Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS2123 – Modelos Estocásticos
Profesor Andrés Navarro
Primer Semestre 2026

Interrogación 2

Duración: 2 horas 30 minutos

Problema 1 (18 puntos)

Responda las siguientes preguntas de manera independiente:

(a) **(6 puntos)** Un dado balanceado se lanza sucesivamente. La secuencia termina cuando, por primera vez, el producto entre el resultado del lanzamiento actual y el del lanzamiento inmediatamente anterior sea igual a 12. Represente el problema como una cadena de Markov en tiempo discreto (CMTD), definiendo un espacio de estados apropiado, y explique (no necesariamente calcular) como obtener el esperado de la cantidad de lanzamientos necesarios para alcanzar la condición de detención, detallando las variables y ecuaciones necesarias.

Solución: Se lanza un dado equilibrado hasta que el producto de dos lanzamientos consecutivos sea 12. Las parejas que cumplen son $(2,6),(6,2),(3,4),(4,3)$. Definimos los estados:

- S: inicio (aún no hay lanzamiento previo).
- V: el último lanzamiento es $2,3,4$ o 6 (tiene un único complemento que da 12).
- N: el último lanzamiento es 1 o 5 (nunca puede dar producto 12).
- fin: estado absorbente (se cumple la condición).

Con el orden (S,V,N,fin):

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Desde V: con probabilidad $1/6$ sale el complemento y se llega a 12; quedan 3 caras válidas $(1/2)$ y 2 neutras $(1/3)$.

Para obtener el valor esperado de cantidad de lanzamientos necesarios para llevar al estado 12 por primera vez se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(T(S,fin)) &= 1 + \tfrac{2}{3}\mathbb{E}(T(V,fin)) + \tfrac{1}{3}\mathbb{E}(T(N,fin)), \\ \mathbb{E}(T(V,fin)) &= 1 + \tfrac{1}{2}\mathbb{E}(T(V,fin)) + \tfrac{1}{3}\mathbb{E}(T(N,fin)), \\ \mathbb{E}(T(N,fin)) &= 1 + \tfrac{2}{3}\mathbb{E}(T(V,fin)) + \tfrac{1}{3}\mathbb{E}(T(N,fin)). \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos (no requerido en la respuesta):

$$\boxed{\mathbb{E}(T(S, fin)) = \frac{21}{2} = 10{,}5}$$

Otra forma de resolver el problema es definiendo el estado como el último dado que salió, sumado a dos estados posibles de inicio (estado S) y cierre (estado fin). Con esto, la matriz de transición es:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para obtener el valor esperado de la cantida de lanzamientos (etapas) necesarias para alcanzar la condición de detención, partiendo desde un inicio, se deben plantear las ecuaciones para encontrar $\mathbb{E}(T(S, fin))$

Distribución de puntaje:

- 2 puntos por plantear el espacio de estados
- 2 puntos por plantear la matriz de transición
- 2 puntos por plantear las ecuaciones para obtener el valor esperado de la cantidad de lanzamientos necesarios

(b) **(6 puntos)** Una partícula se mueve entre tres estados $\{1, 2, 3\}$ según una CMTD con la siguiente matriz de transición, donde $p, q, r \in [0, 1]$ son parámetros de diseño:

$$P = \begin{pmatrix} 1-p & p & 0 \\ 0 & 1-q & q \\ r & 0 & 1-r \end{pmatrix}$$

Determine qué condiciones deben cumplir los factores p, q, r para que la cadena posea **distribución límite**. Justifique distinguiendo entre la existencia de distribución estacionaria y de distribución límite. Bajo dichas condiciones, obtenga las ecuaciones que permiten obtener la distribución de largo plazo en función de p, q, r.

Solución: Para tener distribución límite se deben cumplir dos condiciones.

