

ESCUELA DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA

Tema 15: Costos de los Productores

ICS1513 – Introducción a la Economía

Objetivos

1. **Entender la relación entre insumos y producción a lo largo del tiempo**: Analizar cómo los factores de producción (mano de obra, capital, materiales) interactúan para generar bienes y servicios, destacando las diferencias clave entre el corto plazo (con ciertos insumos fijos) y el largo plazo (donde todos los insumos son variables).
2. **Determinar y evaluar los costos de producción en el corto y largo plazo**: Identificar los distintos tipos de costos que enfrenta una empresa, como costos fijos y variables en el corto plazo, y cómo estos evolucionan en el largo plazo, utilizando la función de producción para minimizar los costos asociados a diferentes niveles de output.
3. **Optimizar la combinación de insumos para lograr niveles específicos de producción**: Examinar cómo las empresas seleccionan la combinación de insumos más eficiente para minimizar los costos y alcanzar un nivel de producción determinado, ajustando las decisiones de insumos tanto en el corto plazo, con insumos fijos, como en el largo plazo, donde todos los insumos son ajustables.

Capítulos

Texto	Capítulos
Mankiw	13
CORE	2.3 - 2.5, 3.3 - 3.4, 3.6, 7.1 - 7.6, 8.3
Pindyck	6, 7
Varian	18, 19, 20, 21

Teoría del Productor

- La teoría del productor analiza **cómo una empresa toma decisiones** de producción para **minimizar costos** y cómo estos costos varían con los niveles de producción.
- Seguiremos estos pasos:
  1. **Modelar la relación física entre insumos y productos**: Definir la función de producción.
  2. **Derivar los costos de producción**: Utilizar la función de producción para calcular los costos, asumiendo que todas las empresas buscan producir al menor costo posible.
  3. **Estudiar la decisión de oferta de una empresa**: Analizar cómo la gerencia toma decisiones sobre insumos y productos para maximizar el beneficio

Teoría del Productor

- Nos centraremos en cómo modelar la relación física entre insumos y productos:
  - **Insumos o Factores de producción**: Incluyen todo lo que la empresa utiliza en el proceso de producción. Se dividen en tres categorías:
    - Mano de obra (l)
    - Materiales (m)
    - Capital (k)
  - **Producto**: El bien que la empresa vende.

Teoría del Productor

- Las restricciones tecnológicas impuestas por la naturaleza limitan a las empresas a adoptar planes de producción que sean **tecnológicamente viables**.
- Solo ciertas combinaciones de factores pueden resultar en una cantidad específica de producción.
- Por lo tanto, las empresas deben elegir planes de producción factibles desde un punto de vista tecnológico.

Conjunto de Producción

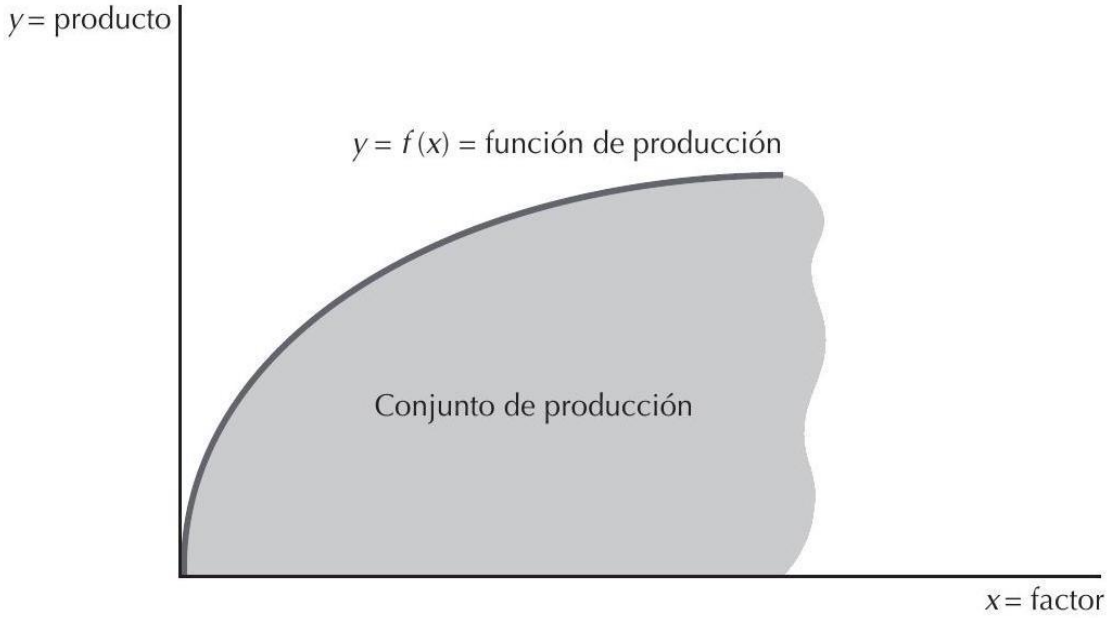
- La forma más sencilla de describir los planes de producción factibles es enumerarlos, es decir, listar **todas las combinaciones de factores y productos que son tecnológicamente viabl**es.
- Este conjunto de combinaciones se denomina **conjunto de producción**.

