PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE TRANSPORTE Y LOGÍSTICA
ICT 2213 – Modelos de Demanda de Transporte
Profesor: Sebastián Raveau

Guía Capítulo 4

1.- En el contexto de modelos de elección discreta de maximización de utilidad:

a) ¿Por qué se suele trabajar con la log-verosimilitud en vez de la verosimilitud?
b) ¿Por qué asumir que el parámetro de escala de un modelo MNL vale 1 no implica asumir que la varianza de los errores Gumbel vale $\pi 2/6$?
c) ¿Por qué los modelos resultantes son probabilísticos, si el comportamiento de los individuos es determinístico?

R: Una respuesta correcta a estas preguntas debiese abordar al menos:
a) Los aspectos de precisión computacional involucrados en la estimación del modelo.
b) La identificabilidad del modelo MNL y el impacto de la varianza Gumbel en las probabilidades resultantes.
c) Los supuestos de comportamiento de la TUA y el impacto de las componentes de error en la modelación.

2.- Considere dos alternativas A y B, cuyas utilidades aleatorias distribuyen tal que U_A es Uniforme entre 0 y 3; mientras que U_B = -1 con probabilidad 20%, U_B = 1 con probabilidad 15%, U_B = 2,5 con probabilidad 40% y U_B = 4 con probabilidad 25%. Calcule las probabilidades de elección de cada alternativa, de acuerdo con la Teoría de Utilidad Aleatoria.

R: $P_A \approx 36{,}7\%$; $P_B \approx 63{,}3\%$

3.- Considere un contexto de elección con dos alternativas, tal que para cierto individuo $V_{1q} = 2$ y $V_{2q} = 0$. Las componentes de error ε_{1q} y ε_{2q} distribuyen uniforme entre $-\alpha$ y α. ¿Cuánto debe valer α para que la probabilidad de elección de la alternativa 1 sea 80%?

R: $\alpha \approx 2{,}72$

4.- Explique por qué la Teoría de Utilidad Aleatoria corresponde a un mecanismo compensatorio de elección. Describa el funcionamiento de algún mecanismo no-compensatorio de elección.

R: Una respuesta correcta requiere definir claramente qué significa que un mecanismo de elección sea compensatorio y, en base a dicha definición, explicar por qué la formulación de un modelo consistente con la TUA es compensatoria. Finalmente, se debe explicar cómo podría ser un mecanismo de elección que no sea compensatorio.

5.- Considere un modelo MNL. ¿Qué ocurre con las probabilidades de elección si $\lambda \to 0$? ¿Y si $\lambda \to \infty$? Interprete sus resultados, y relaciónelos con las componentes de error del modelo.

R: Esta pregunta se puede responder desde dos perspectivas complementarias: i) utilizando las expresiones para las probabilidades de elección, las cuales dependen de λ, o ii) analizando la varianza de las componentes de error, la cual también depende de λ. Los casos extremos solicitados deben ser caracterizados adecuadamente.

6.- Usted sabe que los parámetros $\hat{\theta}$ estimados por Máxima Verosimilitud distribuyen asintóticamente Normal con media θ y varianza $-\left[E\left(\partial^2 l(\theta)/\partial\theta^2\right)\right]^{-1}$. Comente brevemente sobre las implicancias de dicha propiedad en tres aspectos: i) que la propiedad sea asintótica, ii) la media de la distribución y iii) la varianza de la distribución.

R: Una respuesta correcta requiere, primero que todo, explicar qué significa que una propiedad estadística sea asintótica. Luego, analizar las propiedades de los estimadores de Máxima Verosimilitud en términos de sesgo y eficiencia.

7.- Usted desea modelar la elección de modo de transporte en una ciudad de gran tamaño, como Santiago, a partir de una Encuesta Origen-Destino. Discuta brevemente ventajas y desventajas de utilizar un modelo Probit o un modelo Logit.

R: Una respuesta correcta debiese hacer un análisis comparativo en diferentes aspectos, tales como flexibilidad, generalidad, facilidad de estimación, facilidad de uso, propiedades, supuestos, etc.

8.- Considere un modelo Logit binomial entre dos alternativas A y B. En un gráfico P_{Aq} versus $\left(V_{Aq} - V_{Bq}\right)$ señale claramente el impacto que posee el parámetro de escala λ del modelo sobre P_{Aq}.

R: Dado que P_{Aq} es función de la diferencia de utilidades y del parámetro de escala λ, se debe dibujar lo solicitado para distintos valores de λ.

