PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE TRANSPORTE Y LOGÍSTICA

ICT 2223 – Modelos de Tráfico.
Profesor: Juan Carlos Herrera.
Ayudante: Diego Guamán.

Guía de Ejercicios del Capítulo 4

1) Un corredor exclusivo para buses cuenta con una espira cuyo largo es 1m. Gracias al GPS de los buses se sabe que por esa vía circula un flujo de $150\,\frac{buses}{h}$. Los buses tienen un largo 12 m y una velocidad de $50\,\frac{km}{h}$. Se sabe que el corredor es invadido por vehículos particulares que tienen un largo de 4.5 m y circulan a $50\,\frac{km}{h}$. La ocupación que reporta la espira es de 0,0885. ¿Cuál es el flujo de vehículos que invaden la pista? $\left(\boldsymbol{R}\text{: }\boldsymbol{450\,\frac{veh}{h}}\right)$

2) Por una espira de dos metros de longitud circulan vehículos grandes y vehículos pequeños de 12 y 6 m cada uno de ellos, respectivamente. Los vehículos grandes circulan a $14\,\frac{m}{s}$ y los pequeños lo hacen a $20\,\frac{m}{s}$. La ocupación que entrega la espira al cabo de media hora es 0,3.

   i. Determine la relación entre el flujo de vehículos grandes y el flujo de vehículos pequeños durante ese lapso de media hora. Grafique esa relación.

   ii. Si la cantidad total de vehículos que se observan en esa media hora es 600, estime la densidad promedio que obtendría a partir de los datos de esta espira. $\left(\boldsymbol{R}\text{: }\boldsymbol{22.62\,\frac{veh}{km}}\right)$

3) Una vía está equipada con espiras cada 500 metros. Estas espiras entregan el conteo de vehículos, la ocupación y la velocidad media espacial de los vehículos cada minuto. La vía está operando sin congestión. En t=10 min, ocurre un accidente que se localiza justo en la mitad de dos espiras consecutivas (es decir, a 250 de la espira más cercana hacia aguas arriba y aguas abajo). El accidente reduce la capacidad y genera una cola de 3 km de longitud (en su extensión máxima). En t=20 min se recupera la capacidad original y en t= 50min ya no existe cola en ninguna parte de la vía. Grafique (de manera aproximada) como varía en el tiempo (para $0 < t < 120$) la ocupación que las espiras localizadas inmediatamente aguas arriba y aguas abajo del accidente. En otros gráficos dibuje lo mismo, pero para el conteo de vehículos y para la velocidad media espacial. Asuma que un diagrama fundamental triangular rige en esta vía.

4) Ud. es parte de ESPN y se le ha encargado proporcionar datos técnicos respecto al estado de tráfico de los ciclistas que participan en el Tour de Francia. Para determinar el estado de tráfico usted coloca un GPS en un ciclista que tiene una alta probabilidad de ganar la carrera y al final de la misma este ciclista pasó a 40 ciclistas y fue pasado por 12, manteniendo una velocidad constante durante toda la carrera de $35\,\frac{km}{h}$. La carrera se encuentra dividida en 4 tramos y usted ha colocado un tubo neumático en cada uno de los tramos, los tubos neumáticos se encuentran a 50 km de distancia cada uno. Tenga en cuenta que los ciclistas inician la carrera en un único pelotón el cual se va reduciendo ya que algunos ciclistas pueden quedarse rezagados o adelantarse. Para los datos recolectados en cada inciso determine si es posible conocer el estado de tráfico del área de influencia de cada tubo neumático, si la respuesta es sí, calcule el estado de tráfico y sí la respuesta es no explique la razón.

   i. En el primer tramo, el ciclista que lleva el GPS pasó a 2 ciclistas y fue pasado por 5. El conteo del primer tubo neumático fue de 150 bicicletas durante 15 minutos (incluyendo al ciclista que lleva el GPS).

   ii. En el segundo tramo, el ciclista que lleva el GPS pasó a 18 ciclistas y fue pasado por 4 ciclistas. El conteo del segundo tubo neumático fue de 120 bicicletas durante 15 minutos (incluyendo al ciclista que lleva el GPS).

   iii. En el tercer tramo, el ciclista había rebasado a 20 ciclistas más y fue rebasado por 3 más. Durante el paso del ciclista por el tubo neumático este estuvo dañado, pero pudo ser arreglado cuando este ya estaba en el último tramo, sin embargo, contó a los ultimo 20 ciclistas (rezagados) de la carrera durante 5 minutos.

   iv. Cerca del final de la carrera, en el cuarto tramo, el ciclista que lleva el GPS aún se mueve a $35\,\frac{km}{h}$ pero no pasó ni fue pasado por nadie ya que va primero y cada vez se aleja más del pelotón de ciclistas que lo persiguen. El conteo reportado por él cuarto tubo neumático cuando el pelotón de ciclistas perseguidores pasó por ese punto es de 100 bicicletas durante 20 minutos.