Conjunto de Producción

- Ejemplo con un Único Factor:
  - Si consideramos un único factor, medido por x, y un único producto, medido por y, el conjunto de producción puede representarse gráficamente.
  - Afirmar que el punto (x, y) se encuentra en el conjunto de producción significa que, desde el punto de vista tecnológico, es posible obtener una cantidad y de producción con x cantidad de factores.
  - El conjunto de producción muestra las **opciones tecnológicas disponibles para la empresa**.

Frontera del Conjunto de Producción

- La función determinada por esta frontera se denomina **función de producción**, la cual mide el volumen máximo de producción que puede obtenerse con una cantidad dada de factores.
- La función de producción describe lo que es **técnicamente posible** cuando una empresa opera de manera **eficiente**.
- Esto implica que la empresa utiliza sus recursos de manera óptima, sin desperdicios, para **maximizar su producción**.



(Varian, 2010)

Función de Producción

- El concepto de función de producción se aplica también cuando hay varios factores.
- Por ejemplo, si hay dos factores, la función de producción $f(x_1, x_2)$ mide la cantidad máxima y que puede obtenerse con x_1 unidades del factor 1 y x_2 unidades del factor 2.

Función de Producción

- La función de producción describe la relación entre los insumos y el producto resultante (o servicio):

$$q = f(k, l, m, \dots)$$

q representa la producción de un bien en un periodo de tiempo por una firma.

k representa el uso del capital durante ese periodo.

l representa las horas de mano de obra necesarias en ese periodo de tiempo.

m representa las materias primas usadas.

Función de Producción

- Para representar las relaciones de producción con varios factores, se utiliza un instrumento llamado **isocuanta**.
- Una isocuanta es el conjunto de todas las combinaciones posibles de los factores que son **suficientes** para obtener una **cantidad dada de producción**.

Función de Producción

- **Comparación con Curvas de Indiferencia:**
  - Las isocuantas son **similares** a las curvas de indiferencia.
  - Una curva de indiferencia representa diferentes combinaciones de consumo que generan un nivel determinado de utilidad.
  - Sin embargo, las isocuantas representan las **cantidades** de bienes que pueden producirse y no un nivel de utilidad.
  - Por lo tanto, **están determinadas por la tecnología** y **no** tienen el **carácter arbitrario** de los números asignados a las curvas de indiferencia.

Propiedades

1.- Monotonía:

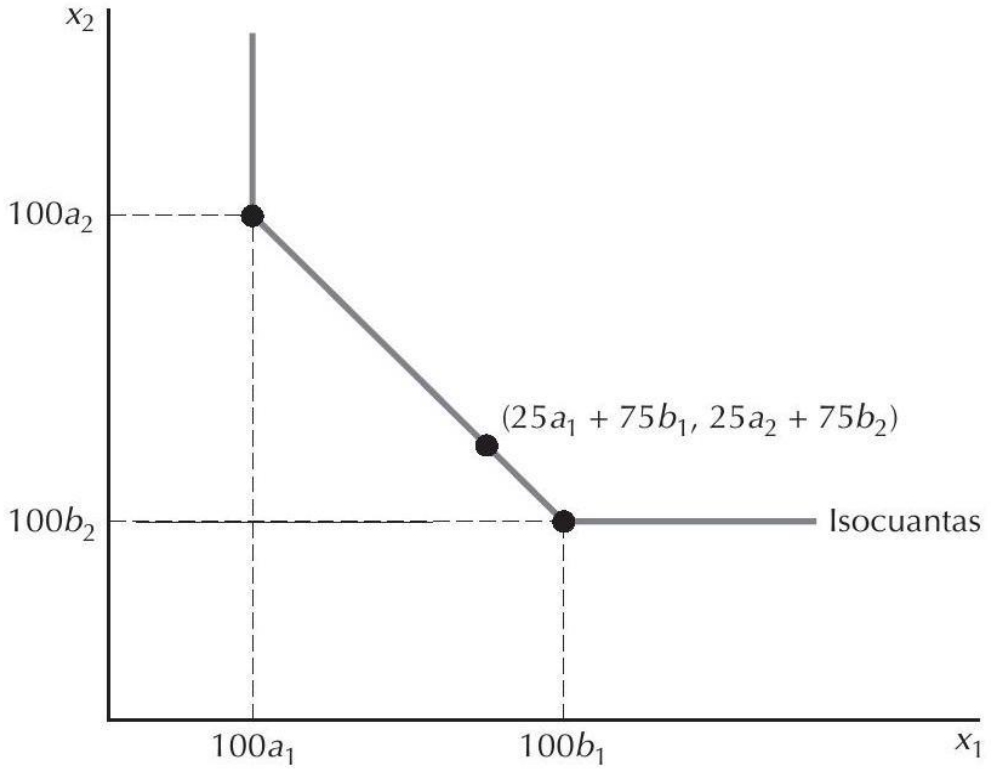
- **Definición**: Una función de producción es monótona si con una cantidad igual o mayor de ambos factores de producción, es posible obtener al menos el mismo volumen de producción.
- **Eliminación Gratuita**: Esta propiedad implica que tener más de un factor no perjudica a la empresa. Si la empresa puede deshacerse de cualquier cantidad de un factor sin incurrir en costos, no le perjudica tener más del mismo.