9.- El modelo Logit Multinomial posee varias limitaciones. Entre ellas, podemos destacar tres: i) independencia entre alternativas, ii) homocedasticidad, y iii) ausencia de variaciones en los gustos. Discuta sobre la importancia de cada una de estas limitaciones al modelar elecciones de modo de transporte. En base a sus conocimientos adquiridos en el curso hasta ahora, ¿cuál le parece más difícil de abordar? Justifique.

R: Una respuesta correcta requiere explicar adecuadamente en qué consiste y qué impacto tiene cada una de las limitaciones, en el contexto de elección de modo de transporte. Luego, en base a lo indicado, se debe realizar un breve análisis crítico de cuál puede ser más difícil de abordar, justificando la selección.

10.- Usted desea estimar mediante Máxima Verosimilitud un modelo MNL con utilidades constantes para cada alternativa: $V_A = 0$; $V_B = \theta_B$; $V_C = \theta_C$. En su base de datos 25% de los individuos elige la alternativa A, 45% elige la alternativa B y 30% elige la alternativa C. ¿Cuáles serán los parámetros estimados de θ_B y θ_C?

R: $\theta_B = 0{,}588$; $\theta_C = 0{,}182$

11.- Usted desea estimar los parámetros de un modelo Logit Multinomial de elección de modo de transporte, entre auto, bus y caminata. Los atributos de las alternativas son su tiempo de viaje (específico para las tres alternativas), su costo (genérico para auto y bus) y su cantidad de transbordos (únicamente para bus).

a) Escriba las funciones de utilidad del modelo, identificando claramente cuántos parámetros se deben estimar.
b) Suponga que cuenta con una muestra de 5 personas, donde dos de ellas eligen auto, dos de ellas eligen bus y la restante elige caminata. Escriba claramente la función de verosimilitud a maximizar para obtener los parámetros.
c) Suponga que la muestra que utilizó para estimar no representa las proporciones de mercado de la población. Explique cómo corregiría los parámetros estimados.

R: a) Se deben escribir las funciones correctas para el caso descrito, con 7 parámetros en total.

b) $L(\theta) = P_{A,a}(\theta) \cdot P_{A,b}(\theta) \cdot P_{B,c}(\theta) \cdot P_{B,d}(\theta) \cdot P_{C,e}(\theta)$

c) Explicar el proceso de corrección de las constantes específicas del modelo, explicitando la fórmula a utilizar.

12.- Con una muestra de 1.600 individuos se estimó un modelo MNL de elección de modo de transporte, donde todos los individuos tenían disponibles cinco alternativas: auto, metro, bus, caminata y bicicleta. Dentro de la muestra, 550 individuos viajaban en auto, 400 viajaban en bus, 300 viajaban en metro, 200 viajaban caminando y 150 viajaban en bicicleta. Los resultados fueron los siguientes (se omiten las constantes específicas):

Atributo	**Coeficiente**	**Test-t**
Costo (miles de pesos)	-3,451	-5,01
Tiempo de viaje (horas)	-1,131	-2,14
Tiempo de espera (horas)	-2,441	-4,51
Tiempo de caminata (horas)	-3,510	-2,76
$l(\theta)$	-1.809,31	

a) Verifique estadísticamente si los individuos perciben los tiempos de espera y caminata de distinta manera. Haga los supuestos que estime conveniente.

b) ¿Qué variaciones sistemáticas de gustos probaría para intentar mejorar el modelo?

R: a) $H_0 : \theta_{espera} - \theta_{caminata} = 0 \qquad t_{H_0} = \dfrac{-2,411 + 3,510}{\sqrt{1,910}} = 0,77$

b) Respuesta abierta. Se espera que las variaciones sistemáticas propuestas sean razonables y se justifiquen brevemente.

13.- A continuación se presentan cinco aseveraciones. Indique si son verdaderas o falsas.

a) Un modelo Logit Multinomial con constantes específicas reproduce las proporciones de mercado de la muestra al ser estimado mediante Máxima Verosimilitud.

b) Una de las ventajas de Máxima Verosimilitud es que el modelo estimado siempre asignará la mayor probabilidad de elección a la alternativa elegida.

c) La distribución Gumbel es "cerrada a la maximización", por lo que el máximo de un conjunto de variables aleatorias Gumbel distribuye Gumbel.

d) En un modelo Probit es posible estimar todas las constantes específicas de las alternativas, ya que las probabilidades no dependen de diferencias de utilidades como en un modelo Logit Multinomial.

e) Un modelo MNL predice peor que un modelo Probit con la misma función de utilidad, ya que no capta heterocedasticidad y/o correlación.

f) A diferencia de una especificación discreta por tramos, una especificación mediante splines siempre tendrá mejor ajuste que una especificación lineal.

R: a) V , b) F , c) V , d) F , e) F, f) V