Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS2123 Modelos Estocásticos
Profesor Maximiliano González R.
Primer Semestre 2024

Examen

Tiempo total: 2 horas y 30 minutos

Problema 1 (13 puntos)

a) **(5 pts.)** Considere una moneda que al ser lanzada resulta en sello con probabilidad 0.4 y cara con probabilidad 0.6. Considere también una variable aleatoria X que tiene una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1/2$ cuando la moneda resulta en cara, y una distribución normal de media 6 y desviación estándar 2 cuando la moneda resulta en sello. Calcule la varianza de X.

b) **(4 pts. c/u) Escoja 2 de las siguientes tres preguntas. Si contesta 3, se considerarán solo dos a criterio del/la ayudante.**
Considere un proceso Poisson $N(t), t \geq 0$ con tasa λ.

i) $P(N(23) - N(16) = 9 | N(20) - N(8) = 5)$

ii) $P(S_5 \leq 10 | N(15) = 30)$

iii) $E[N(8) - N(5) | N(12) - N(4) = 10]$

Problema 2 (17 puntos)

La situación de venta ilegal de productos previo a las fiestas patrias se repite año tras año. En particular, usted está analizando el caso de una comuna del litoral central donde ha logrado identificar y clasificar un día cualquiera en cuatro situaciones comunes

- ◇ Días de venta "normal" de alimentos y bebidas de dudosa procedencia
- ◇ Días donde pareciera que este comercio ilegal desapareció
- ◇ Días de venta ilegal donde además ocurren violentas riñas entre vendedores ilegales que buscan apoderarse del negocio
- ◇ Días donde se observa un fuerte contingente policial monitoreando la zona afectada

Este proceso ha sido analizado durante un largo tiempo, y se ha estimado que la situación en un día cualquiera depende únicamente de lo sucedido la jornada anterior. Así, se sabe que:

- ◇ Los vendedores "aparecen de la nada", por lo que nunca se ha observado que el comercio desaparezca por dos días seguidos. Al día siguiente o hay riñas (lo que ocurre con probabilidad γ), o hay venta normal.
- ◇ La municipalidad posee recursos limitados, por lo que nunca habrá un contingente policial a menos que el día anterior haya existido una riña. Por ello, luego de un día de venta normal el siguiente también lo será con probabilidad α, o el ambiente se tensará y habrá riña con probabilidad $1 - \alpha$.
- ◇ Luego de un día de violentas riñas, al día siguiente habrá recursos policiales para asistir con probabilidad p. En tanto, con probabilidad q habrá un día de venta normal ($p + q < 1$) y si no, incluso podría haber enfrentamientos.
- ◇ Cuando la policía se hace presente, los vendedores naturalmente se asustan y deciden no acudir al día siguiente para "calmar las aguas".

a) **(5 pts.)** Modele la situación de esta comuna como una CMTD. Indique el espacio de estados y dibuje el grafo correspondiente con sus respectivas probabilidades.

b) **(4 pts.)** ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 4 días después de un operativo policial estos tengan que volver a acudir a la zona?

c) **(4 pts.)** ¿Cuántos días esperaría que transcurran entre un día que no hubo ambulantes y el siguiente hecho de violencia?

d) **(4 pts.)** ¿Cuál es la probabilidad, en el largo plazo, que **no** se presente la misma situación en dos días consecutivos? Asuma conocida la distribución correspondiente.

