PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE TRANSPORTE Y LOGÍSTICA
ICT 2223 – Modelos de Tráfico.
Profesor: Juan Carlos Herrera.
Ayudante: Diego Guamán.

Guía de Ejercicios del Capítulo 2

1) En una fotografía aérea se observa un tramo plano de una autopista en la cual existe una densidad de $50\frac{veh}{km}$ de los cuales el 30% de vehículos son camiones y el 70% son autos. Los camiones tienen una velocidad de $40\frac{km}{h}$ y los autos de $60\frac{km}{h}$. En otro tramo de la autopista existe una pendiente en la cual los camiones y autos reducen su velocidad a $25\frac{km}{h}$ y $52.5\frac{km}{h}$ respectivamente. Si en la autopista no hay entradas ni salidas y el flujo de vehículos en el tramo plano es igual al tramo con pendiente. Determine:

   i. El flujo de vehículos. $\left(\mathbf{R}: \boldsymbol{2700\frac{veh}{h}}\right)$
   ii. La densidad de vehículos en la pendiente. **(R:64 veh/km)**
   iii. El porcentaje de camiones que se vería en una fotografía aérea en el tramo con pendiente. **(R:37.5%)**
   iv. El porcentaje de camiones que observaría un observador temporal en el tramo con pendiente. **(R:22.2%)**

2) En una bodega secundaria de Mercado Libre los paquetes se descargan de los camiones de acercamiento en un punto A cada 4 segundos, sobre una banda transportadora de largo L m. Esta banda transportadora culmina en un punto B, donde un operador se encarga de clasificar los paquetes destinados a las comunas de Santiago y aquellos que deben ser enviados a otras regiones. Los paquetes destinados a Santiago y a regiones se colocan inmediatamente en bandas transportadoras de largo L_s m y L_r m respectivamente. Sí se conoce que dos tercios del total de paquetes van a Santiago responda:

   i. ¿Cuál es el flujo de cajas en cada banda transportadora? $\left(\mathbf{R}: \boldsymbol{q_s = 600\frac{cajas}{h}, q_r = 300\frac{cajas}{h}}\right)$
   ii. Sí $2 \cdot L = L_s = L_r$ y se desea que en todo momento exista el mismo número de cajas en L_s y L_r y el doble en L_1. ¿Cómo están relacionadas la velocidad de las tres bandas transportadoras? $\left(\mathbf{R}: \boldsymbol{v_s = \frac{8}{3}v, v_r = \frac{4}{3}v}\right)$

3) En una vía existe una relación triangular entre el flujo q y la densidad k cuyos parámetros son: $V_f = 100\frac{km}{h}, k_j = 360\frac{veh}{km}, q_{max} = 6000\frac{veh}{h}$.

   i. Dibuje el diagrama fundamental e indique los parámetros más importantes. Además, encuentre la expresión analítica de las relaciones v-k y q-k para esta vía. $\left(\boldsymbol{R}: \boldsymbol{k_c = 60\frac{veh}{km}, w = -20\frac{km}{h}}\right)$
   ii. Si se observa que en esta vía los vehículos tienen una velocidad media espacial de $40\frac{km}{h}$, calcule el flujo y la densidad de ese estado de tráfico. $\left(\boldsymbol{R}: \boldsymbol{k = 120\frac{veh}{km}, q = 4800\frac{veh}{h}}\right)$
   iii. ¿Cuántas pistas tiene la vía? y ¿cuáles son los parámetros del diagrama fundamental de esta vía si tuviera n pistas? $\left(\mathbf{R}: \boldsymbol{3\ pistas, v_f = 100\frac{km}{h}, k_j = 120 \cdot n\frac{veh}{km}, q_{max} = 2000 \cdot n\frac{veh}{h}}\right)$
   iv. ¿Qué tipo de vehículos usted esperaría que sean la mayor parte de este flujo (motocicletas, autos, camiones, buses)? Justifique su respuesta. **(R: autos)**

4) En una vía de dos pistas circulan camiones y autos. Los camiones lo hacen solo en la pista derecha, en la cual rige la relación $v(k) = 60 \cdot \left(1 - \frac{k}{80}\right)$. Por su parte, los autos utilizan solo la pista izquierda, la cual se rige por la relación $v(k) = 80 \cdot \left(1 - \frac{k}{160}\right)$. En ambos casos la velocidad esta expresada en $\frac{km}{h}$ y la densidad en $\frac{veh}{km}$. Determine el flujo de la vía, si en una fotografía aérea que abarca 2 km se observan 80 vehículos en total, de los cuales un 60 % corresponde a autos. $\left(\boldsymbol{R}: \boldsymbol{2400\frac{veh}{h}}\right)$

5) En las siguientes figuras se presentan dos alternativas de diagramas fundamentales (Vs-k) para una vía de una pista.

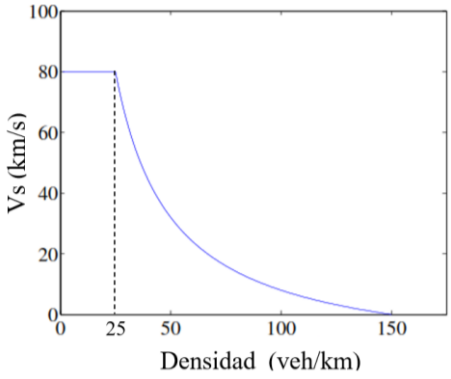


Figura: Alternativa 1

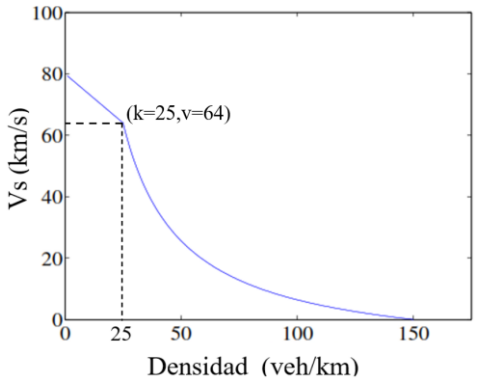


Figura: Alternativa 2

i. Dibuje el diagrama fundamental q-k para la Alternativa 1 y calcule todos sus parámetros.
ii. En el mismo diagrama del inciso anterior dibuje el diagrama fundamental q-k para la Alternativa 2. Explique el motivo de las diferencias entre los dos diagramas q-k y que implica esto para la capacidad de la vía.