2.- Convexidad:

- **Definición**: Una tecnología es convexa si, para dos combinaciones de factores de producción (x_1^1, x_2^1) y (x_1^2, x_2^2), cualquier combinación ponderada de estos factores puede producir al menos la misma cantidad de output.

Propiedades

- **Ejemplo de Convexidad**: Supongamos que hay dos maneras de obtener una unidad de producción:
  - Técnica "a": usando a_1 unidades del factor 1 y a_2 unidades del factor 2.
  - Técnica "b": usando b_1 unidades del factor 1 y b_2 unidades del factor 2.
- Si se multiplican por 100 estas técnicas, producirán 100 unidades de producción.
- Ahora, si tenemos una combinación ponderada de estos factores, como:
  - $25a_1 + 75b_1$ unidades del factor 1
  - $25a_2 + 75b_2$ unidades del factor 2
- También podemos producir 100 unidades: produciendo 25 unidades con la técnica "a" y 75 unidades con la técnica "b".



Propiedades

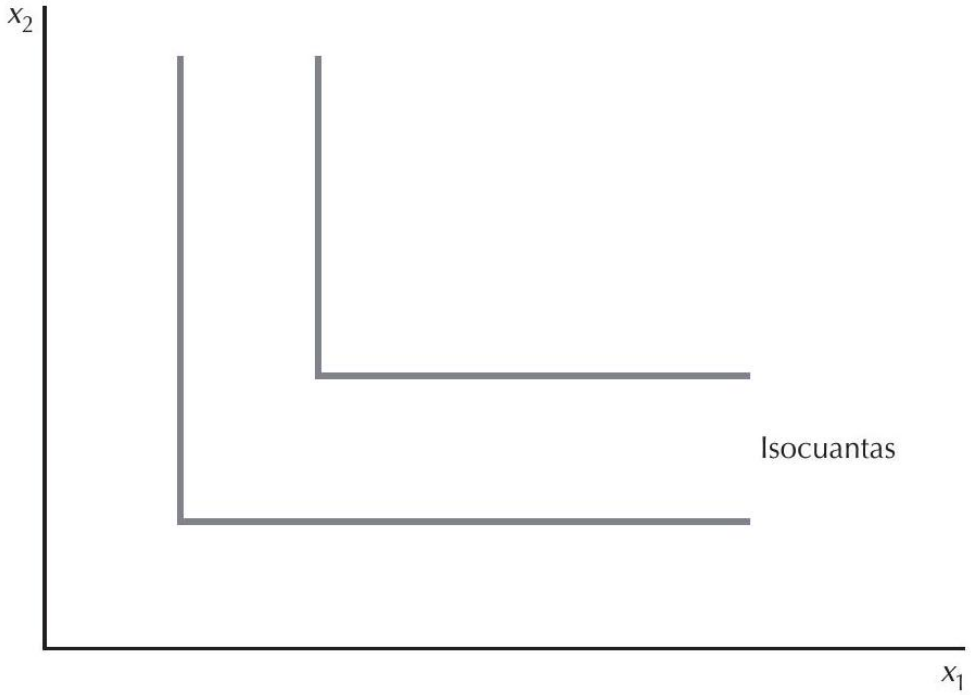
- **Importancia de la Convexidad**
  - **Multiplicación de Procesos**: En tecnologías donde los procesos de producción pueden multiplicarse y no se interfieren entre sí, la convexidad es un supuesto natural.
  - **Flexibilidad en la Producción**: La convexidad permite una gran flexibilidad en cómo se pueden combinar los factores de producción para alcanzar diferentes niveles de output. Esto es crucial para la planificación y optimización de la producción en una empresa.