Problema 3 (30 puntos)

Suponga un sistema FIFO del tipo $G/G/1/4$ donde los tiempos entre llegadas pueden modelarse como una variable aleatoria X acotada entre los valores $x \in [0,1]$, tal que $f(x) = 30x(1-x)^4$. Por su parte, las atenciones tardan un tiempo que sigue una distribución Z cuya distribución acumulada es

$$F(z) = \begin{cases} 0 & \text{, si } z < \sqrt{8} \\ z^2 - 8 & \text{, si } \sqrt{8} \leq z \leq a \\ 1 & \text{, si } z > a \end{cases}$$

a) **(2 pts.)** Utilizando un Método Congruencial Lineal con $a = 21$, $c = 13$, $m = 100$ y $X_0 = 78$, obtenga una serie de 14 variables aleatorias Uniforme(0,1).

b) **(8 pts.)** Utilizando la serie uniforme (en el mismo orden en que las obtuvo), genere todas las instancias posibles de X. Para ello, desarrolle un algoritmo de aceptación y rechazo adecuado. En este ítem se evaluará la definición de los pasos adecuados para llegar a dichas instancias. El siguiente punteo puede ser de ayuda

- ◇ Escoja adecuadamente la mejor función $t(x)$ y defina claramente el valor de c y las funciones $h(x)$ y $g(x)$.
- ◇ Identifique claramente (facilite el trabajo del/la ayudante) cuál instancia de la uniforme está utilizando en cada evaluación y si se decide aceptar o rechazar dicha instancia candidata.

Aproxime todos los valores con que trabaje al segundo decimal

c) **(8 pts.)** Genere la misma cantidad de instancias de Z que obtuvo para X en el apartado b). Para ello, en caso de necesitar variables Uniforme(0,1), utilice un Método Congruencial Lineal con $a = 6$, $c = 9$, $m = 13$ y $X_0 = 4$ **Aproxime todos los valores al segundo decimal**.

d) **(5 pts.)** Genere una tabla como la vista en clases a partir de las variables I_i (*Interarrival Time*, obtenida en c)) y S_i (*Service Time*, obtenida en d)). Recuerde que el sistema tiene capacidad máxima. En su tabla debe incluir adicionalmente las siguientes variables.

- ◇ A_i: Instante de llegada del i-ésimo cliente
- ◇ T_i: Instante en que empieza a atenderse el i-ésimo cliente
- ◇ W_i: Tiempo de espera en cola del i-ésimo cliente
- ◇ D_i: Instante de salida del i-ésimo cliente del sistema

e) **(5 pts.)** Para el sistema simulado, obtenga el tiempo de espera promedio en cola, la cantidad media de clientes en el sistema y el % del tiempo que el sistema está lleno.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS2123 – Modelos Estocásticos
Profesor Maximiliano González
Primer Semestre 2024

Pauta Examen

Solución Problema 1

(a) Primero, recordemos que la varianza de una variable aleatoria se calcula de la siguiente manera:

$$Var(X) = \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2$$

(1 punto) Por plantear ecuación de varianza correctamente.

Ahora, comenzamos buscando cada parte de la ecuación, teniendo claro que X tiene dos casos:

$$\mathbb{E}[X] = \mathbb{E}[X|cara] * P[cara] + \mathbb{E}[X|sello] * P[sello]$$

Sabemos la probabilidad de sello o cara (0.4 y 0.6 respectivamente), que la media de una normal nos indica su esperanza, y que el inverso del parámetro de una variable exponencial es su esperanza. Entendiendo que la esperanza de X dado que salio sello se comporta como una variable normal, y cuando sale cara, se comporta como una exponencial, calculamos:

$$\mathbb{E}[X] = 0.4 \cdot 6 + 0.6 \cdot 2 = 3.6$$

$$(\mathbb{E}[X])^2 = 3.6^2 = 12.96$$

(1 punto) Por encontrar esperanza al cuadrado correctamente.