5) Para determinar el estado de tráfico de una vía Ud. recorre un tramo de 2 km en bicicleta a $20\frac{km}{h}$ en sentido contrario al flujo de vehículos. En ese trayecto, se cruza con 200 vehículos, la mitad de los cuales corresponde a autos y la otra mitad a buses. Un conductor profesional contratado por Ud. recorre el mismo tramo a favor del sentido de tráfico a $50\frac{Km}{h}$, por lo que lo adelantan 12 autos y él adelanta a 16 buses. Determine la velocidad de los autos y la de los buses, así como el estado de tráfico de toda la vía. ($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{v_a = 80\frac{km}{h}}$; $\boldsymbol{v_b = 30\frac{km}{h}}$)

6) En una intersección semaforizada que tiene un ciclo de 60 segundos existe un movimiento en el cual los vehículos pueden seguir derecho o girar a la izquierda. La cantidad de vehículos que pueden girar a la izquierda (capacidad) es de $3\frac{vehículos}{ciclo}$. La demanda de vehículos que quieren girar a la izquierda es un proceso Poisson con media de 200 vehículos/hora. Si los vehículos que no avanzan a girar a la izquierda deciden seguir derecho ¿Cuál es la cantidad esperada de ciclos en una hora en los cuales todos los vehículos que desean girar a la izquierda lo pueden hacer? ($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{34\ ciclos}$)

7) En una vía de 10 km, dividida en 10 tramos de un km, circulan vehículos que están ubicados espacialmente en cada tramo según una distribución de Poisson. En un cierto momento del día, en los primeros 4 km se registra una densidad promedio de $40\frac{veh}{km}$ y en los 6 km restantes se registra una densidad promedio de $50\frac{veh}{km}$. Determine:

   i. La probabilidad de que en cada km por lo menos se encuentren 35 vehículos. ($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{39.6\%}$)
   ii. La probabilidad de que al menos en un tramo de un km exista una densidad mayor o igual a $60\frac{veh}{km}$. ($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{56.1\%}$)

8) Una flota de 20 camiones llega a una terminal a cargar sus embarques entre las 09:00:00 y las 10:00:00. Cada camión permanece en la terminal sólo 6 minutos, y la probabilidad de que un camión llegue en cualquier instante de ese periodo es uniforme. Si se quiere que el 95% de las veces ningún camión haga fila de espera, ¿cuántas plataformas de carga debería tener la terminal? ($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{4\ plataformas}$)

9) Durante el invierno de un año se han contado diariamente la cantidad de vehículos que desean cruzar la frontera entre Chile y Argentina por el paso Los Libertadores. Luego de tabular los datos y ajustar los mismos a una distribución normal se encuentra que la media es de μ = 34848.4 vehículos con una desviación estándar σ = 2566.2 vehículos. Además, se ha recolectado datos de la cantidad de horas que nieva al día durante el invierno y se determinó que esta variable distribuye uniforme con un valor mínimo de 1 hora y un máximo de 15 horas.

   i. ¿Es adecuado el uso de las distribuciones propuestas para los fenómenos descritos?
   ii. En base a las distribuciones ajustadas, determine la probabilidad de que más de 38000 vehículos deseen cruzar la frontera.($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{11\%}$)
   iii. Debido a las condiciones de clima extremo se está planificando mejorar el paso fronterizo, pero solo se realizarán mejoras si existe más del 30% de probabilidad de que en un día la cantidad de vehículos que desean cruzar la frontera sea mayor a 31000 y nieve por más de 8 horas al día. Considere que los eventos no están correlacionados. Determine si es necesario mejorar el paso fronterizo.

10) El viaje que realiza una persona todos los días hacia su trabajo está compuesto por tres etapas. La persona ha recolectado los datos de su viaje durante 150 días y ha ajustado una distribución normal para el tiempo de viaje en cada etapa. En la primera etapa es pasajero de un taxi colectivo el cual tiene una duración media de 15 minutos y una desviación estándar de 7 minutos. Luego, viaja en metro y en este modo demora en promedio 45 minutos con una desviación estándar de 2 minutos. Finalmente, realiza una caminata que dura en promedio 7 minutos con una desviación estándar de 3 minutos. ¿Cuánto tiempo en promedio dura todo su viaje y cuál es la desviación estándar del mismo? ($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{67min}$; $\boldsymbol{7.87min}$)

11) Al realizar un estudio de velocidad en una autopista usted determina que la velocidad es una variable aleatoria que distribuye normal con media $57\frac{km}{h}$ y una desviación estándar de $7.6\frac{km}{h}$. ¿Cuál es la velocidad por debajo de la cual se encuentra el 85% de los vehículos? $\left(\boldsymbol{R}: \boldsymbol{v = 64.9\frac{km}{h}}\right)$

12) Se cuenta la cantidad de buses que pasan por un punto en periodos de 15 minutos. La siguiente tabla presenta la cantidad de periodos de 15 minutos en que se observó pasar cierta cantidad de buses.