Función de Producción

- **Proporciones Fijas:**
  - Supongamos que estamos produciendo hoyos y que éstos sólo pueden hacerse utilizando un hombre y una pala. No sirve de nada tener ni más palas ni más hombres.
  - Por tanto, el número total de hoyos que podamos hacer es el mínimo número de hombres y de palas que tengamos, por lo que expresamos la función de producción de la forma siguiente:

$$f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}.$$

  - Las isocuantas resultantes son **idénticas** a las curvas de indiferencia de los **complementos perfectos** en la teoría del consumidor.



(Varian, 2010)

Función de Producción

- **Cobb-Douglas:**
  - La función de producción Cobb-Douglas se expresa como:

$$f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$$

  - A mide la escala de producción, indicando el volumen de producción que se obtiene utilizando una unidad de cada factor.
  - a y b representan la elasticidad de producción respecto a los factores x_1 y x_2, respectivamente.
  - Las isocuantas resultantes son **idénticas a las curvas de indiferencia de Cobb-Douglas en la teoría del consumidor**.

Productividad Marginal

- El **producto marginal** de un factor mide el cambio en la producción cuando se utiliza **una unidad adicional de ese factor**, manteniendo constante el nivel de otros factores.
- Es un concepto clave para entender cómo varía la producción con respecto a **cambios en los insumos**.
- Si estamos en el punto (x_1, x_2) y consideramos agregar una pequeña cantidad adicional Δx_1 del factor 1, manteniendo constante el factor 2 en x_2 , el volumen de producción adicional que obtenemos por cada unidad adicional del factor 1 se define como:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$

Productividad Marginal

- En formato diferencial:

$$PM_1(x_1, x_2) = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

- **Tasa de Cambio**: Es importante recordar que el producto marginal es una tasa de cambio, es decir, la cantidad total de producción adicional por unidad adicional del factor.
- El concepto de producto marginal es **similar al de utilidad marginal en la teoría del consumidor**.
- Mientras que la utilidad marginal se refiere al aumento de satisfacción con una unidad adicional de consumo, el producto marginal se refiere al aumento de producción con una unidad adicional de un factor. Sin embargo, a diferencia de la utilidad, que es ordinal, **el producto marginal es cardinal y puede observarse directamente en términos físicos**.

Productividad Media

- La productividad media de un factor mide la **cantidad promedio de output producido por unidad de ese factor**. Es una medida de la **eficiencia** con la que se utilizan los factores de producción.
- Si estamos en el punto (x_1, x_2), se define como:

$$PMe_1 = \frac{f(x_1, x_2)}{x_1}$$

- La productividad media proporciona una medida de la **eficiencia promedio** con la que se utiliza un factor en el proceso de producción.
- Una mayor productividad media indica una mayor eficiencia.

Productividad Media

- **Comparación con el Producto Marginal**:
  - **Producto Marginal**: Mide el cambio en la producción cuando se agrega una unidad adicional de un factor, manteniendo las demás constantes.
  - **Productividad Media**: Mide la producción promedio por unidad de un factor, proporcionando una perspectiva más general de la eficiencia.

Productividad Media

- **Importancia de la Productividad Media**
  - **Evaluación de Desempeño**: Las empresas pueden usar la productividad media para evaluar el desempeño de sus factores de producción y hacer comparaciones entre diferentes períodos o procesos.
  - **Decisiones de Inversión**: Al analizar la productividad media, las empresas pueden tomar decisiones informadas sobre dónde invertir para mejorar la eficiencia y aumentar la producción.

Producto Marginal Decreciente

- **Monotonía de la tecnología**: En un proceso productivo donde se aumenta la cantidad de un factor mientras se mantiene fijo el otro, la producción total aumenta debido a la naturaleza monótona de la tecnología. Es decir, **más insumos llevan a más producto.**
- **Producto marginal decreciente**: Aunque la producción aumente, lo hace a una **tasa decreciente**. Este fenómeno se observa cuando se incrementa un factor de producción manteniendo los otros factores constantes.

$$\frac{\partial PM_1(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial f_{x_1}(x_1, x_2)}{\partial x_1} < 0$$