Primero, la cadena debe ser irreducible. Para ello se necesita que

$$p > 0, \quad q > 0, \quad r > 0,$$

ya que si alguno fuera 0 se corta el ciclo (por ejemplo, con $p = 0$ el estado 1 queda absorbente) y la cadena deja de ser irreducible.

Segundo, la cadena debe ser aperiódica. Para ello se requiere que p, q, r *no* sean los tres iguales a 1, es decir

$$(p, q, r) \neq (1, 1, 1).$$

Ecuaciones de la distribución de largo plazo. Bajo dichas condiciones, $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$ se obtiene resolviendo $\pi = \pi P$ junto con la condición de normalización:

$$\pi_1 = (1-p)\,\pi_1 + r\,\pi_3,$$

$$\pi_2 = p\,\pi_1 + (1-q)\,\pi_2,$$

$$\pi_3 = q\,\pi_2 + (1-r)\,\pi_3,$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1.$$

Distribución de puntaje:

- 2 puntos por plantear requerimiento de $p > 0, \quad q > 0, \quad r > 0$
- 2 puntos por plantear requerimiento de $(p, q, r) \neq (1, 1, 1)$.
- 2 puntos por plantear las ecuaciones para obtener la distribución de largo plazo

(c) **(6 puntos)** Una máquina procesa productos y admite como máximo 6 productos en el sistema. Los pedidos llegan según un proceso de Poisson de tasa λ. Cada pedido es, de forma independiente, de un solo producto con probabilidad p o de dos productos con probabilidad $1-p$, con $p \in (0,1)$.

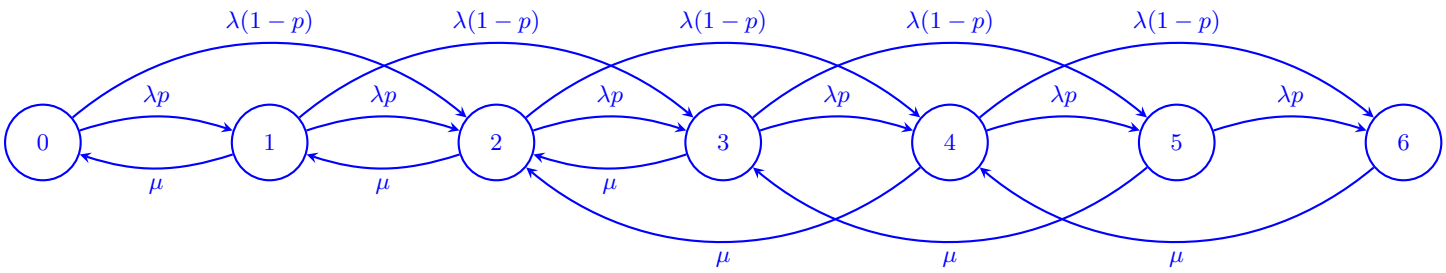
Si un pedido no cabe completo (un pedido de dos cuando queda un solo espacio, o cualquier pedido con el sistema lleno), el pedido se pierde por completo. El procesamiento toma un tiempo exponencial de tasa μ. Mientras hay 3 o menos productos, cada procesamiento retira 1 producto; cuando hay 4 o más, la máquina procesa de a 2 (cada procesamiento retira 2 productos).

Modele el número de productos en el sistema como una CMTC: defina los estados, tasas de transición, y plantee las ecuaciones de equilibrio (largo plazo) junto con la condición de normalización. No es necesario resolver el sistema.

Solución: Estados. $X(t) \in \{0,1,2,3,4,5,6\}$: número de productos en el sistema.

Tasas de transición. El pedido de un producto llega a tasa efectiva λp y el de dos productos a tasa $\lambda(1-p)$.

- $n \to n+1$ a tasa λp, para $n \in \{0, \ldots, 5\}$.
- $n \to n+2$ a tasa $\lambda(1-p)$, para $n \in \{0, \ldots, 4\}$ (en $n = 5$ el pedido de dos no cabe y se pierde; en $n = 6$ todo se pierde).
- $n \to n-1$ a tasa μ, para $n \in \{1, 2, 3\}$.
- $n \to n-2$ a tasa μ, para $n \in \{4, 5, 6\}$.