Número de buses	Frecuencia
0	49
1	78
2	57
3	38
4	12
5	6
6 o más	0

i. Ajuste una distribución Poisson a los datos recolectados, calculando cuanto sería la frecuencia teórica para cada clase de acuerdo a esa distribución.

ii. El pago que recibe el operador por ese recorrido es $P = 10 \cdot IF$ millones de pesos, donde IF es un indicador de frecuencia que corresponde al porcentaje de cumplimiento de la frecuencia mínima exigida (es decir, la proporción del tiempo que cumple con al menos esa frecuencia). Si la frecuencia mínima exigida es de $12\,\frac{bus}{h}$, utilizando la distribución ajustada en i. determine cuanto recibirá el operador por este recorrido. **($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{2\,170\,000\ CLP}$)**

13) El Ministerio de Transporte desea reducir la cantidad de muertes debido a siniestros viales en las autopistas del país mediante dispositivos fijos de control de velocidad. Se colocará dispositivos de control de velocidad en aquellas autopistas donde exista una alta probabilidad de que los vehículos excedan el límite de velocidad. Para esto, se ha solicitado a las concesionarias de las autopistas los reportes de TAG. Para un tramo de la autopista central, la siguiente tabla muestra el tiempo en segundos que demoraron los vehículos en pasar por dos pórticos consecutivos, los cuales se encuentran a 17 km de distancia. El límite de velocidad de la autopista es de $120\,\frac{km}{h}$.

Tiempo (s)	Frecuencia
<360	0
360 – 420	44
420 – 480	100
480 – 540	182
540 – 600	190
600 – 660	240
660 – 720	200
720 – 780	175
780 – 840	90
840 - 900	50
>900	0

i. Ajuste una distribución normal a los datos presentados.

ii. Si la probabilidad de que los autos vayan a más de 120 km/h es mayor que 0.1 entonces se colocará un sensor de velocidad fijo. Determine si se coloca o no un sensor en esta vía.

iii. El valor económico de la multa por exceder el límite de velocidad depende de cuantos $\frac{km}{h}$ los vehículos han excedido el límite. Existen los siguientes 3 intervalos: 1 UF si excede entre 5 y 10 $\frac{km}{h}$, 2 UF si excede entre 10 y 15 $\frac{km}{h}$ y 5 UF si excede en más de 15 $\frac{km}{h}$. ¿Cuál es la cantidad esperada de dinero que se pagará en multas en esta vía en una hora si el flujo es de $3500\,\frac{veh}{h}$? ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{1479.3\ UF}$)

14) Un vehículo de transporte público recorre 5 paradas las cuales se encuentran equidistantes. La siguiente tabla indica la cantidad de pasajeros que suben-a y bajan-de un vehículo de transporte público en cada parada.

Parada	Suben-a	Bajan-de
1	10	0
2	30	5
3	60	10
4	20	40
5	0	65

i. Calcule el factor de ocupación promedio. $\left(\boldsymbol{R}: \mathbf{39}\frac{\boldsymbol{pax}}{\boldsymbol{parada}}\ \boldsymbol{o}\ \mathbf{48.8}\frac{\boldsymbol{pax}}{\boldsymbol{tramo}}\right)$

ii. ¿Entre que paradas se encuentra más cargado el vehículo y cuál es esa carga? ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{85}\ \boldsymbol{pax}$)

15) La siguiente función representa la cantidad de pasajeros que se suben a un vehículo de transporte público en el paradero p: $n_s^{pax} = 10\ \cdot p, p = 1,2,\ldots,5$. En las paradas 2 a la 5 se bajan 10 pasajeros en cada una de ellas. En la sexta parada (final del recorrido) se baja el resto de los pasajeros.

i. Determine cuantos pasajeros se suben a este vehículo**.** ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{150}\ \boldsymbol{pax}$)

ii. Grafique el perfil de carga de este vehículo y calcule el factor de ocupación promedio. $\left(\boldsymbol{R}: \mathbf{50}\frac{\boldsymbol{pax}}{\boldsymbol{tramo}}\right)$

iii. Si $C_s = 50\ pax$ y $C_p = 80\ pax$. ¿Qué categorías de ocupación de vehículo anotaría un observador ubicado a la salida de cada parada?

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE TRANSPORTE Y LOGÍSTICA
ICT 2223 – Modelos de Tráfico.
Profesor: Juan Carlos Herrera.
Ayudante: Diego Guamán.

