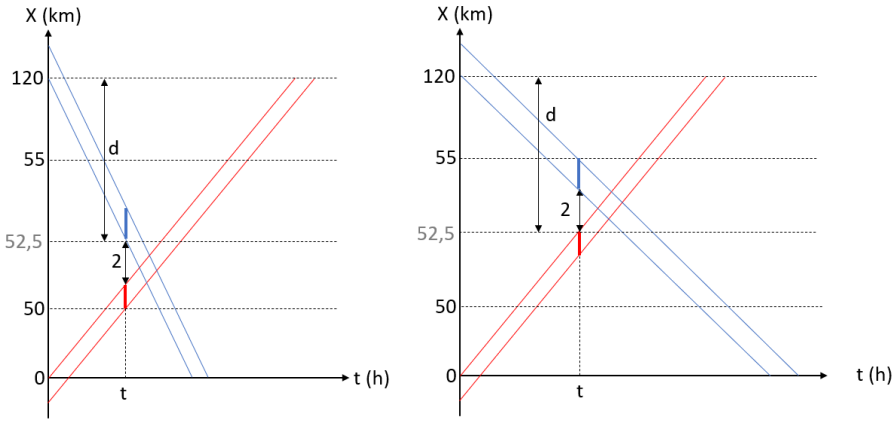
$$t = \frac{50.5\ km}{40\frac{km}{h}} = 1.26\ h = 4545\ seg$$

La distancia que debe recorrer el tren BA para estar a 2 km del tren AB considerando el largo de la vía férrea, la distancia que recorre el tren AB, el largo del tren y la separación mínima es:

$$d = 120 - 50 - 0{,}5 - 2 = 67.5\ km$$

Por tanto, la velocidad del tren que va desde B hacia A se calcula utilizando la ecuación $v = d/t$ para este tren:

$$v_{BA} = \frac{67.5\ km}{1.26\ h} = 53.5\frac{km}{h}$$



Izquierda: Caso 1 (velocidad máxima). *Derecha: Caso 2 (velocidad mínima)*

- Caso 2:

De forma semejante que para el caso 1:

$$d = 67.5\ km$$

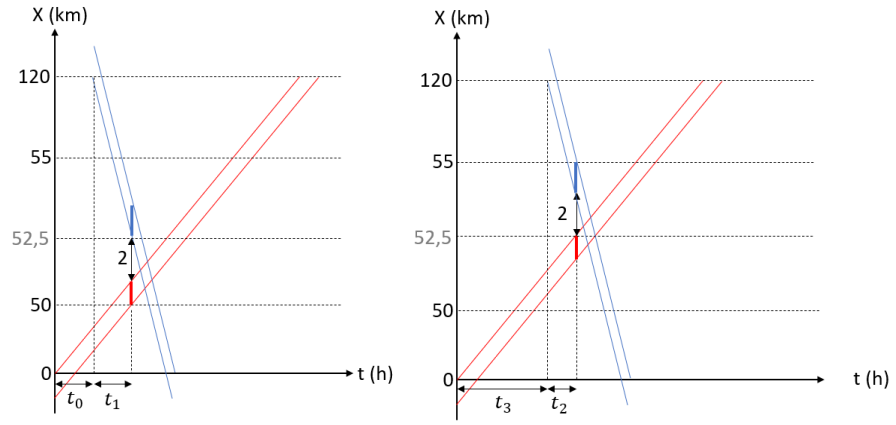
$$t = \frac{120 - 67.5}{40} = 1.31h = 4725\ seg$$

$$v_{BA} = 50.0\ km/h$$

- El tren BA debe tener una velocidad v_{BA} tal que $50.0\frac{km}{h} \leq v_{BA} \leq 53.5\frac{km}{h}$

Solución parte ii.:

- Al igual que en la parte anterior, debemos analizar los dos casos críticos que se muestran en la siguiente figura. Note que las trayectorias del tren AB no han cambiado. El tren BA tiene una nueva velocidad mayor a la del ejercicio pasado lo que le permite salir luego que el tren AB y aun seguir cruzándose con él en la zona de entrecruzamiento.