Ecuaciones de equilibrio.

$$
\begin{aligned}
\lambda\,\pi_0 &= \mu\,\pi_1,\\
(\lambda+\mu)\,\pi_1 &= \lambda p\,\pi_0 + \mu\,\pi_2,\\
(\lambda+\mu)\,\pi_2 &= \lambda(1-p)\,\pi_0 + \lambda p\,\pi_1 + \mu\,\pi_3 + \mu\,\pi_4,\\
(\lambda+\mu)\,\pi_3 &= \lambda(1-p)\,\pi_1 + \lambda p\,\pi_2 + \mu\,\pi_5,\\
(\lambda+\mu)\,\pi_4 &= \lambda(1-p)\,\pi_2 + \lambda p\,\pi_3 + \mu\,\pi_6,\\
(\lambda p+\mu)\,\pi_5 &= \lambda(1-p)\,\pi_3 + \lambda p\,\pi_4,\\
\mu\,\pi_6 &= \lambda(1-p)\,\pi_4 + \lambda p\,\pi_5,\\
\sum_{n=0}^{6} \pi_n &= 1.
\end{aligned}
$$

Distribución de puntaje:

- 2 puntos por plantear el espacio de estados correctamente
- 2 puntos por plantear las tasas de transición correctamente
- 2 puntos por plantear las ecuaciones de equilibrio

Problema 2 (24 puntos)

Una máquina de precisión termina cada día en una de dos condiciones: *calibrada* (C) o *descalibrada* (D). Después de mucho estudiar su comportamiento los técnicos comprobaron que la condición de la máquina en un día cualquiera sigue las siguientes reglas:

- Tras una racha de dos días calibrada, al día siguiente *sigue* calibrada con probabilidad 0,75.
- Si el día anterior estaba calibrada y luego se descalibró, al día siguiente *se recalibra* con probabilidad 0,40.
- Si el día anterior estaba descalibrada y recién se recuperó, al día siguiente *se mantiene* calibrada sólo con probabilidad 0,50 (la recuperación es frágil).
- Tras dos días descalibrada, al día siguiente *logra calibrarse* con probabilidad 0,60 (intervención del equipo técnico).

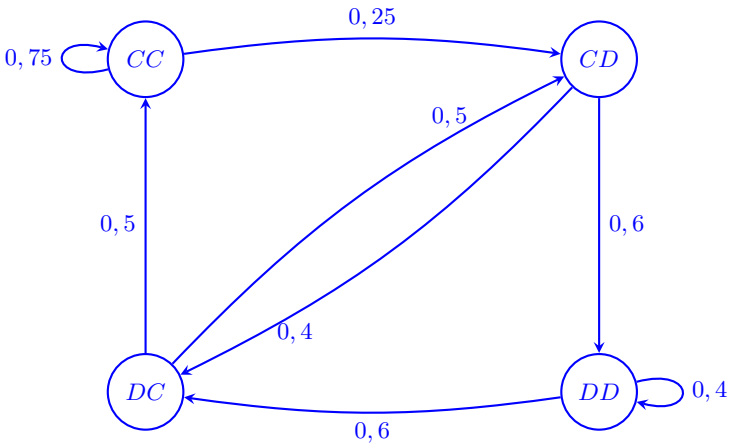
(a) **(6 puntos)** Modele la operación de la máquina como una CMTD. Defina claramente el espacio de estados y obtenga la matriz de transición.

Solución: La regla depende de las condiciones de los dos últimos días, de modo que el estado debe registrar el par (ayer, hoy):

$$\mathcal{S} = \{CC,\ CD,\ DC,\ DD\} \qquad \text{(primera letra = ayer)}.$$

Cada día el estado avanza de (X, Y) a (Y, Z), donde Z es la condición de mañana según las reglas.