6) Mediante el uso de los pórticos de TAG se calculó la velocidad de recorrido de todos los vehículos en un tramo de autopista de 3 km, sin ninguna entrada o salida intermedia, durante 15 minutos. La siguiente tabla presenta los resultados:

v_{rec} (km/h)	Número de vehículos
70	35
75	45
80	70
85	60
90	50

i. Calcule el flujo, densidad y velocidad media espacial para este tramo de autopista durante los 15 minutos para los cuales se disponen de datos. $\left(\boldsymbol{k = 12.95\frac{veh}{km}, q = 1040\frac{veh}{h}, v = 80.33\frac{km}{h}}\right)$
ii. Suponga que hay una salida a un kilómetro del comienzo del tramo. 50 vehículos que circulaban a $40\frac{km}{h}$, adicionales a los de la tabla, tomaron esa salida. Calcule lo mismo de la parte i. pero incluyendo los nuevos vehículos. $\left(\boldsymbol{k = 14.61\frac{veh}{km}, q = 1106.7\frac{veh}{h}, v = 75.74\frac{km}{h}}\right)$

7) Se tiene una pista circular de 2 km de largo. Un vehículo ingresa a la pista en t = 0, seguido por 15 vehículos que ingresan uniformemente cada 4 segundos. Los 16 conductores recorren la primera vuelta a 60 km/h y la segunda a 30 km/h. Luego siguen alternando entre ambas velocidades.

i. Determine el flujo, la densidad y la velocidad media espacial utilizando definiciones generalizadas. $\left(\boldsymbol{R: k(A) = 8\frac{veh}{km}\ ;\ q(A) = 320\frac{veh}{h};\ v(A) = 40\frac{km}{h}}\right)$
ii. Calcule la velocidad media temporal. $\left(\boldsymbol{v_t = 45\frac{km}{h}}\right)$

8) Se le ha contratado para llevar a cabo un estudio de movilidad, el cual requiere el conocimiento del flujo de bicicletas en una ciclovía. Para ello, usted recorrió 10 km en bicicleta por la ciclovía en una dirección y luego regresó por la vereda los mismos 10 km en sentido contrario al flujo de bicicletas. Durante el trayecto de ida, empleó 40 minutos y fue adelantado por 200 bicicletas más de las que adelantó. En el retorno, tardó 60 minutos y pasaron frente a usted 700 bicicletas

i. Con los datos recolectados y asumiendo que el estado de tráfico de la ciclovía se mantiene constante durante todo el tiempo, calcule el flujo de la ciclovía. $\left(\boldsymbol{R: 540\frac{bicicletas}{h}}\right)$
ii. Determine si al regresar a su oficina aún se mantenía el mismo estado de tráfico. **(R: No se mantiene)**

9) En una autopista de tres pistas circula libremente un flujo de $1000\,\frac{veh}{h}$. A las 12:30:00, una protesta bloquea las tres pistas en x=10 km. A las 12:40:00 en x=5 km, se registra que el flujo aumenta a $2500\,\frac{veh}{h}$ y sigue en condiciones de flujo libre. Después de 20 minutos de negociación desde el inicio del bloqueo, es decir, a las 12:50:00, las autoridades logran que los manifestantes liberen una de las tres pistas tomadas. Treinta minutos después, a las 13:20:00, los manifestantes se retiran del lugar y la vía recupera su capacidad original. Asuma que en cada una de las tres pistas de la Ruta 5 Norte rige una relación triangular con $q_{max} = 2100\,\frac{veh}{h}, v_f = 100\ \frac{km}{h}\ y\ k_j = 126\ \frac{veh}{km}$.

   i. Represente la situación descrita en un diagrama x-t e incluya los estados de tráfico en el diagrama fundamental de la vía junto con las ondas que se generan.
   ii. Determine la cantidad total de vehículos afectados por esta protesta, el largo máximo de cola, ¿hasta qué punto llego la cola hacia aguas arriba? ¿cuánto tiempo existe cola? ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{2225}\ \boldsymbol{veh}, \mathbf{2.86}\ \boldsymbol{km}, \mathbf{6.89}\ \boldsymbol{km}, \mathbf{59}\boldsymbol{min}\ \boldsymbol{y}\ \mathbf{19}\ \boldsymbol{s}$)
   iii. Si 2 km aguas abajo de la protesta, la autopista se reduce a 2 pistas, determine a qué hora esta reducción de pistas es un cuello de botella activo. ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{13}:\mathbf{21}:\mathbf{12}$)

10) A 60m (aguas arriba) de una intersección semaforizada, se están realizando trabajos de reparación en 2 de las 4 pistas. Los trabajos se extienden por 50m (ver Figura). Suponga que, entre el inicio de los trabajos y la intersección semaforizada, las cuatro pistas pueden usarse. A la intersección semaforizada desean llegar $3150\,\frac{veh}{h}$. El semáforo de la intersección tiene un tiempo de rojo de 60 segundos y el tiempo de verde es suficiente para que la cola se disipe por completo. A lo largo de esta pregunta, suponga un diagrama fundamental triangular ($q_{max} = 1800\,\frac{veh}{h}$, $v_f\ = 90\ km/h$ y $k_j = 140\,\frac{veh}{km}$).

   i. En el mismo gráfico, dibuje el diagrama fundamental para las 4 pistas y el diagrama fundamental para dos pistas con todos sus parámetros.
   ii. Utilice un diagrama x − t para representar esta situación, comenzando en el momento en que el semáforo se pone rojo y terminando en el momento en el cual un vehículo que no se integra a la cola cruza por la intersección. Incluya en el diagrama x − t las ondas y estados de tráfico que se generan. Identifique esos estados de tráfico en el diagrama fundamental.
   iii. A partir de lo anterior determine: el tiempo de verde que debería tener el semáforo para que todos los vehículos de la cola crucen la intersección sin tener que detenerse nuevamente, el tiempo que existe cola, el número total de vehículos afectados, el largo de cola máximo (en km y en veh) y el tiempo promedio que los vehículos pasan en cola. ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{285.6}\ \boldsymbol{s},\ \mathbf{341.2}\ \boldsymbol{s},\ \mathbf{302.4}\ \boldsymbol{veh}, \mathbf{126.6}\ \boldsymbol{m\ o}\ \mathbf{56.9}\ \boldsymbol{veh}$)
   iv. Para la situación descrita, grafique la curva acumulada que construiría un observador inmediatamente aguas debajo de la intersección semafórica. Dada la demanda (3150 veh/h), grafique la curva virtual que se vería inmediatamente aguas debajo de la intersección semafórica si no existiera semáforo ni trabajos en la vía. A partir de este gráfico, determine el tiempo que existe exceso de acumulación y el número total de vehículos afectados. Compare lo anterior con los valores encontrados en la parte iii) y comente en base a las diferencias y similitudes detectadas. ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{345.6}\ \boldsymbol{s}, \mathbf{302.4}\ \boldsymbol{veh}$)