Producto Marginal Decreciente

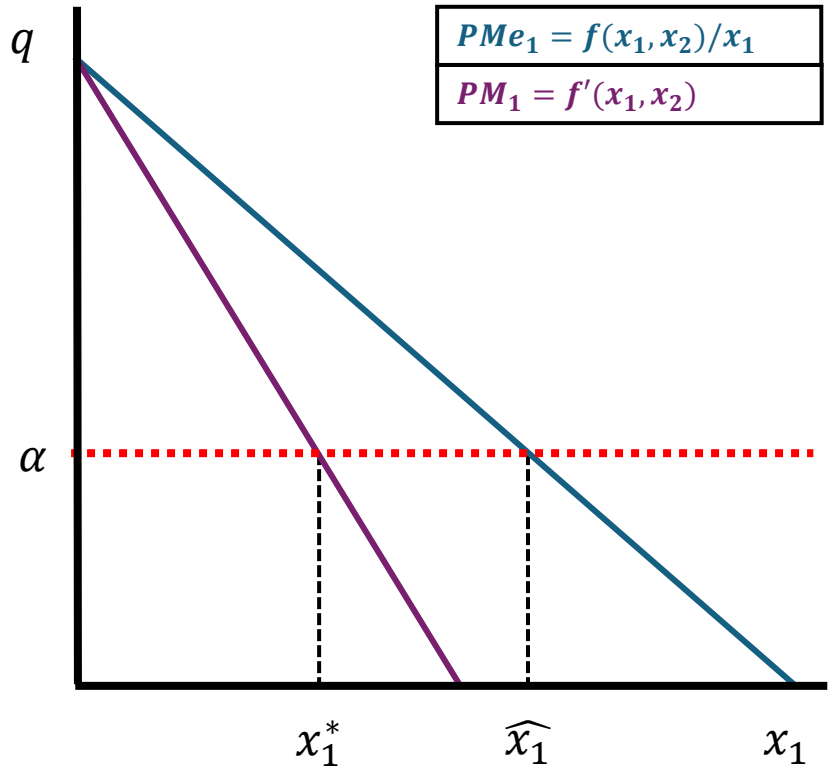
- **Ejemplo agrícola**: Al añadir trabajadores adicionales a una hectárea de tierra, el producto marginal de cada trabajador adicional (es decir, la cantidad extra que produce) disminuye a medida que se añaden más trabajadores.
  - Inicialmente, cada trabajador adicional aumenta significativamente la producción.
  - Eventualmente, la cantidad adicional de producción por trabajador empieza a caer.
  - En casos extremos, demasiados trabajadores pueden incluso reducir la producción total (sobreutilización del factor).

Producto Marginal Decreciente

- **Ley del Producto Marginal Decreciente**:
  - Esta "ley" se refiere a la tendencia de que, al aumentar la cantidad de un insumo mientras los demás factores permanecen constantes, **el producto marginal de ese insumo disminuye**.
  - Es **común en casi todos los procesos de producción**, pero no es una "ley" absoluta.
  - Es importante que **los otros factores se mantengan fijos** para que la ley se cumpla.
  - La ley de rendimientos marginales decrecientes muestra que existe un **límite práctico a la eficiencia de un factor de producción**, y que más no siempre significa mejor.

Producto Marginal Decreciente

- La curva de la producción media (PMe_1) de $f(x_1, x_2)$ tiene pendiente negativa, porque es razonable suponer que la producción por unidad adicional de x_1 disminuye.
- Dado que la producción media es decreciente, la curva de la producción marginal (PM_1) siempre se encuentra por debajo de la curva de la producción media.



Producto Marginal Decreciente

Matemáticamente, lo anterior se comprueba a partir de lo siguiente. Sabemos que:

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\frac{f(x_1, x_2)}{x_1}\right] < 0$$

$$\frac{f_{x_1}(x_1, x_2) \cdot x_1 - f(x_1, x_2)}{{x_1}^2} < 0$$

Asumiendo, sin pérdida de generalidad, que $x_1 > 0$ en intervalo donde se encuentran las posibilidades de producción relevantes:

$$f_{x_1}(x_1, x_2) \cdot x_1 - f(x_1, x_2) < 0$$

$$f_{x_1}(x_1, x_2) \cdot x_1 < f(x_1, x_2)$$

$$f_{x_1}(x_1, x_2) < \frac{f(x_1, x_2)}{x_1}$$

Lo que muestra la propiedad previamente mencionada.