Ahora, para buscar la esperanza de X^2, debemos buscarlo a partir de la formula planteada anteriormente, donde $Var(X) = \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2$, donde nuestra incógnita es $\mathbb{E}[X^2]$, y sabemos el comportamiento de nuestra variable cuando no esta al cuadrado. Para el caso de la variable normal, donde $Y\ N(\mu, \sigma)$, y entiendo que la variable de X condicionada a un sello se comporta así:

$$\mathbb{E}[Y^2] = Var[Y] + (\mathbb{E}[Y])^2 = \sigma^2 + \mu^2 = 2^2 + 6^2 = 40$$

Por otro lado, podemos recordar que una variable que distribuye exponencial con tasa λ tiene varianza $\frac{1}{\lambda^2}$, por lo que siguiendo la misma lógica del paso anterior, tomando en cuenta que X condicionada a cara se comporta como una variable aleatoria $Z\ Exp(\lambda)$:

$$\mathbb{E}[Z^2] = Var[Z] + (\mathbb{E}[Z])^2 = \frac{1}{\lambda^2} + (\frac{1}{\lambda})^2 = \frac{1}{(1/2)^2} + (\frac{1}{1/2})^2 = 8$$

Luego, usando esperanza condicional tomando en cuenta ambos casos:

$$\mathbb{E}[X^2] = \mathbb{E}[X^2|sello] * P(sello) + \mathbb{E}[X^2|cara] * P(cara)$$

(2 puntos) Por encontrar esperanza de X cuadrada correctamente.

$$\mathbb{E}[X^2] = 0.4 * 40 + 0.6 * 8 = 20.8$$

Con esto, reemplazamos en la formula original del problema, y obtenemos:

$$Var(X) = \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2 = 20.8 - 12.96 = 7.84$$

(1 punto) Por respuesta final.

(b) Sea una proceso Poisson con tasa λ:

i) Nos piden encontrar

$$P(N(23) - N(16) = 9 | N(20) - N(8) = 5)$$

Podemos visualizar esto de la siguiente manera:
Luego, podemos reescribir como

$$= \frac{P(N(23) - N(16) = 9, N(20) - N(8) = 5)}{P(N(20) - N(8) = 5)}$$

Usando incrementos estacionario e independientes:

$$= \sum_{i}^{5} \frac{P(N(23) - N(20) = 9 - i, N(20) - N(16) = i, N(16) - N(8) = 5 - i)}{P(N(20) - N(8) = 5)}$$

$$= \sum_{i}^{5} \frac{P(N(3) = 9 - i, N(4) = i, N(8) = 5 - i)}{P(N(20) - N(8) = 5)}$$

$$= \sum_{i}^{5} \frac{P(N(3) = 9 - i) \cdot P(N(4) = i) \cdot P(N(8) = 5 - i)}{P(N(12) = 5)}$$

Utilizando la definición de la probabilidad de un proceso de Poisson, podemos

$$= \sum_{i}^{5} \frac{(3\lambda)^{(9-i)} \cdot e^{(-3\lambda)}}{(9-i)!} \cdot \frac{(4\lambda)^{i} \cdot e^{(-4\lambda)}}{i!} \cdot \frac{(8\lambda)^{(5-i)} \cdot e^{(-8\lambda)}}{(5-i)!} \cdot \frac{5!}{(12\lambda)^{5} \cdot e^{(-12\lambda)}}$$

ii) **Alternativa 1**

Se busca

$$P(S_5 \leq 10 | N(15) = 30)$$

Esto se puede reescribir como:

$$P(N(10) \geq 5 | N(15) = 30)$$

Luego, podemos utilizar las propiedades del inciso anterior para reescribir:

$$= \sum_{i=5}^{30} \frac{P(N(10) = i, N(15) - N(10) = 30 - i)}{P(N(15) = 30))}$$

$$= \sum_{i=5}^{30} \frac{P(N(10) = i) \cdot P(N(5) = 30 - i)}{P(N(15) = 30))}$$

$$= \sum_{i=5}^{30} \frac{(5\lambda)^{(30-i)} \cdot e^{-5\lambda}}{(30-i)!} \cdot \frac{(10\lambda)^{(i)} \cdot e^{-10\lambda}}{(i)!} \cdot \frac{30!}{(15\lambda)^{30} \cdot e^{-15\lambda}}$$

(1 punto) Reescribir la expresión correctamente.
(1 punto) Plantear correctamente la probabilidad condicional.
(1.5 puntos) Por la utilización de manera correcta de las propiedades.
(0.5 puntos) Por llegar a la expresión correcta.