11) Una vía inicialmente tiene dos pistas hasta un punto x_0, a partir del cual, hacia aguas abajo, la vía se reduce a una pista. El flujo de demanda de la vía es de $q_a\,\frac{veh}{h}$. En (x_1, t_1), se produce un accidente que reduce la capacidad de la pista a la mitad durante t minutos, donde, x_1 se encuentra aguas debajo de x_0. En cada pista de la vía rige el mismo diagrama fundamental triangular con un flujo máximo por pista de $q_{max}\,\frac{veh}{h}$. Para los siguientes casos represente en un diagrama x-t el estado de tráfico de la vía hasta que la cola de vehículos desaparece por completo. Incluya en el diagrama fundamental de la vía todos los estados de tráfico.

   i. $q_a < \frac{q_{max}}{2}$.
   ii. $\frac{q_{max}}{2} < q_a < q_{max}$.
   iii. $q_a = q_{max}$.
   iv. $q_{max} < q_a < 2q_{max}$. ($Para\ este\ literal\ considere\ que\ antes\ de\ t_0\ (t = 0)\ \ la\ demanda\ es\ 0\,\frac{veh}{h}\ y\ luego\ q_a$)

12) En una vía circulan vehículos a $105\,\frac{km}{h}$ en condiciones de flujo libre. A las 14:00:00 un vehículo sufre un desperfecto y debe reducir su velocidad a $24\,\frac{km}{h}$. Debido a que los vehículos no pueden adelantar, se genera una onda de choque con velocidad $u_s = -10\,\frac{km}{h}$. Suponga que el vehículo sale de la vía a las 14:05:00 y exactamente 10 minutos después desaparece la cola que se había formado. En la vía rige un diagrama fundamental triangular con capacidad máxima de $2100\,\frac{veh}{h}$. Determine:

   i. La velocidad de la onda que se genera cuando el vehículo dañado sale de la vía. $\left(\boldsymbol{R}: \boldsymbol{-17\,\frac{km}{h}}\right)$
   ii. El largo máximo de la cola. ($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{17/6\ km}$)
   iii. El número de vehículos afectados o retrasados por el desperfecto del vehículo. ($\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{512\ veh}$)
   iv. Si el desperfecto ocurrió en x=0 km, grafique la curva N-t que vería un observador en x=1 km. Señale claramente los flujos.

13) En una vía de dos pistas circulan libremente $3000\,\frac{veh}{h}$. En la vía rige el diagrama fundamental descrito por $q(k) = \min\,(100 \cdot k; 4640 - 16 \cdot k)$. En t=0 se cierra un túnel el cual es parte de la vía, los vehículos se detienen completamente en la entrada del túnel. El túnel permanece cerrado por 30 minutos y este tiene una longitud de 5 km.

   i. Suponga que después de los 30 minutos se habilitan las dos pistas que ingresan al túnel. Grafique que esta situación en un diagrama x-t, identificando en el diagrama fundamental los estados de tráfico que se originan.
   ii. Determine la extensión de la cola máxima (en distancia y cantidad de vehículos), hasta donde llega la cola, ¿A qué hora desaparece completamente la cola? y ¿Cuantos vehículos se vieron afectados por este cierre? $\left(\boldsymbol{R}: \boldsymbol{1673\ veh}, \boldsymbol{\frac{600}{29}\ km}, \boldsymbol{\frac{52}{29}\ h}, \boldsymbol{6000\ veh}\right)$
   iii. Ahora, suponga que en lugar de habilitar las dos pistas luego de 30 minutos, por seguridad, se habilitará solamente una pista. Además, una patrulla de policías es el primer vehículo en ingresar y circula a 20 km/h hasta salir del túnel. Al final del túnel, la patrulla se retira del camino y a partir de ese mismo instante los autos que ingresen al túnel pueden utilizar ambas pistas, grafique la situación descrita en un diagrama x-t identificando claramente en el diagrama fundamental de la vía todos los estados de tráfico. Indique en su diagrama x-t cuando desaparece la cola.

14) En una vía de dos pistas se registran accidentes que involucran vehículos y peatones. El tramo donde se registran accidentes se encuentra entre x_1 y x_2 donde, x_2 se encuentra aguas debajo de x_1. Para reducir la tasa de mortalidad de los accidentes se propone que, en ese tramo, la velocidad de los vehículos disminuya a $v_B\,\frac{km}{h}$. La vía tiene un diagrama fundamental triangular con flujo máximo igual a $q_{max}\,\frac{veh}{h}$ y velocidad a flujo libre $v_f\,\frac{km}{h}$. A la vía llegan $q_A\,\frac{veh}{h}$ en condiciones de flujo libre desde $t = t_0$ y se mantiene durante T minutos, el resto de tiempo no llegan vehículos a la vía.

   Para los siguientes casos represente en un diagrama x-t los resultados de la política de reducción de velocidad. Incluya en el diagrama fundamental de la autopista todos los estados de tráfico.

   i. El estado de tráfico que tiene velocidad v_B tiene un flujo q_B tal que $0 < q_B < q_A$.
   ii. El estado de tráfico que tiene velocidad v_u tiene un flujo q_B tal que $0 < q_A < q_B$.

15) Critique el siguiente modelo de seguimiento vehicular:

$$a_n(t) = \lambda_n \cdot \left(v_n(t) - v_{n-1}(t)\right)$$

$$\lambda_n = \frac{\sum_{i=n+1}^{n+5} \alpha_i \cdot v_i(t)}{x_n(t) - x_{n+1}(t)}$$

   Donde, $x_n(t), v_n(t)\ y\ a_n(t)$ es la ubicación, velocidad y aceleración del vehículo n en t y α_i es el headway del vehículo i con respecto al vehículo n.

16) La trayectoria de un vehículo (etiquetado $n = 0$) está dada por la siguiente expresión (donde el tiempo t está expresado en segundos y la posición x está expresada en metros):

$$x_0 = \begin{cases} 220 + \frac{t^2}{4} & si\ 0 \le t < 10, \\ 195 + 5t & si\ 10 \le t < 26, \\ \frac{845}{3} + \frac{5t^3}{2028} & si\ 26 \le t < 52, \\ -\frac{5291}{3} + 72t - \frac{t^2}{2} & si\ 52 \le t < 72\ , \\ \frac{2485}{3} & si\ 72 \le t < 10 \end{cases}$$

En la Tabla 1 se encuentran la posición y velocidad inicial para cada uno de los siguientes 10 vehículos ($x_n(0)$ y $v_n(0)$, respectivamente). Suponga que todos los vehículos tienen las mismas características, las cuales son $a_n = 1.5\frac{m}{s^2}, b_n = -2\frac{m}{s^2}, s_{n-1} = 5\ m, V_n = 20\frac{m}{s}$ y $\hat{b} = -2.5\frac{m}{s^2}$.