Izquierda: Caso 1 (salida temprana). *Derecha: Caso 2 (salida tardía)*

- Caso 1:

  El tren BA debe recorrer 67.5 km a 80 $\frac{km}{h}$ por tanto demora t_1:

  $$t_1 = \frac{67.5}{80} = 0.84\ h = 3037.5\ seg$$

  El tren AB debe recorrer 50.5 km a 40 $\frac{km}{h}$ por tanto demora $t_0 + t_1$:

  $$t_0 + t_1 = \frac{50.5}{40} = 1.26\ h = 4545\ seg$$

  El tren BA sale a las $7{:}00{:}00 + t_0$:

  $$Salida_{BA} = 7{:}00{:}00 + 1.26h - 0.84h = 7{:}25{:}08$$

- Caso 2:

  El tren BA debe recorrer 65.5 km a 80 $\frac{km}{h}$ por tanto demora t_2:

  $$t_2 = \frac{65{,}5}{80} = 0.82\ h = 2947.5\ seg$$

  El tren AB debe recorrer 52,5 km a 40 km/h por tanto demora $t_3 + t_2$:

  $$t_3 + t_2 = \frac{52.5}{40} = 1.31\ h = 4725\ seg$$

  El tren BA sale a las $7{:}00{:}00 + t_3$:

  $$Salida_{BA} = 7{:}00{:}00 + 1.31\ h - 0.82\ h = 7{:}29{:}37$$

  El tren BA debe salir de la estación entre las 7:25:08 y las 7:29:37

10) Una autopista tiene un conjunto de casetas de peajes las cuales ofrecen una capacidad total de $2000\frac{veh}{h}$. Como preparación para el feriado del 18 de septiembre se decide que si el exceso de acumulación supera 500 vehículos se abrirán nuevas casetas de peaje, aumentando la capacidad a $2500\frac{veh}{h}$. Adicionalmente cada 30 minutos se evaluará la demora promedio de los vehículos durante ese periodo y si esta es mayor a 10 minutos entonces se levantarán todas las barreras y se dejará de cobrar peaje hasta eliminar todo el exceso de acumulación. Cuando las barreras de peaje están levantadas la capacidad de la vía es de $6000\frac{veh}{h}$. El 18 de septiembre se registró un flujo constante de $3000\frac{veh}{h}$ durante 2 horas y luego un flujo de $1500\frac{veh}{h}$ el resto del día.

i. Calcule la demora total.

ii. Determine si es necesario levantar las barreras en algún momento. De ser así, indique a qué hora se levantan y hasta que hora se mantienen así. Calcule la cantidad de autos que no pagaron peaje.

- Verificación de exceso de acumulación para abrir nuevas casetas

  Antes de las dos horas en las cuales el flujo de demanda aumenta, los peajes no tienen exceso de acumulación (E.A.) ya que la demanda $q = 1500\frac{veh}{h}$ es menor a la capacidad $q = 2000\frac{veh}{h}$.

  Al inicio de las dos horas en las cuales el flujo de demanda es $3000\frac{veh}{h}$ el exceso de acumulación crece a razón de:

  $$Tasa\ de\ crecimiento\ de\ exceso\ de\ acumulación = Tasa\ de\ demanda - Tasa\ de\ llegas$$

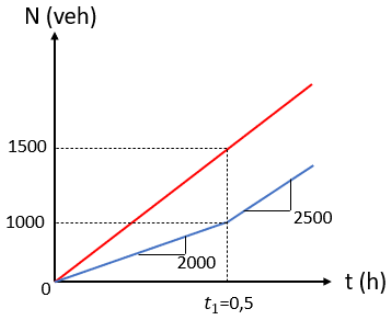
  $$Tasa\ de\ crecimiento\ de\ exceso\ de\ acumulación = 3000 - 2000 = 1000\frac{veh}{h}$$

  Para saber cuándo se deben abrir las nuevas casetas es necesario calcular el tiempo en el cual el E.A. llega a 500 vehículos.

  $$E.A. = 500\ veh = 1000\frac{veh}{h} * t$$

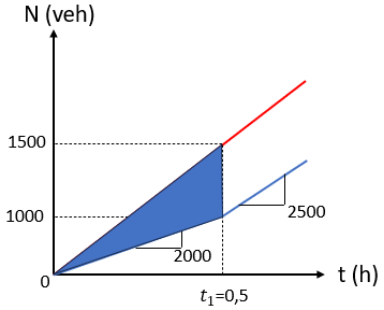
  $$t = 0.5\ h$$

  A partir de $t = 0.5\ h$ la capacidad de peaje es de $2500\frac{veh}{h}$



- Verificación de demora promedio

La demora ($D_{0.5}$) en t=0.5 h = 30 min es el área que se muestra en azul en la siguiente figura y la demora promedio ($d_{0.5}$) se obtiene al dividir el valor anterior para la cantidad de vehículos afectados.