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}40 & 0{,}60 \\ 0{,}50 & 0{,}50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}60 & 0{,}40 \end{pmatrix}.$$



Distribución de puntaje:

- 3 puntos por plantear el espacio de estados
- 3 puntos por plantear la matriz de transición o el grafo asociado

(b) **(6 puntos)** En el largo plazo: ¿qué fracción de los días la máquina opera calibrada? Además, ¿cuántas veces por cada 100 días, en promedio, la máquina "se cae" (un día calibrada seguido de uno descalibrada)?

Solución: Sea $\pi = (\pi_{CC}, \pi_{CD}, \pi_{DC}, \pi_{DD})$. Tenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\pi_{CC} &= 0{,}75\,\pi_{CC} + 0{,}50\,\pi_{DC} \\
\pi_{CD} &= 0{,}25\,\pi_{CC} + 0{,}50\,\pi_{DC} \\
\pi_{DC} &= 0{,}40\,\pi_{CD} + 0{,}60\,\pi_{DD} \\
\pi_{DD} &= 0{,}60\,\pi_{CD} + 0{,}40\,\pi_{DD} \\
1 &= \pi_{CC} + \pi_{CD} + \pi_{DC} + \pi_{DD}
\end{aligned}$$

Resolviendo obtenemos:

$$\boxed{\pi = (\pi_{CC}, \pi_{CD}, \pi_{DC}, \pi_{DD}) = (0{,}4,\ 0{,}2,\ 0{,}2,\ 0{,}2)}$$

La máquina opera calibrada cuando hoy $= C$ (estados CC o DC):

$$\Pr(\text{calibrada}) = \pi_{CC} + \pi_{DC} = 0{,}4 + 0{,}2 = \mathbf{0{,}6}.$$

Una "caída" es estar en un día calibrada (CC o DC) y pasar a descalibrada al día siguiente. En régimen estacionario su frecuencia es

$$\pi_{CC}(0{,}25) + \pi_{DC}(0{,}50) = 0{,}4(0{,}25) + 0{,}2(0{,}50) = 0{,}2 \ \Rightarrow\ \mathbf{20} \text{ caídas por cada } \mathbf{100} \text{ días.}$$

Distribución de puntaje:

- 2 puntos por plantear las ecuaciones de equilibrio
- 2 puntos por plantear que la proporción de días que se está en un estado calibrado es $\pi_{CC} + \pi_{DC}$
- 2 puntos por plantear que la cantidad de veces que la máquina se "cae" cada 100 días es $100(\pi_{CC}(0{,}25) + \pi_{DC}(0{,}50))$

(c) **(6 puntos)** La máquina acaba de recuperarse: ayer estuvo descalibrada y hoy amaneció calibrada. ¿Cuántos días en promedio operará sin caerse, es decir, hasta el próximo día descalibrada?

Solución: El primer día descalibrada corresponde al primer arribo al estado CD: partiendo de un día calibrado, los estados CC y DC sólo transitan entre sí o caen a CD (nunca se alcanza DD antes que CD). Con esto, el sistema de ecuaciones a resolver es:

$$\begin{aligned}
E(T(CC, CD)) &= 1 + 0{,}75\,E(T(CC, CD)) \\
E(T(DC, CD)) &= 1 + 0{,}50\,E(T(CC, CD))
\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$E(T(CC, CD)) = 4.$$

Y:

$$E(T(DC, CD)) = 1 + 0{,}50 \cdot 4 = \mathbf{3} \text{ días.}$$

Distribución de puntaje:

- 4 puntos por plantear las ecuaciones para obtener $E(T(CC, CD))$
- 2 puntos por calcular $E(T(DC, CD))$