Tabla 1 Posición inicial y velocidad inicial de cada vehículo.

n	$x_n(0)$ **m**	$v_n(0)\ \frac{m}{s}$
1	200	5
2	183	6
3	170	5
4	155	3
5	130	5
6	100	10
7	70	9
8	55	15
9	35	6
10	0	12

i. Usando el modelo de seguimiento vehicular propuesto por Gipps, determine la trayectoria de los siguientes 10 vehículos. Grafique las 11 trayectorias (para $n = 0, 1, 2, \dots, 10$) desde $t = 0$ hasta $t = 100$ segundos. Utilice $\tau = \frac{2}{3}$ segundos.

ii. En base a las trayectorias encontradas en i, grafique el perfil de velocidad ($v(t)$) y de aceleración ($a(t)$) de los 11 vehículos. Determine con qué velocidad se propaga la detención que sufre el vehículo $n = 0$ en $t = 72$. Explique como realiza este cálculo. ¿Le parece razonable este valor?

iii. Suponga que se tienen las siguientes consideraciones:

- El vehículo 4 tiene una muy alta capacidad de frenado en comparación con el resto. Su máxima tasa de desaceleración es el doble del resto de los vehículos.
- El conductor del vehículo 6 sub estima a la mitad la real capacidad de frenado del vehículo que lo antecede.
- El conductor del vehículo 7 es muy cauteloso y no está dispuesto a circular a más de 12 m/s.

Incluya estas consideraciones en el modelo, explicando claramente que parámetros afectan. Grafique las nuevas trayectorias y comente si se observan cambios respecto a la situación original. En ese caso, le parecen razonables/esperables esos cambios?

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE TRANSPORTE Y LOGÍSTICA
ICT 2223 – Modelos de Tráfico.
Profesor: Juan Carlos Herrera.
Ayudante: Diego Guamán.

Ejercicios Resueltos del Capítulo 2

4) En una vía de dos pistas circulan camiones y autos. Los camiones lo hacen solo en la pista derecha, en la cual rige la relación $v(k) = 60 \cdot \left(1 - \frac{k}{80}\right)$. Por su parte, los autos utilizan solo la pista izquierda, la cual se rige por la relación $v(k) = 80 \cdot \left(1 - \frac{k}{160}\right)$. En ambos casos la velocidad esta expresada en $\frac{km}{h}$ y la densidad en $\frac{veh}{km}$. Determine el flujo de la vía, si en una fotografía aérea que abarca 2 km se observan 80 vehículos en total, de los cuales un 60 % corresponde a autos. $\left(R: 2400 \frac{veh}{h}\right)$

Densidad de autos y camiones:

$$k_a = \frac{80\ veh \cdot 0.6}{2\ km} = 24 \frac{veh}{km}$$
$$k_c = \frac{80\ veh \cdot 0.4}{2\ km} = 16 \frac{veh}{km}$$

Diagramas fundamentales de cada pista:

$$q(k_a) = 80 \cdot k_a \cdot \left(1 - \frac{k_a}{160}\right)$$
$$Sí\ k_a = 24 \frac{veh}{km}\ entonces\ q(k_a) = 1632 \frac{veh}{h}$$

$$q(k_c) = 60 \cdot k_c \cdot \left(1 - \frac{k_c}{80}\right)$$
$$Sí\ k_c = 16 \frac{veh}{km}\ entonces\ q(k_c) = 768 \frac{veh}{h}$$

Flujo total:

$$q = q(k_a) + q(k_a) = 2400 \frac{veh}{h}$$

13) En una vía de dos pistas circulan libremente $3000 \frac{veh}{h}$. En la vía rige el diagrama fundamental descrito por $q(k) = \min(100 \cdot k; 4640 - 16 \cdot k)$. En t=0 se cierra un túnel el cual es parte de la vía, los vehículos se detienen completamente en la entrada del túnel. El túnel permanece cerrado por 30 minutos y este tiene una longitud de 5 km.

Diagrama fundamental:

$$q(k) = \min(v_f \cdot k; w \cdot k - w \cdot kj)$$

$$Por\ tanto\ los\ parámetros\ son: v_f = 100 \frac{km}{h}; w = -16 \frac{km}{h}; k_j = 290 \frac{km}{h}$$

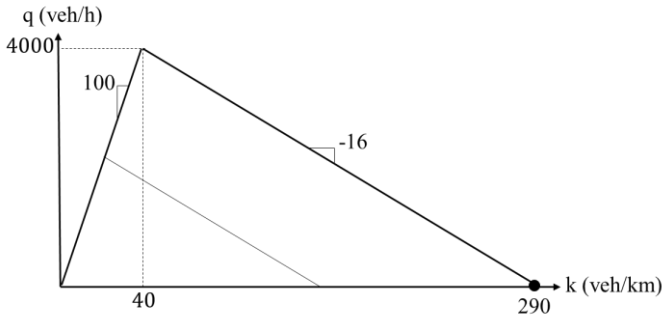
Para calcular el q_{max} igualamos el flujo de las ecuaciones de la rama a flujo libre y la rama congestionada del diagrama fundamental.

$$v_f \cdot k_c = (k_c - k_j) \cdot w$$
$$100 \cdot k_c = (k_c - 290) \cdot (-16)$$

$$k_c = 40\frac{km}{h}$$

$$q_{max} = k_c \cdot v_f$$

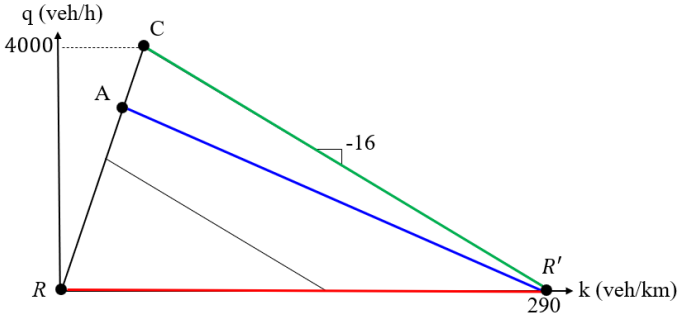
$$q_{max} = 40 \cdot 100 = 4000\frac{veh}{h}$$



iv. Suponga que después de los 30 minutos se habilitan las dos pistas que ingresan al túnel. Grafique que esta situación en un diagrama x-t, identificando en el diagrama fundamental los estados de tráfico que se originan.