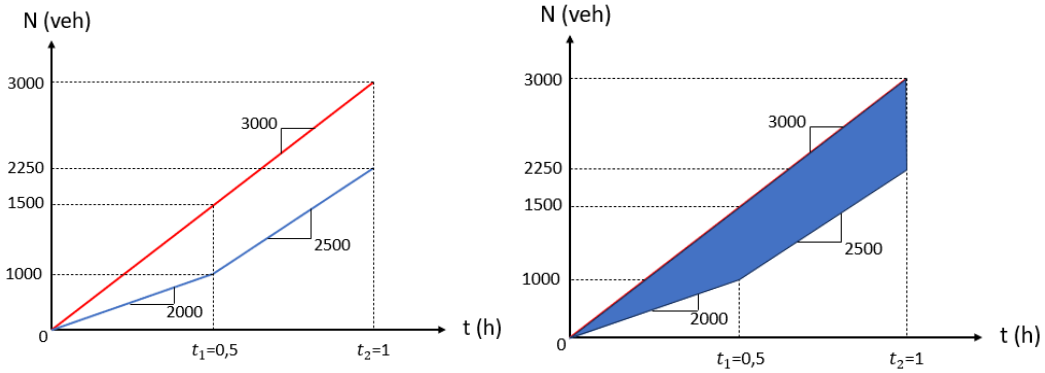


$$D_{0.5} = 125\ veh - h$$

$$d_{0.5} = \frac{125\ veh - h}{1500\ veh} = 5\ min$$

Debido a que la demora es menor a 10 minutos, los peajes siguen funcionando.

La siguiente revisión de la demora se realiza en t=1 h y los resultados son:

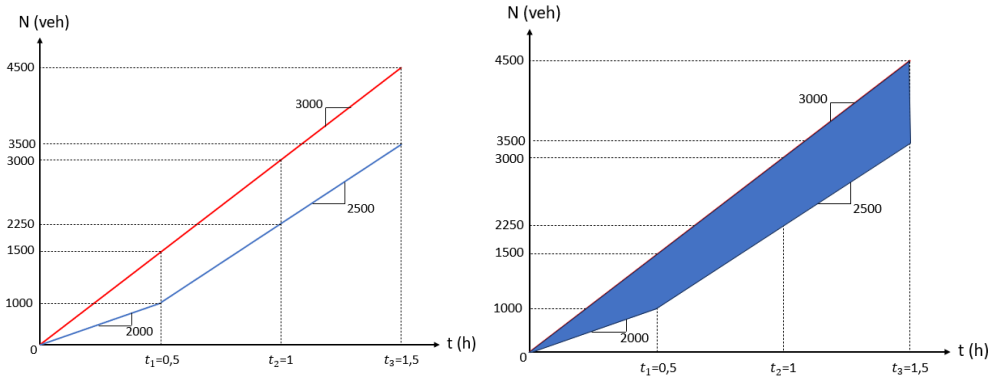


$$D_1 = 437.5\ veh - h$$

$$d_1 = \frac{437.5\ veh - h}{3000\ veh} = 8.75\ min$$

Debido a que la demora es menor a 10 minutos, los peajes siguen funcionando.

La siguiente revisión de la demora se realiza en t=1.5 h y los resultados son:



$$D_{1.5} = 875\ veh - h$$

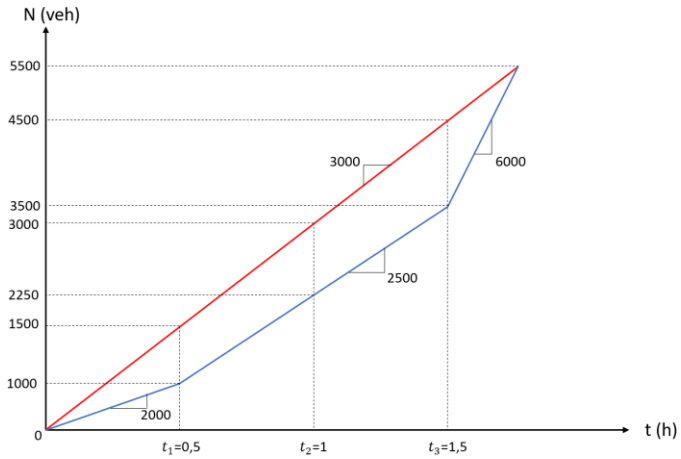
$$d_{1.5} = \frac{875\ veh - h}{4500\ veh} = 11.66\ min$$

Debido a que la demora es mayor a 10 minutos, las barreras se levantan. Para determinar cuándo desaparece el E.A. se utiliza la siguiente ecuación:

$$E.A. + Tasa\ de\ demanda * t = Tasa\ de\ capacidad * t$$

$$1000 + 3000 * t = 6000 * t$$

$$t = 20\ min$$



Las barreras deben ser levantadas durante 20 minutos y la cantidad de autos que no pagaron peaje son los 1000 veh que pertenecían al exceso de acumulación en t=1.5h más los vehículos que llegaron durante los 20 min que las barreras están levantadas.

$$Cantidad\ de\ veh\ que\ no\ pagaron = 1000veh + \frac{1}{3}h * 3000\frac{veh}{h} = 2000\ veh$$

Finalmente, la demora total el área entre las líneas roja y azul. D=1604.16 veh-h