(d) **(6 puntos)** Una falla en el sistema de control deterioró la recuperación: la probabilidad de mantenerse calibrada tras recién haberse recuperado baja de 0,50 a 0,25 (las demás reglas no cambian). Bajo esta nueva condición, cada día calibrada genera una utilidad de \$210 y cada día descalibrada \$0. Los dueños evalúan dos inversiones *excluyentes*, con su costo ya expresado como valor diario equivalente:

- Inversión 1 (nuevo controlador): sube de 0,75 a 0,875 la probabilidad de seguir calibrada tras una racha; costo \$6 por día.
- Inversión 2 (recalibrador automático): sube de 0,25 a 0,75 la probabilidad de mantenerse tras recién recuperarse; costo \$24 por día.

¿Cuál inversión conviene? Justifique sólo basándose en la utilidad neta de largo plazo. Además, asumiendo que el costo diario de la opción elegida no cambia, ¿por debajo de qué costo diario de la opción no elegida cambiaría de decisión?

Solución:

Tras la falla, resolviendo $\pi = \pi P$ se obtiene $\pi = (0{,}25;\ 0{,}25;\ 0{,}25;\ 0{,}25)$, luego $\Pr(C) = \pi_{CC} + \pi_{DC} = 0{,}5$. Utilidad sin invertir: $210 \cdot 0{,}5 = \$105$/día.

Inversión 1: con la nueva matriz, $\pi = (0{,}4;\ 0{,}2;\ 0{,}2;\ 0{,}2)$, $\Pr(C) = 0{,}6$. Utilidad bruta $210 \cdot 0{,}6 = \$126$; neta $126 - 6 = \boxed{\$120/\text{día}}$.

Inversión 2: $\pi = (0{,}5;\ \frac{1}{6};\ \frac{1}{6};\ \frac{1}{6})$, $\Pr(C) = 0{,}5 + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$. Utilidad bruta $210 \cdot \frac{2}{3} = \$140$; neta $140 - 24 = \boxed{\$116/\text{día}}$.

Conviene la **Inversión 1** (\$120 > \$116).

la Inversión 2 supera a la 1 cuando $140 - x > 120$, es decir con costo diario $x < \$20$. Hoy cuesta \$24, por lo que no conviene; bajo \$20/día sí sería la mejor.

Distribución de puntaje:

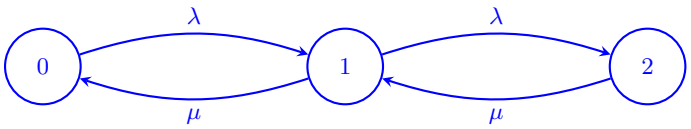
- 2 puntos por plantear el ahorro diario con inversión 1
- 2 puntos por plantear el ahorro diario con inversión 2
- 1 punto por plantear que la inversión 1 es más conveniente
- 1 punto por plantear el que la inversión 2 conviene cuando su costo es menor a \$20/día

Problema 3 (18 puntos)

Una empresa de logística tiene una **estación interna de carga de combustible** para su flota. La estación cuenta con **un surtidor** y espacio para **un vehículo en espera** (capacidad total: 2 vehículos). Los vehículos llegan a cargar según un proceso de Poisson de tasa $\lambda = 3$ por hora y el tiempo de carga es exponencial de tasa $\mu = 3$ por hora. Si un vehículo llega cuando la estación está llena (ya hay 2 vehículos), no puede esperar y debe ir a cargar a una **bomba externa**.

(a) **(4 puntos)** Modele la ocupación de la estación como una CMTC. Defina el espacio de estados, dibuje el diagrama de transición e indique las tasas.

Solución: El estado es el número de vehículos en la estación (cargando + esperando), $\mathcal{S} = \{0, 1, 2\}$. Las llegadas Poisson dan las subidas a tasa λ; el único surtidor da las bajadas a tasa μ. En el estado 2 (lleno) una llegada no sube el estado (se va a la bomba externa): no hay transición $2 \to 3$.