Alternativa 2

Como se conoce el tamaño del intervalo más grande y se quiere calcular la probabilidad de un intervalo que está contenido en este, se puede utilizar Binomial para poder hacer el calculo.

Se busca

$$P(S_5 \leq 10 | N(15) = 30)$$

Esto se puede reescribir como:

$$P(N(10) \geq 5 | N(15) = 30) \sim Binomial(30, 10/15)$$

$$= \sum_{i=5}^{30} \binom{30}{i} \left(\frac{10}{15}\right)^i \left(\frac{5}{15}\right)^{30-i}$$

(1 punto) Reescribir la expresión correctamente.
(1 punto) Definir de manera correcta los parámetros de la distribución Binomial.
(2 puntos) Por llegar a la expresión correcta.

iii) Se nos pregunta sobre la esperanza de $\mathbb{E}[N(8) - N(5) | N(12) - N(4) = 10]$. Considerando que la información dada encapsula al primer termino, sabemos que se trata de una distribución binomial, con parámetros n = 10 y $p = \frac{3}{8}$.
Sabiendo que la esperanza de una binomial es $n * p$, tenemos que es

$$\mathbb{E}[N(8) - N(5) | N(12) - N(4) = 10] = 10 \cdot \frac{3}{8} = 3.75$$

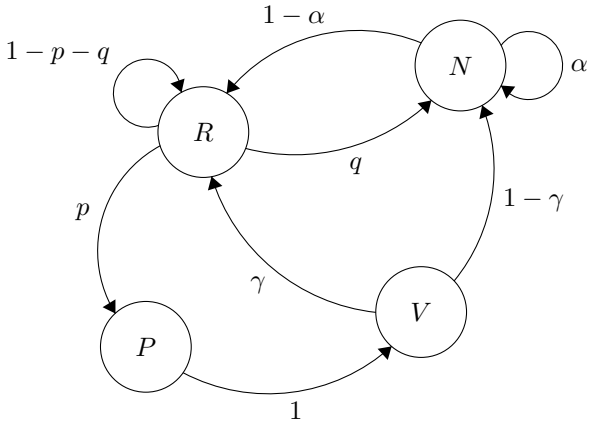
(1 punto) Por explicar que se tiene que utilizar la distribución Binomial.
(1 punto) Definir de manera correcta los parámetros de la distribución Binomial.
(2 puntos) Por el calculo correcto de la esperanza para una distribución Binomial.

Solución Problema 2

(a) Para representar la situación como una cadena de Markov en tiempo discreto, se tendrán los siguientes estados:

- N: día normal de ventas
- R: día donde ocurre una pelea
- P: día donde llega la policía
- V: día que este vacío

Luego, se podra representar de la siguiente manera:



(2 puntos) Definición correcta de los estados.
(3 puntos) por definir correctamente las probabilidades de transición .

(b) Nos están pidiendo encontrar $F_4(P,P)$, o en otras palabras, la probabilidad de ir de el estado de policía de vuelta a policía en 4 movimientos (días). Para calcular este valor, usamos la definición de F_k:

$$F_4(P,P) = P_{PV} \cdot F_3(V,P)$$

$$F_3(V,P) = P_{VR} \cdot F_2(R,P) + P_{VN} \cdot F_2(N,P)$$

$$F_3(V,P) = P_{VR} \cdot P_{RR} \cdot P_{RP} + P_{VN} \cdot P_{NR} \cdot P_{RP}$$

$$F_4(P,P) = P_{PV} \cdot (P_{VR} \cdot P_{RR} \cdot P_{RP} + P_{VN} \cdot P_{NR} \cdot P_{RP})$$

$$F_4(P,P) = \gamma(1-p-q)p + (1-\gamma)(1-\alpha)p$$

(1 punto) Por definir de manera correcta $F_4(P,P)$.
(2 puntos) Por desarrollo correcto.
(1 punto) Por llegar a la expresión correcta.