Ejercicio 1

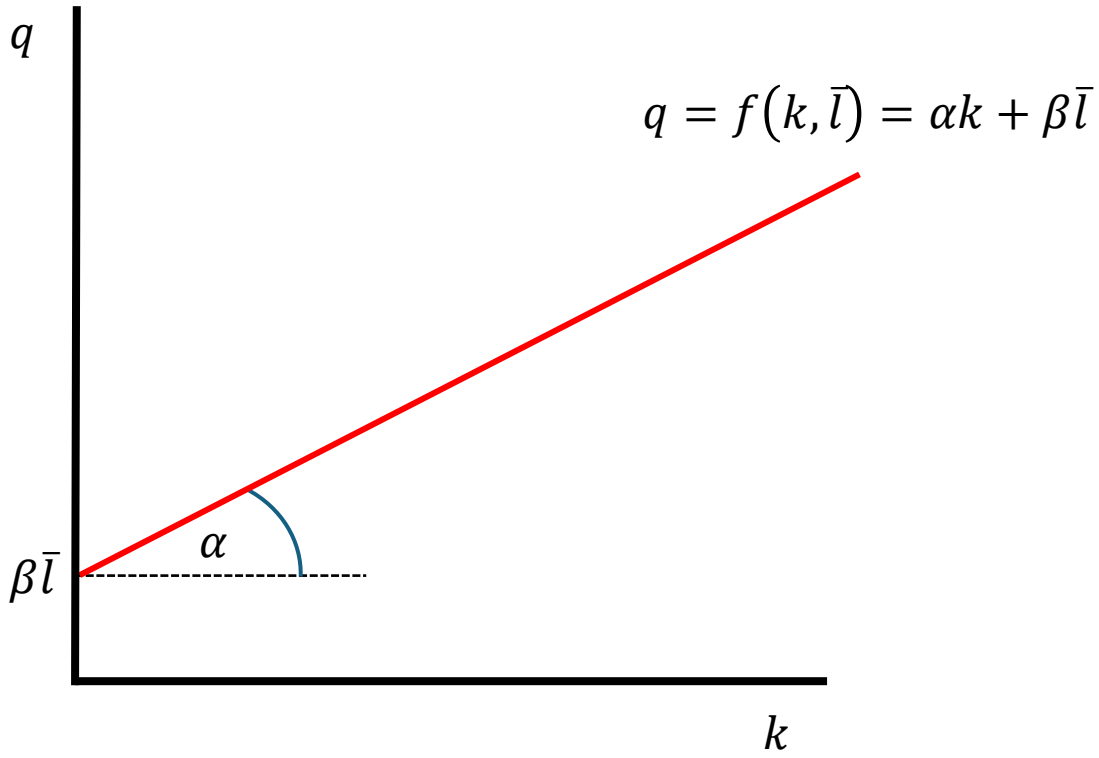
Si la función de producción viene dada por una función de producción lineal:

$$f(k,l) = \alpha k + \beta l$$

a. Grafique la función de producción versus el insumo k
b. Encuentre una expresión para PM_k
c. Encuentre una expresión para PMe_k
d. Muestre que $PMe_k > PM_k$

Ejercicio 1: Solución

a.



Ejercicio 1: Solución

b.

$$PM_k = \frac{\partial f(k, \bar{l})}{\partial k} = \frac{\partial(\alpha k + \beta \bar{l})}{\partial k} = \alpha$$

c.

$$PMe_k = \frac{f(k, \bar{l})}{k} = \frac{(\alpha k + \beta \bar{l})}{k} = \alpha + \frac{\beta \bar{l}}{k}$$

d.

$$\alpha = PM_k$$

$$\alpha + \frac{\beta \bar{l}}{k} > PM_k$$

$$PMe_k > PM_k$$

Isocuantas

- Una **isocuanta** representa todas las combinaciones posibles de **factores de producción** (insumos) que pueden generar el mismo nivel de producto, lo que matemáticamente se expresa como:

$$f(x_1, x_2) = q_0$$

- Donde x_i representa un factor de producción (capital, mano de obra, etc.) y q_0 representa el nivel constante de producción.

Tasa Marginal de Sustitución Técnica

- La **pendiente de una isocuanta** es clave, ya que refleja la **Tasa Marginal de Sustitución Técnica (TST)**, es decir, la tasa a la cual es posible sustituir un factor por otro sin alterar el nivel de producción.
- Un punto importante es que la **TST** es **positiva** y **decreciente** a medida que se incrementa la cantidad de uno de los insumos.
- Esto implica que, cuanto más se utilice un insumo, menor será la cantidad del otro insumo que se puede reducir para mantener la producción constante.
- Esta propiedad refleja los **rendimientos decrecientes** en la sustitución de factores.