Distribución de puntaje:

- 1 punto por plantear el espacio de estados
- 2 puntos por plantear las tasas de transición
- 1 punto por plantear el diagrama de transición

(b) **(8 puntos)** La bomba externa empezó a cobrar un recargo por cada vehículo que deba cargar allí, así que interesa reducir cuántos vehículos se van afuera. Por un mismo costo, la gerencia puede elegir solo *uno* de dos arreglos:

(A) reemplazar el surtidor por uno más eficiente, con un tiempo de carga de tasa tasa $\mu = 1,2$ por hora, manteniendo 1 espacio de espera;

(B) **ampliar la espera a 2 vehículos** (capacidad total 3), manteniendo el surtidor original.

¿Cuál arreglo se debería elegir para enviar menos vehículos a la bomba externa? Justifique.

Solución: En el estado lleno los vehículos siguen llegando a tasa λ, pero deben ir a la bomba externa. Como en el largo plazo el sistema está lleno una fracción π_2 del tiempo, el flujo de vehículos enviados afuera es $\lambda\,\pi_2$ por hora.

Para obtener π_2 planteamos las ecuaciones de equilibrio de la CMTC y resolvemos. **Situación actual** (estados $0, 1, 2$).

Las ecuaciones de equilibrio son

$$\lambda\pi_0 = \mu\pi_1,$$
$$\lambda\pi_1 = \mu\pi_2,$$

y como $\lambda = \mu = 3$ cada una da $\pi_{n+1} = \pi_n$. Con $\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1$, los tres estados quedan equiprobables: $\pi_2 = \frac{1}{3}$.

(A) Surtidor 20% más rápido. La tasa de carga pasa a $1{,}2\mu = 3{,}6$. Las ecuaciones de equilibrio son

$$\lambda\pi_0 = 1{,}2\mu\,\pi_1,$$
$$\lambda\pi_1 = 1{,}2\mu\,\pi_2,$$

de donde $\pi_1 = \frac{3}{3{,}6}\pi_0 = \frac{5}{6}\pi_0$ y $\pi_2 = \frac{5}{6}\pi_1 = \frac{25}{36}\pi_0$.

Normalizando, $\pi_0\left(1+\frac{5}{6}+\frac{25}{36}\right)=\pi_0\cdot\frac{91}{36}=1$, luego $\pi_2^{(A)}=\dfrac{25}{91}$.

(B) Espera ampliada (estados $0,1,2,3$). Las ecuaciones de equilibrio son

$$\lambda\pi_0=\mu\pi_1,$$
$$\lambda\pi_1=\mu\pi_2,$$
$$\lambda\pi_2=\mu\pi_3,$$

y con $\lambda=\mu=3$ los cuatro estados quedan equiprobables: $\pi_3^{(B)}=\frac{1}{4}$.

Comparación. Basta comparar $\pi_2^{(A)}$ y $\pi_3^{(B)}$. Dado que $\pi_2^{(A)}>\pi_3^{(B)}$. Por lo tanto el arreglo **(B), ampliar la espera, envía menos vehículos afuera** (25% frente a $\approx 27{,}5\%$)

Distribución de puntaje:

- 3 puntos por calcular proporción de autos que se van a la estación externa en escenario (A)
- 3 puntos por calcular proporción de autos que se van a la estación externa en escenario (B)
- 2 puntos por plantear justificación de qué arreglo es mejor

(c) **(6 puntos)** Suponga que la empresa *no* implementó ninguno de los arreglos anteriores. En cambio, como compró vehículos diésel, instaló un **segundo surtidor de diésel** y amplió la espera a 3 vehículos (capacidad total 5: hasta 3 esperando y 2 cargando). El surtidor de diésel *también* puede entregar combustible común. El 30% de los vehículos usa diésel y el 70%, común. Reglas:

- Un vehículo de combustible común puede usar el surtidor de diésel sólo si está al frente de la fila, el surtidor común está ocupado y no hay ningún vehículo diésel en la fila.
- Si hay algún vehículo diésel en la fila, este tiene prioridad para usar el surtidor de diésel.