Ejercicios Resueltos del Capítulo 4

1) Un corredor exclusivo para buses cuenta con una espira cuyo largo es 1m. Gracias al GPS de los buses se sabe que por esa vía circula un flujo de $150\frac{buses}{h}$. Los buses tienen un largo 12 m y una velocidad de $50\frac{km}{h}$. Se sabe que el corredor es invadido por vehículos particulares que tienen un largo de 4.5 m y circulan a $50\frac{km}{h}$. La ocupación que reporta la espira es de 0,0885. ¿Cuál es el flujo de vehículos que invaden la pista? $\left(R\text{: }450\frac{veh}{h}\right)$

La ocupación se define como:

$$\rho = \frac{\sum_i \tau_i}{T}$$

En este ejercicio i puede ser autos o buses. Además, si definimos el tiempo T igual a una hora, entonces la cantidad de buses que pasaron sobre la espira (N_{bus}) es:

$$N_{bus} = q_{bus} \cdot 1\ hora = 150\ buses$$

De igual forma para los autos:

$$N_{auto} = q_{auto} \cdot 1\ hora = q_{auto}\ autos$$

Para este ejercicio todos los buses son iguales y todos los autos son iguales, por tanto:

$$\rho = \frac{N_{bus} \cdot \tau_{bus} + N_{auto} \cdot \tau_{auto}}{1\ hora}$$

Si transformamos el tiempo de horas a segundos:

$$\rho = \frac{N_{bus} \cdot \tau_{bus} + N_{auto} \cdot \tau_{auto}}{3600} \qquad EC.1$$

Por otra parte, el tiempo que cada bus (τ_{bus}) o auto (τ_{auto}) ocupa la espira es:

$$\tau_{bus} = \frac{L_{bus} + l_{espira}}{v_{bus}} = \frac{\frac{12+1}{1000}}{50} = 0.936\ s$$

$$\tau_{auto} = \frac{L_{auto} + l_{espira}}{v_{auto}} = \frac{\frac{4.5+1}{1000}}{50} = 0.396\ s$$

Reemplazando estos valores en la ecuación 1:

$$\rho = \frac{N_{bus} \cdot 0.936 + N_{auto} \cdot 0.396}{3600}$$

$$0.0885 = \frac{150 \cdot 0.936 + q_{auto} \cdot 0.396}{3600}$$

$$q_{auto} = 450\frac{veh}{h}$$

12) Se cuenta la cantidad de buses que pasan por un punto en periodos de 15 minutos. La siguiente tabla presenta la cantidad de periodos de 15 minutos en que se observó pasar cierta cantidad de buses.

Número de buses	Frecuencia
0	**49**
1	**78**
2	**57**
3	**38**
4	**12**
5	**6**
6 o más	**0**

iii. Ajuste una distribución Poisson a los datos recolectados, calculando cuanto sería la frecuencia teórica para cada clase de acuerdo a esa distribución.

La distribución de Poisson es:

$$P[X = N] = \frac{m^N \cdot e^{-m}}{N!}$$

Donde m es la cantidad promedio de eventos:

$$m = \frac{0 \cdot 49 + 1 \cdot 78 + 2 \cdot 57 + 3 \cdot 38 + 4 \cdot 12 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 0}{49 + 78 + 57 + 38 + 12 + 6 + 0} = \frac{384}{240} = 1.6 \frac{buses}{15\ minutos}$$

$$P[X = N] = \frac{1.6^N \cdot e^{-1.6}}{N!}$$

Número de buses (N)	$P[X = N]$	Frecuencia teórica
0	0.202	49
1	0.323	78
2	0.258	62
3	0.138	33
4	0.055	13
5	0.018	4
6 o más	0.006	1

iv. El pago que recibe el operador por ese recorrido es $P = 10 \cdot IF$ millones de pesos, donde IF es un indicador de frecuencia que corresponde al porcentaje de cumplimiento de la frecuencia mínima exigida (es decir, la proporción del tiempo que cumple con al menos esa frecuencia). Si la frecuencia mínima exigida es de $12 \frac{bus}{h}$, utilizando la distribución ajustada en i. determine cuanto recibirá el operador por este recorrido. (R: $2\ 170\ 000\ CLP$)

La frecuencia mínima de $12 \frac{bus}{h}$ es igual a $3 \frac{buses}{15\ minutos}$

La probabilidad de por lo menos pasen $3 \frac{buses}{15\ minutos}$ es:

$$P = 10(P[X = 3] + P[X = 4] + P[X = 5] + P[X \geq 6])$$
$$P = 10\ (0.138 + 0.055 + 0.018 + 0.006) = 10 \cdot 0.217 = 2\ 170\ 000\ CLP$$