Tasa Marginal de Sustitución Técnica

- La pendiente en cualquier punto de la **isocuanta** representa la magnitud de la **TST**, ya que muestra la razón a la que el productor es capaz de sustituir un insumo por otro sin cambiar su producción total.
- Matemáticamente, la TST en un punto de la curva de isocuanta es igual a:

$$TST = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{q=q_0} = \frac{PM_1}{PM_2}$$

Derivación Matemática de la TST

- Si la producción que genera una firma por utilizar dos insumos se representa por $\boldsymbol{f(x_1, x_2)}$, podemos escribir el diferencial total de esta función como:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2$$

- Esta expresión es igual a cero a lo largo de cualquier curva de isocuanta (porque el nivel de producción permanece constante a lo largo de la curva):

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

Derivación Matemática de la TST

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 = -\frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2$$

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\frac{\partial f}{\partial x_2}} = -\frac{dx_2}{dx_1}$$

$$TST = -\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{q=q_0} = \frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\frac{\partial f}{\partial x_2}} = \frac{PM_1}{PM_2}$$

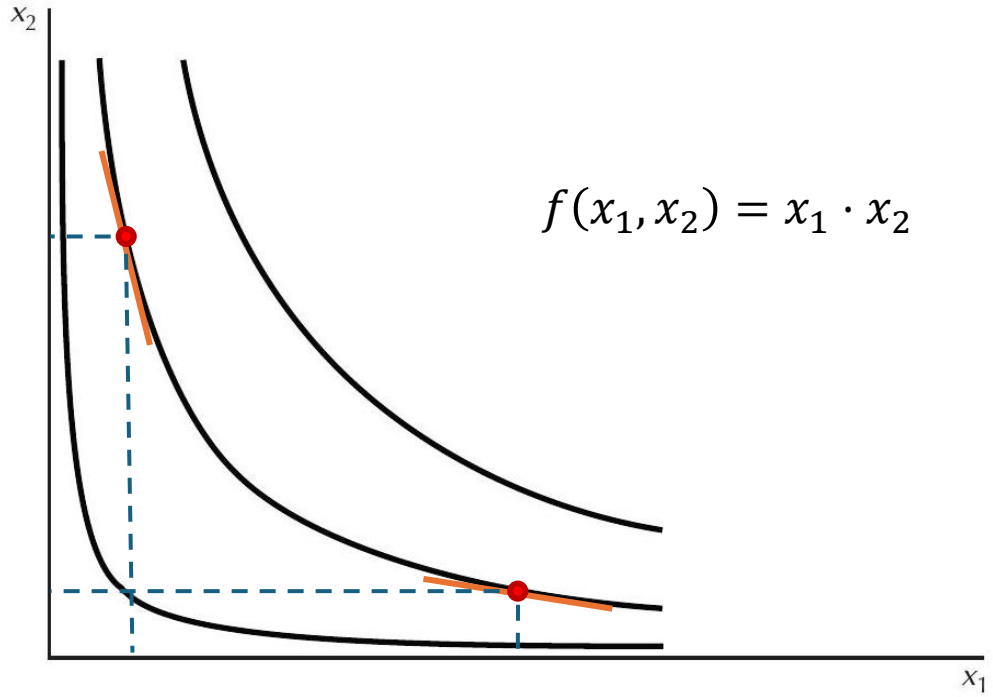
Tasa Marginal de Sustitución Técnica

$$TST = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{q=q_0} = \frac{PM_1}{PM_2}$$

- La TST nos dice cuánto puedo reducir la cantidad de x_2 cuando uso una unidad más de x_1, mientras mantengo el nivel de producción constante.
- El **supuesto de la Tasa Marginal de Sustitución Técnica (TST) decreciente** implica que, al desplazarnos a lo largo de una isocuanta, la pendiente cambia de forma predecible.

Tasa Marginal de Sustitución Técnica

- Específicamente, cuando incrementamos el insumo x_1 (por ejemplo, capital), la pendiente de la isocuanta disminuye en valor absoluto.
- Esto significa que se necesita cada vez menos del insumo x_2 (por ejemplo, mano de obra) para mantener el mismo nivel de producción.