(c) Ahora, se busca la esperanza de días entre un día vacío y uno normal (notar que no es necesario hacer la sumatoria ya que del estado vació solo se mueve a día normal):

$$\mathbb{E}[T(V,R)] = 1 + P_{VN} \cdot \mathbb{E}[T(N,R)]$$

Luego, buscamos el valor esperado de movernos de un día normal a un día con pelea (nuevamente notar que no es necesario la sumaria ya que de un día normal, solo se puede ir a pelea o a repetir el normal).

$$\mathbb{E}[T(N,R)] = 1 + P_{NN} \cdot \mathbb{E}[T(N,R)]$$

$$\mathbb{E}[T(N,R)] = \frac{1}{1-P_{NN}} = \frac{1}{1-\alpha}$$

Reemplazando en el valor anterior:

$$\mathbb{E}[T(V,R)] = 1 + P_{VN} \cdot \frac{1}{1-\alpha} = 1 + \frac{1-\gamma}{1-\alpha}$$

(1 punto) Por definir de manera correcta $\mathbb{E}[T(N,R)]$.
(2 puntos) Por desarrollo correcto.
(1 punto) Por llegar a la expresión correcta.

(d) En el largo plazo, tomando por conocido la distribución estacionaria, buscamos la probabilidad de que no se repitan situaciones, y, específicamente, solo se puede repetir una pelea o un día normal de venta. Es decir:

$$1 - \pi_N \cdot \alpha - \pi_R \cdot (1-p-q)$$

También, podemos verlo desde otro punto de vista, lo cual es equivalente a la siguiente expresión:

$$\pi_P + \pi_D + (p+q) \cdot \pi_R + (1-\alpha) \cdot \pi_N$$

(4 puntos) Por llegar a una de las expresiones correctas.

Solución Problema 3

(a) Utilizando el Método Congruencia Lineal vista en clases utilizamos el algoritmo visto en clases, reemplazamos los parámetros en el.

$$X_i = (21 \cdot X_{i-1} + 13) \mod 100$$
$$U_i = \frac{X_i}{100}$$

A continuación se presenta la tabla con las 14 iteraciones:

Iteración	X_i	U_i
0	78	-
1	51	0.51
2	84	0.84
3	77	0.77
4	30	0.30
5	43	0.43
6	16	0.16
7	49	0.49
8	42	0.42
9	95	0.85
10	08	0.08
11	81	0.81
12	14	0.14
13	07	0.07
14	60	0.60

(1.5 puntos) Por el calculo correcto de X_i.
(1.5 punto) Por el calculo correcto de U_i.

(b) En primer lugar, se debe determinar una función $t(x)$ que acote superiormente a la función $f(x)$ en todo su dominio. Una manera simple de realizar esto es crear una función constante cuyo valor es el máximo de $f(x)$ en el dominio respectivo. Matemáticamente se obtiene derivando la función, igualando a 0 y se evalúa los puntos críticos:

$$f(x) = 30x(1-x)^4$$
$$f'(x) = 30x(1-x)^4 - 120x(1-x)^3$$
$$0 = (1-x)^3(30-150x)$$

Las soluciones son $x_1 = 1$ y $x_2 = \frac{30}{150}$. Ahora evaluamos:

$$f(1) = 30 \cdot 1 \cdot (1-1)^4 = 0$$
$$f\left(\frac{1}{5}\right) = 30 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right)^4 = 2.46$$

Por lo tanto $t(x) = 2.46$

Para hallar c tenemos que integrar $t(x)$ en el dominio de $f(x)$:

$$c = \int_0^1 2.46dx = 2.46$$
$$= 2.46$$

Para hallar $h(x)$ y $g(x)$ se utiliza los visto en clases:

$$\begin{aligned} h(x) &= \frac{t(x)}{c} \\ &= \frac{2.46}{2.46} \\ &= 1 \\ g(x) &= \frac{f(x)}{t(x)} \\ &= \frac{30x(1-x)^4}{2.46} \end{aligned}$$

Notar que $h(x)$ corresponde a una distribución Uniforme (0,1).