Modele la nueva situación como una CMTC indicando claramente el espacio de estados y las tasas de transición.

Solución:

Nota: El puntaje de esta pregunta no se considerará para el puntaje máximo de la interrogación, quedando con 54 puntos para la nota máxima

Definimos el espacio de estados de la siguiente forma:

$$X(t)=(a,\,b,\,d,\,c),$$

donde:

- $a\in\{0,1\}$: indica si el surtidor *común* está ocupado;
- $b\in\{0,1\}$: indica si el surtidor *diésel* está ocupado;
- $c\in\{0,1,2,3\}$: número de vehículos diésel en espera;
- $d\in\{0,1,2,3\}$: número de vehículos comunes en espera, con $d+c\leq 3$.
- c sólo puede tomar valores distintos a 0 cuando $b=1$.
- d sólo puede tomar valores distintos a 0 cuando $a=b=1$

En cuanto a las tasas:

Llegada diésel (tasa $\lambda_D = 0{,}9$).

$$\begin{aligned}
(a,0,0,0) &\longrightarrow (a,1,0,0) && \text{(ocupa el surtidor diésel),}\\
(a,1,d,c) &\longrightarrow (a,1,d+1,c) && \text{si } d+c<3.
\end{aligned}$$

Llegada común (tasa $\lambda_C = 2{,}1$).

$$\begin{aligned}
(0,b,d,0) &\longrightarrow (1,b,d,0) && \text{(ocupa el surtidor común),}\\
(1,0,0,0) &\longrightarrow (1,1,0,0) && \text{(ocupa el surtidor diésel: común ocupado, diésel libre, sin diésel en fila),}\\
(1,1,d,c) &\longrightarrow (1,1,d,c+1) && \text{si } d+c<3.
\end{aligned}$$

Fin de servicio en el surtidor común (tasa $\mu = 3$, si $a = 1$).

$$\begin{aligned}
(1,b,d,0) &\longrightarrow (0,b,d,0) && \text{(no hay comunes esperando; los diésel no pueden usarlo),}\\
(1,1,d,c) &\longrightarrow (1,1,d,c-1) && \text{si } c\geq 1 \text{ (entra el siguiente común).}
\end{aligned}$$

Fin de servicio en el surtidor diésel (tasa $\mu = 3$, si $b = 1$).

$$\begin{aligned}
(a,1,0,0) &\longrightarrow (a,0,0,0),\\
(a,1,d,0) &\longrightarrow (a,1,d-1,0) && \text{si } d\geq 1 \text{ (entra el siguiente diésel, por prioridad),}\\
(1,1,d,c) &\longrightarrow (1,1,d-1,c) && \text{si } d\geq 1,\\
(1,1,0,c) &\longrightarrow (1,1,0,c-1) && \text{si } c\geq 1 \text{ (el común del frente ocupa el surtidor diésel).}
\end{aligned}$$

Tasas agregadas. Hay dos casos en que transiciones distintas conducen al mismo estado y sus tasas se suman: [itemsep=2pt]

- Desde $(1,0,0,0)$, tanto una llegada diésel como una común llevan a $(1,1,0,0)$; la tasa de esa transición es $\lambda_D + \lambda_C = \lambda = 3$.
- Desde $(1,1,0,c)$ con $c \geq 1$, ambos fines de servicio llevan a $(1,1,0,c-1)$: al liberarse el surtidor común entra el siguiente común y, al liberarse el diésel, el común del frente lo ocupa. La tasa de esa transición es $2\mu = 6$.

Distribución de puntaje:

- 3 puntos por definir el espacio de estados
- 3 punto por definir las tasas de transición