Los estados de tráfico $\left(q\ en\frac{veh}{h}, k\ en\frac{veh}{km}, v\ en\frac{km}{h}\right)$ del problema se calculan utilizando las ecuaciones del diagrama fundamental:

Demanda (estado A) = $(3000, 30, 100)$
Aguas arriba del ingreso del túnel cuando está cerrado (estado R') = $(0, 290, 0)$
Aguas abaja del ingreso del túnel cuando está cerrado (estado R) = $(0, 0, 100)$
Capacidad máxima (estado C) = $(4000, 40, 100)$



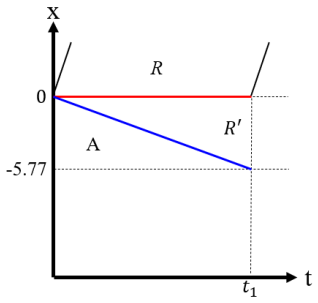
En $t_1 = 0.5\ h$ el túnel se abre generando los estados R y R', entre 0 y t_1 el final de la cola se propaga a una velocidad $u_{AR'}$.

$$u_{AR'} = \frac{q_A - q_{R'}}{k_A - k_{R'}}$$

$$u_{AR'} = \frac{3000 - 0}{30 - 290} = -\frac{150}{13}\frac{km}{h}$$

Durante al final de t_1 la cola crece x_1 hacia aguas abajo.

$$x_1 = |u_{AR'}| \cdot t_1 = \frac{75}{13}\ km$$



Debido a que se abre el túnel en t_1 los vehículos pueden entrar en el túnel a la máxima tasa posible ($q_{max} = q_C$) y por tanto se genera una onda $u_{CR'}$ que determina como varía el inicio de la cola para $t > t_1$.

$$u_{CR'} = w$$

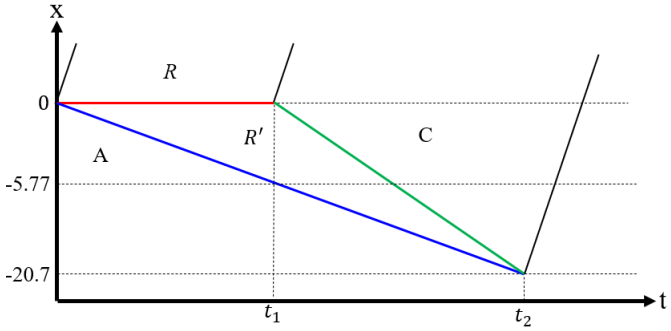
Eventualmente, el inicio y fin de la cola se encontrarán en un punto t_2, x_2 ya que $|w| > |u_{AR'}|$. Para encontrar ese punto es necesario igualar la distancia (d) que recorre la onda con velocidad w desde t_1 hasta t_2 con la distancia que recorre la onda con velocidad $u_{AR'}$ durante ese mismo tiempo más la distancia que esta ya ha recorrido desde 0 hasta t_2.

$$d = (t_2 - t_1) \cdot |w|$$
$$d = (t_2 - t_1) \cdot |u_{AR'}| + x_1$$

$$(t_2 - t_1) \cdot |w| = (t_2 - t_1) \cdot |u_{AR'}| + x_1$$
$$16 \cdot (t_2 - t_1) = \frac{150}{13}(t_2 - t_1) + \frac{75}{13}$$
$$(t_2 - t_1) = \frac{75}{58}\ h$$
$$t_2 = \frac{52}{29}\ h$$

Desde $t = 0$ hasta t_2 la onda *con velocidad* $u_{AR'}$ describe el final de la cola, por tanto, en x_2 la cola termina.

$$x_2 = u_{AR'} \cdot t_2 = \frac{600}{29}\ km$$



v. Determine la extensión de la cola máxima (en distancia y cantidad de vehículos), hasta donde llega la cola, ¿A qué hora desaparece completamente la cola? y ¿Cuantos vehículos se vieron afectados por este cierre? $\left(\boldsymbol{R}: \mathbf{1673\ veh}, \frac{\mathbf{600}}{\mathbf{29}}\ \mathbf{km}, \frac{\mathbf{52}}{\mathbf{29}}\ \mathbf{h}, \mathbf{6000\ veh}\right)$

La extensión de cola máxima se da cuando aparece la onda con velocidad w (t_1) ya que esta reduce el largo de cola por que $|w| > |u_{AR'}|$. El largo de cola en ese momento es:

$$Largo\ de\ cola\ (km) = \ x_1 = |u_{AR'}| \cdot t_1 = \frac{75}{13}\ km$$
$$Largo\ de\ cola\ (veh) = Largo\ de\ cola\ en\ (km) \cdot k_{R'}$$
$$Largo\ de\ cola\ (veh) = 1673\ veh$$

La cola llega hasta x_2 (ya lo habiamos calculado):

$$x_2 = u_{AR'} \cdot t_2 = \frac{600}{29}\ km$$

La cola desaparece en t_2 (ya lo habiamos calculado):

$$t_2 = \frac{52}{29}\ h$$

El N° de afectados es igual a la cantidad de vehículos que ingresan al estado R' por la onda con velocidad $u_{AR'}$.

$$N°\ afectados = t_2 \cdot q_A + x_2 \cdot k_A = \frac{52}{29} \cdot 3000 + 20.7 \cdot 30 = 6000\ veh$$

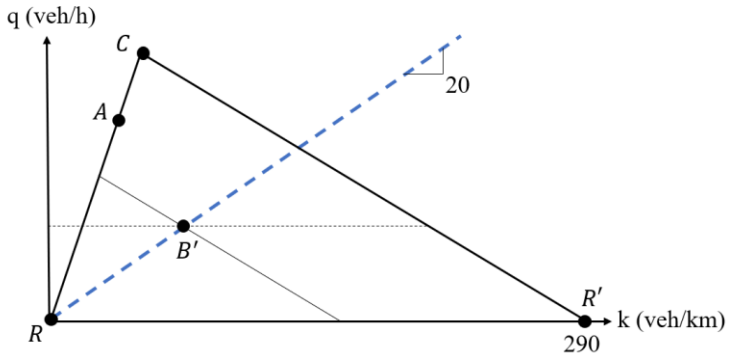
vi. Ahora, suponga que en lugar de habilitar las dos pistas luego de 30 minutos, por seguridad, se habilitará solamente una pista. Además, una patrulla de policías es el primer vehículo en ingresar y circula a 20 km/h hasta salir del túnel. Al final del túnel, la patrulla se retira del camino y a partir de ese mismo instante los autos que ingresen al túnel pueden utilizar ambas pistas, grafique la situación descrita en un diagrama x-t identificando claramente en el diagrama fundamental de la vía todos los estados de tráfico. Indique en su diagrama x-t cuando desaparece la cola.