Finalmente utilizando la función $g(x)$, evaluamos U_i para cada i de iteraciones. Además, los números de color rojo serán los candidatos para aceptar o rechazar aquellas instancias.

Iteración	X_i	U_i	$g(U_i)$	Aceptación/Rechazo
0	78	-	-	-
1	51	0.51	0.36	-
2	84	0.84	0.01	$U_1 > g(U_2)$ Rechazo 0.84
3	77	0.77	0.03	-
4	30	0.30	0.88	$U_3 \leq g(U_4)$ Acepto 0.30
5	43	0.43	0.55	-
6	16	0.16	0.97	$U_5 \leq g(U_6)$ Acepto 0.16
7	49	0.49	0.40	-
8	42	0.42	0.58	$U_7 \leq g(U_8)$ Acepto 0.42
9	95	0.85	0.00	-
10	08	0.08	0.70	$U_9 > g(U_{10})$ Rechazo 0.08
11	81	0.81	0.01	-
12	14	0.14	0.93	$U_{11} \leq g(U_{12})$ Acepto 0.14
13	07	0.07	0.64	-
14	60	0.60	0.19	$U_{13} \leq g(U_{14})$ Acepto 0.60

Nota: también se considerará correcto si la evaluación se hizo al revés (i.e. comparar U_2 vs. $g(U_1)$ y así en adelante).

(2 puntos) Por hallar $t(x)$ correctamente.
(1 punto) Por hallar c correctamente.
(1 punto) Por hallar $h(x)$ correctamente.
(1 punto) Por hallar $g(x)$ correctamente.
(3 puntos) Por utilizar el método de aceptación y rechazo correctamente y encontrar de manera correcta a los candidatos.

(c) Primero, encontramos la transformada de la función de distribución acumulada de Z. Para hacer esto, debemos encontrar el valor de a correspondiente.

$$F(a) = a^2 - 8 = 1 \rightarrow a = \sqrt{9} = 3$$

Luego, encontramos la inversa de la función de distribución acumulada para $z \in [\sqrt{8}, a]$:

$$F^{-1}(u) = \sqrt{u+8}$$

Ahora, encontramos iteraciones de una variable uniforme para así generar instancias de Z, tomando en cuenta que solo hay 5 valores que fueron aceptados por el método en b) :

Iteración	X_i	U_i
0	4	-
1	17	0.54
2	12	0.92
3	3	0.23
4	1	0.08
5	2	0.15

Usando estos valores, generamos 5 instancias de Z, reemplazándolos en la inversa encontrada:

Iteración	X_i	U_i	$F^{-1}(U_i)$
0	4	-	-
1	17	0.54	2.92
2	12	0.92	2.99
3	3	0.23	2.87
4	1	0.08	2.84
5	2	0.15	2.86

(1.5 puntos) Por calcular correctamente X_i.
(1.5 puntos) Por calcular correctamente U_i.
(1 punto) Por hallar $F^{-1}(u)$ correctamente.
(4 puntos) Por hallar $F^{-1}(U_i)$ correctamente.