Los estados de tráfico $\left(q\ en\ \frac{veh}{h}, k\ en\ \frac{veh}{km}, v\ en\ \frac{km}{h}\right)$ que se definen en el enunciado son:

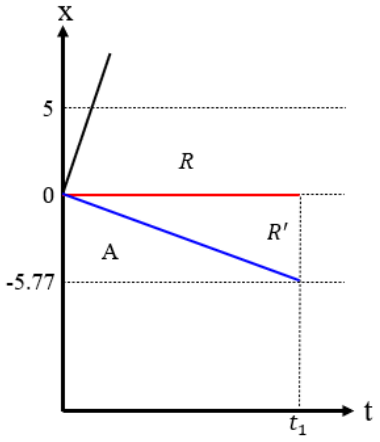
Aguas arriba del ingreso del túnel cuando está cerrado (estado R') = $(0, 290, 0)$
Aguas abajo del ingreso del túnel cuando está cerrado (estado R) = $(0, 0, 100)$
$Demanda\ (estado\ A)$: $(3000, 30, 100)$
Capacidad máxima de dos pistas (estado C) = $(4000, 40, 100)$

Además, en el enunciado se define el estado de tráfico generado por la patrulla de policía en el túnel cuando solo existe una pista en funcionamiento (estado B'). A continuación, encontramos el flujo y la densidad de este estado de tráfico, tenga en cuenta que este estado de tráfico se encuentra en el diagrama fundamental de una pista:

$$q_{B'} = v_{B'} \cdot k_{B'} \quad (Ec.\ fundamental)$$
$$q_{B'} = w \cdot \left(k_{B'} - k_{j_1\ pista}\right) \quad (Ec.\ del\ diagrama\ fundamental)$$
$$k_{B'} = 64.44\frac{veh}{km}$$
$$q_{B'} = 1288.8\frac{veh}{h}$$



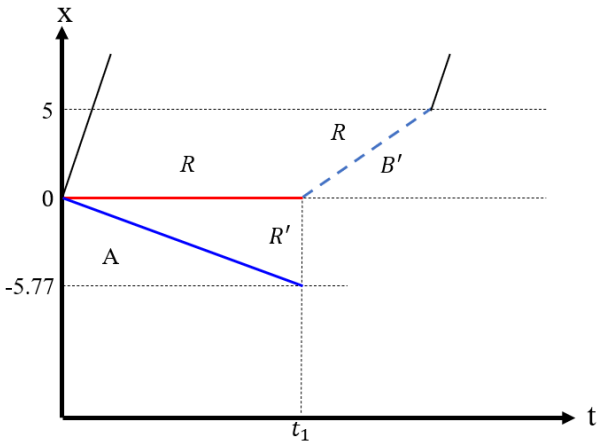
El inicio del problema es igual al de la parte i)



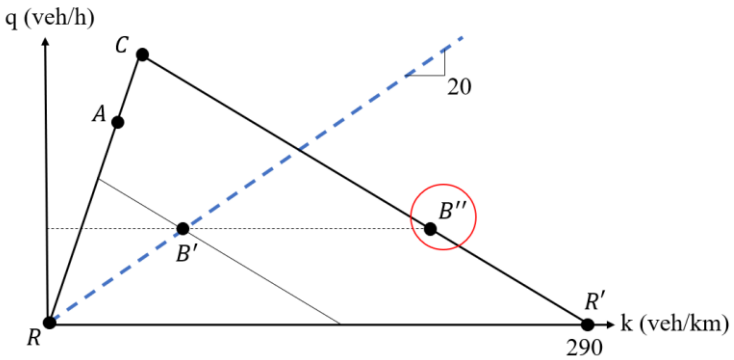
A partir de t_1 se habilita una pista en el túnel por tanto entre $0 \leq x \leq 5$ la vía tiene un diagrama fundamental de una pista.

A partir de t_1 la patrulla policial es el primer vehículo en ingresar al túnel y tiene una velocidad menor a la velocidad a flujo libre por tanto al interior del túnel y aguas arriba de la patrulla existe un estado de tráfico B'.

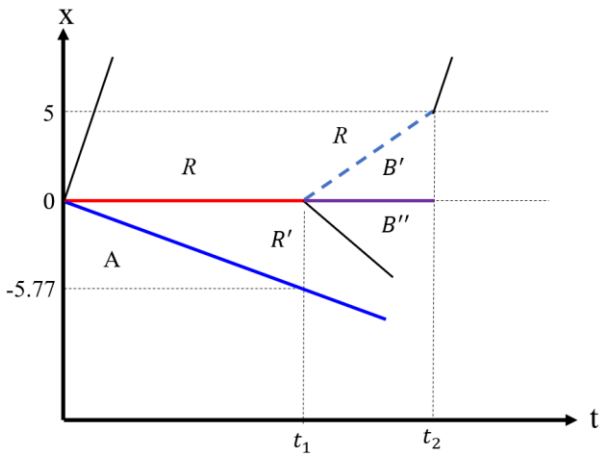
Cuando la patrulla sale del túnel en x=5, esta desaparece (o se mueve a velocidad máxima).



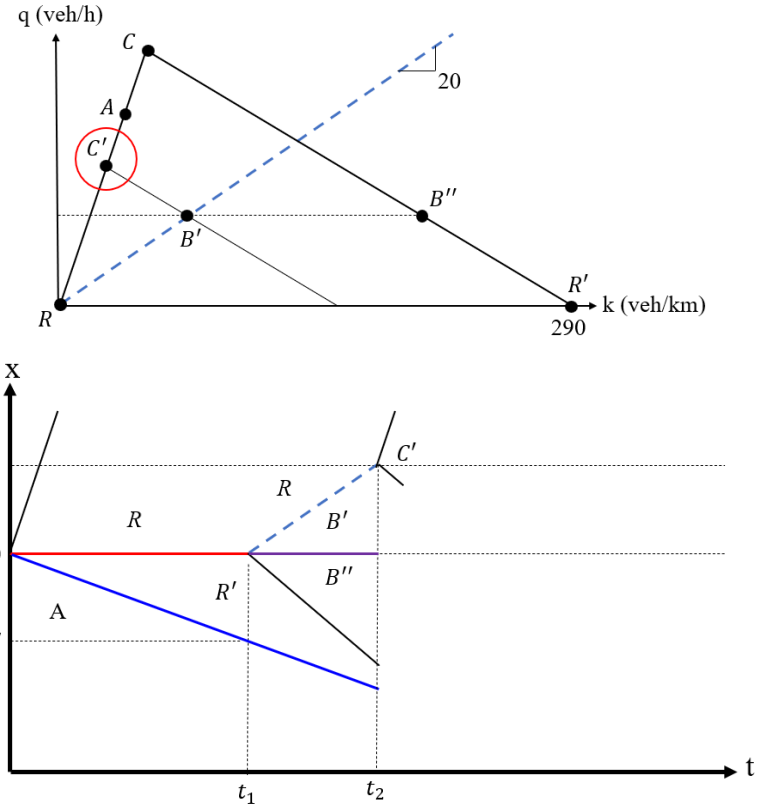
A partir de t_1 y aguas arriba de x=0 no existe el estado de tráfico B' ya que este es exclusivo del diagrama fundamental de una pista. Por tanto, aparece un nuevo estado de tráfico que tiene igual flujo que B', es de congestión y es parte del diagrama fundamental de 2 pistas. Este estado es B''.