(d) Usando las generaciones de X y Z en el inciso b y c respectivamente. I corresponde al tiempo entre llega de los clientes, A el momento de llegada (por ende suma los valores que vienen de antes de I), T es el momento en el que son atendidos, W es el tiempo de espera (desde que llegan hasta que comenzar ser atendidos) y D es el instante de tiempo en que salen del sistema (desde que los parten atendiendo más el tiempo de servicio):

$$
\begin{aligned}
A_i &= A_{i-1} + I_i \\
T_i &= max(D_{i-1}, A_i) \\
W_i &= T_i - A_i \\
D_i &= W_i + S_i
\end{aligned}
$$

Ahora realizamos los cálculos para cada persona:

Persona 1

- $I_1 = 0.30$
- $A_1 = 0 + 0.30 = 0.30$
- $T_1 = max(D_0, A_1) = max(0, 0.30) = 0.30$
- $W_1 = 0.00$
- $S_1 = 2.92$
- $D_1 = T_1 + S_1 = 0 + 2.92 = 3.22$

Persona 2

- $I_2 = 0.16$
- $A_2 = A_1 + I_2 = 0.30 + 0.16 = 0.46$
- $T_2 = max(D_1, A_2) = max(3.22, 0.46) = 3.22$
- $W_2 = T_2 - A_2 = 3.22 - 0.46 = 2.76$
- $S_2 = 2.99$
- $D_2 = T_2 + S_2 = 2.76 + 2.99 = 6.21$

Persona 3

- $I_3 = 0.42$
- $A_3 = A_2 + I_3 = 0.46 + 0.42 = 0.88$
- $T_3 = max(D_2, A_3) = max(6.21, 0.88) = 6.21$
- $W_3 = T_3 - A_3 = 6.21 - 0.88 = 5.33$
- $S_3 = 2.87$
- $D_3 = T_3 + S_3 = 5.33 + 2.87 = 9.08$

Persona 3

- $I_3 = 0.42$
- $A_3 = A_2 + I_3 = 0.46 + 0.42 = 0.88$
- $T_3 = max(D_2, A_3) = max(6.21, 0.88) = 6.21$
- $W_3 = T_3 - A_3 = 6.21 - 0.88 = 5.33$
- $S_3 = 2.87$
- $D_3 = T_3 + S_3 = 5.33 + 2.87 = 9.08$

Persona 4

- $I_4 = 0.14$
- $A_4 = A_3 + I_4 = 0.88 + 0.14 = 1.02$
- $T_4 = max(D_3, A_4) = max(9.08, 1.02) = 9.08$
- $W_4 = T_4 - A_4 = 9.08 - 1.02 = 8.06$
- $S_4 = 2.84$
- $D_4 = T_4 + S_4 = 8.06 + 2.84 = 11.92$

Finalmente, se realiza un cuadro resumen de lo que se pidió en el enunciado.

Persona	I_i	A_i	T_i	W_i	S_i	D_i	Entrada	cola cuando llega	cantidad en el sistema
1	0.30	0.30	0.30	0.00	2.92	3.22	Sí	0	0
2	0.16	0.46	3.22	2.76	2.99	6.21	Sí	0	1
3	0.42	0.88	6.21	5.33	2.87	9.08	Sí	1	2
4	0.14	1.02	9.08	8.06	2.84	11.92	Sí	2	3
5	0.60	1.62					No	3	4

Notar que el quinto cliente no entra al sistema puesto que llega cuando hay 4 clientes dentro.

(1.5 puntos) Por poner las fórmulas a utilizar de manera correcta.
(3.5 puntos) Por calcular de manera correcta lo que se está pidiendo.
(1 punto) Por decir que la persona número 5 no entra al sistema debido a que llegó a su capacidad.

(e) Calculamos las medidas de desempeños pedidas en el enunciado:

Tiempo de espera

$$W_q = \sum_{i=1}^{4} \frac{W_i}{N} = \frac{0 + 2.76 + 5.33 + 8.06}{4} = 4.04$$

Cantidad media de clientes en el sistema

$$L = \sum_{i=1}^{4} \frac{(D_i - A_i)}{D_4} = 2.33$$

Porcentaje del tiempo en que el sistema está lleno

$$\%\text{tiempo sistema lleno} = \frac{D_4 - A_4}{D_4} = 0.9144 = 91.44\%$$

(1.5 puntos) Por definir de manera correcta las 3 fórmulas a utilizar
(3.5 puntos) Por calcular de manera correcta lo pedido.