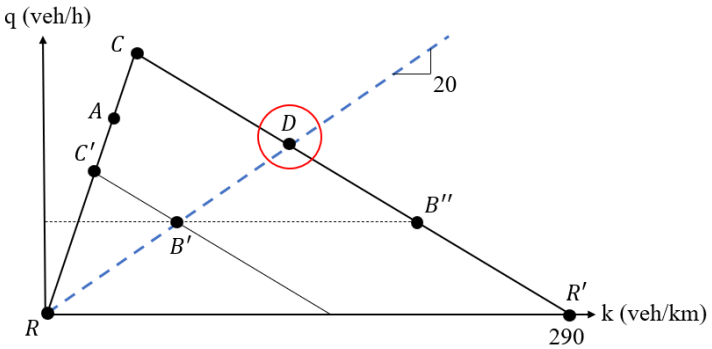
El estado B'' y el estado B' se encuentran divididos por una onda de velocidad $0\frac{km}{h}$ (horizontal). El estado B'' y el estado R' se encuentran divididos por una onda con velocidad w.

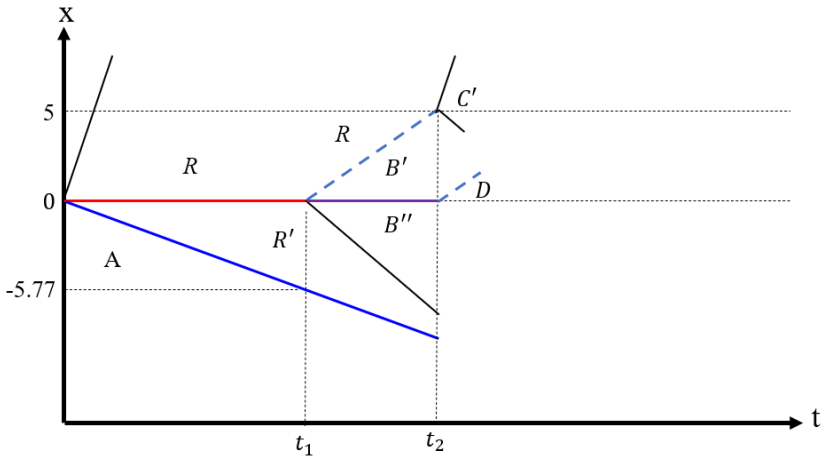


La patrulla llega al final del túnel en t_2 y a partir de ese momento comienza a crecer una onda desde x=5 hacia aguas arriba que comunica a los vehículos que seguían a la patrulla que pueden moverse a $v_f \frac{km}{h}$. Note que los vehículos que están aguas arriba de la patrulla e ingresaron al túnel antes que t_2 no saben que ya pueden utilizar la segunda pista y por tanto su estado de tráfico (C') es aquel que tenga velocidad $v_f \frac{km}{h}$ y flujo máximo de una pista, ya que la restricción generada por la patrulla (cuello de botella móvil) fue liberada.

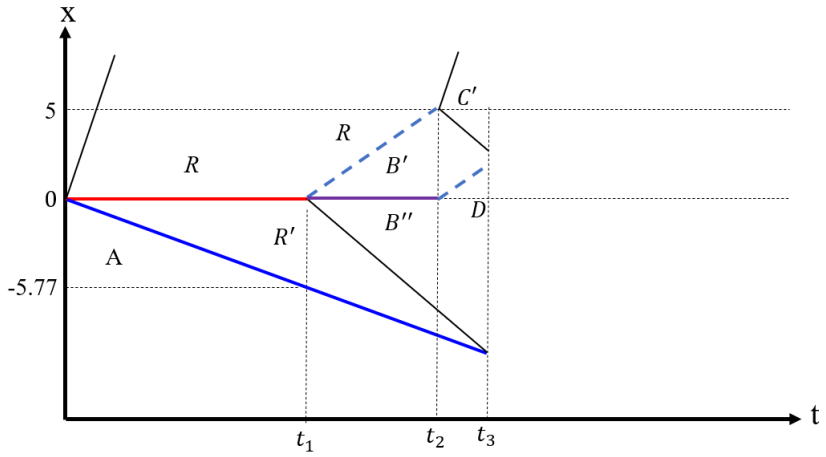


Además, luego de t_2 los vehículos que ingresan al túnel ya pueden utilizar las dos pistas, pero aguas abajo los vehículos se mueven a velocidad $v_{B'}$ por lo tanto los vehículos que ingresan al túnel luego de t_2 describen un estado de tráfico (D) que se encuentra en el diagrama fundamental de dos pistas, pero aún tiene velocidad $v_{B'}$.

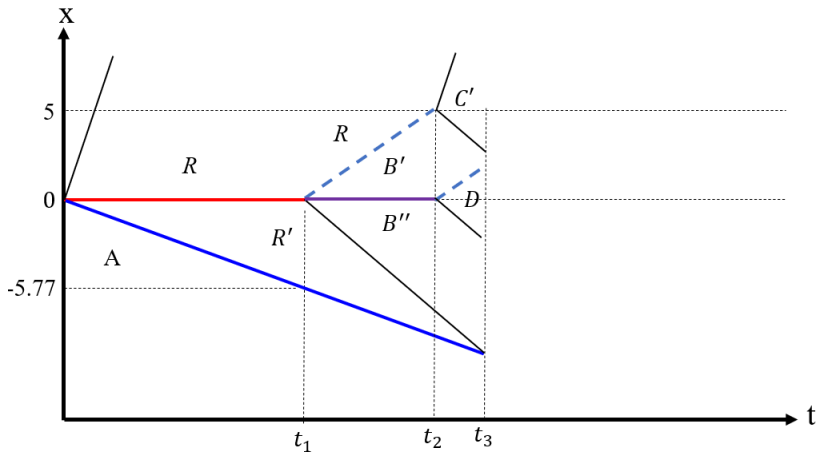




El estado de tráfico R' termina cuando las ondas AR' y $R'B''$ se intersecan en t_3. Lo anterior es posible debido a que $u_{AR'} < u_{R'B''}$

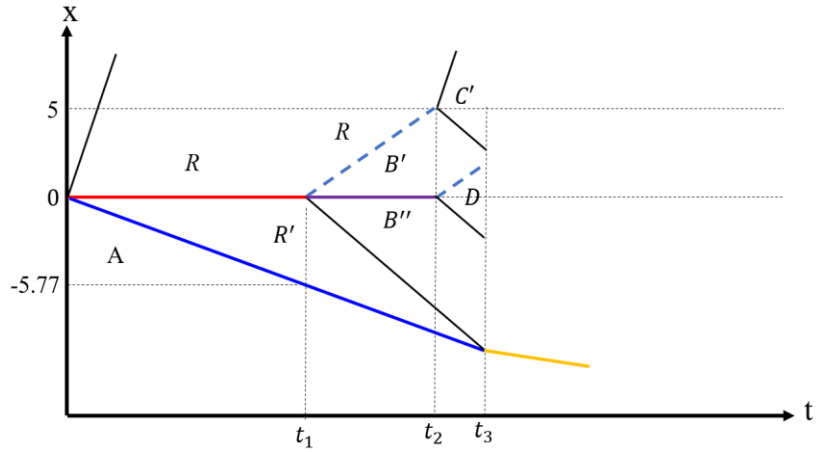


Además, en t_2 y $x = 0$ inicia una onda que comunica a los vehículos aguas arriba de x=0 que el túnel tiene dos pistas habilitadas pero que aún existe la restricción de velocidad dado que la onda con velocidad $u_{C'B'}$ no ha llegado a este punto. La velocidad de la onda $B''D$ es w ya que ambos son estados de la rama congestionada del diagrama fundamental de dos pistas.

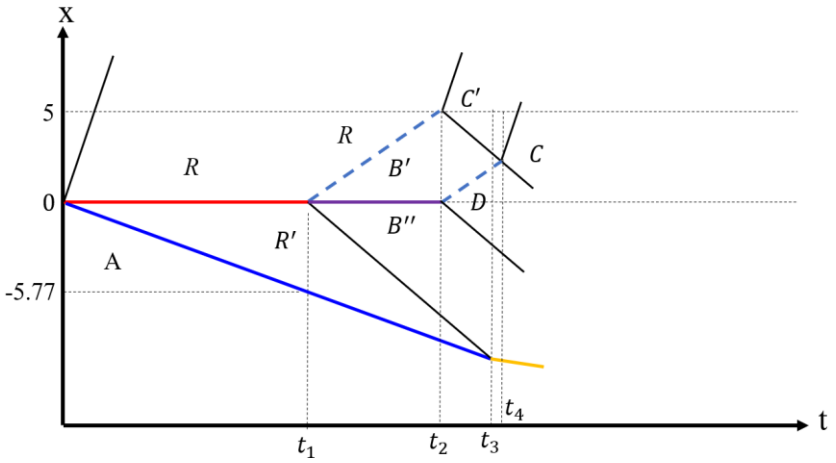


Luego de t_3 los estados $A\ y\ B''$ se encuentran se parados por una onda la cual tiene una velocidad:

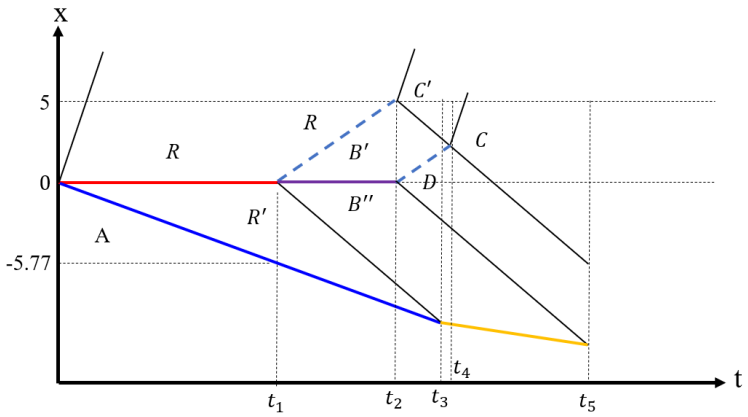
$$|u_{AB''}| < |u_{AR'}| < |w|$$



En t_4 las ondas $B'D$ y $B'C'$ se intersecan dando lugar al estado de tráfico C debido a que $B'D$ propaga la noticia de que se puede utilizar dos pistas y la onda $B'C'$ propaga la noticia de que se puede circular a velocidad a flujo libre. Además, al estado de tráfico C le corresponde el flujo máximo ya que aguas arriba existe congestión y aguas abajo flujo libre.



Las ondas AB'' y DB'' se intersecan en t_5. Por su parte, la onda CD sigue creciendo.



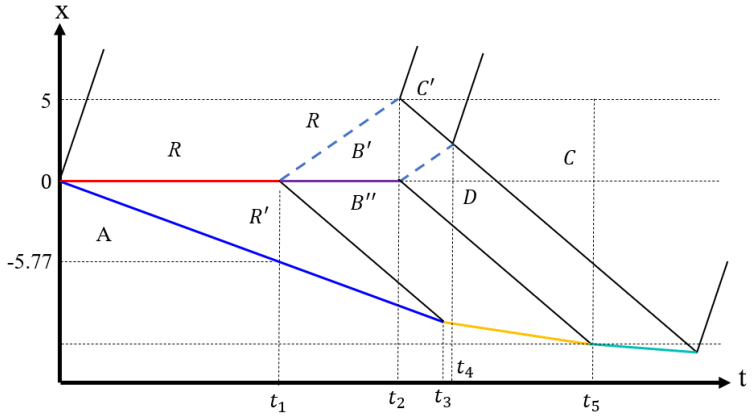
Luego de t_5 los estados A y D se encuentran separados por una onda con pendiente negativa ya que el flujo de D es menor al flujo de A y están en lados contrarios del diagrama fundamental.

$$q_D = 20 \cdot k_D \quad (Ec.\, fundamental)$$

$$q_D = w(k_D - k_{j,2\,pistas}) \quad (Diagrama\ fundamental)$$

$$k_D = 128.9\ \frac{veh}{km}$$

$$q_D = 2577.8\ \frac{veh}{h}$$



En t_6 termina el estado de tráfico D y con ellos los estados A y C se comunican con una onda con velocidad v_f.

La cola desaparece en t_5.