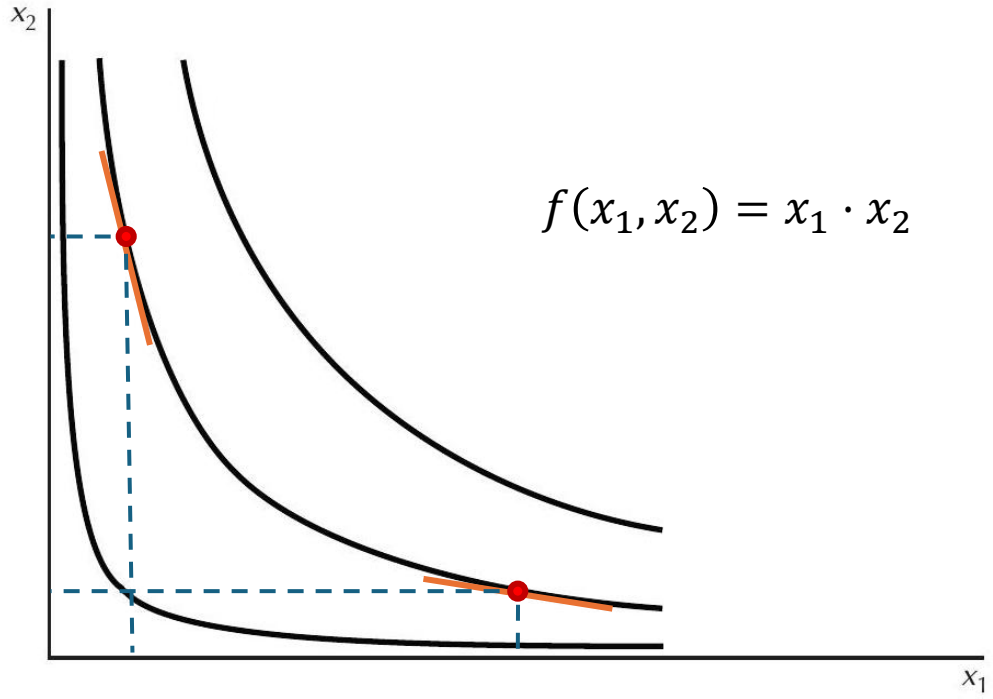


$$f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

(Varian, 2010)

Tasa Marginal de Sustitución Técnica

- Este comportamiento es crucial porque sugiere que las isocuantas tienen una **forma convexa** similar a las **curvas de indiferencia** en el análisis del consumidor.
- La convexidad indica que las combinaciones de insumos se eligen de manera eficiente, evitando la extrema dependencia de un solo factor de producción, lo que resulta en una sustitución progresivamente más difícil entre insumos.



$$f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

(Varian, 2010)

Retornos a Escala

- Adam Smith destacó dos fuerzas clave que influyen en cómo varía la eficiencia al aumentar la escala de producción:
  1. **Mayor división del trabajo y especialización de labores**: A medida que la escala de la empresa crece, la especialización en tareas permite que los trabajadores se vuelvan más eficientes.
  2. **Dificultades de gestión**: Sin embargo, gestionar una empresa más grande puede volverse más complejo, lo que puede reducir la eficiencia.
- Por lo tanto, si bien duplicar los insumos puede aumentar la producción, el resultado exacto depende de cómo se combinen estas fuerzas de especialización y dificultades de gestión

Retornos a Escala

- Si todos los insumos se duplican, no necesariamente se duplicará la cantidad de producto. Esto depende del tipo de **rendimientos a escala** que se presenten en el proceso de producción.
- Existen tres escenarios posibles:
  1. Rendimientos constantes a escala: $f(\alpha X) = \alpha f(X)$
  2. Rendimientos crecientes a escala: $f(\alpha X) > \alpha f(X)$
  3. Rendimientos decrecientes a escala: $f(\alpha X) < \alpha f(X)$

Costos

- Los **costos** son un concepto central en la toma de decisiones de producción de una empresa, ya que influyen directamente en la elección de la combinación óptima de insumos y en la eficiencia del proceso productivo.
- Hasta ahora, hemos hablado de **isocuantas** y cómo los insumos pueden sustituirse entre sí para mantener un nivel constante de producción.
- Sin embargo, no hemos abordado cómo elegir la combinación de insumos **óptima** para minimizar costos y maximizar eficiencia. Para esto, es esencial entender los diferentes tipos de costos que enfrenta una empresa.

Costos Contables

- Son los gastos **reales** en los que incurre la empresa, incluidos los pagos por insumos, salarios, alquileres y otros desembolsos monetarios.
- También incluyen la **depreciación** de activos y los gastos relacionados con el equipamiento de capital.
- Estos costos son los que comúnmente registra la **contabilidad**.

Costos Económicos

- Estos costos van más allá de los costos contables, ya que incluyen no solo los **gastos reales** sino también los **costos de oportunidad**, es decir, el costo asociado a lo que la empresa sacrifica al utilizar sus recursos en una determinada actividad, en lugar de la alternativa de mayor valor.

Costos de Oportunidad

- Representan el valor de las **oportunidades** que se pierden cuando los recursos de la empresa no se emplean en su uso **más valioso**.
- Por ejemplo, si una empresa destina sus recursos a la producción de un bien A, el costo de oportunidad es el valor que se podría haber generado si esos recursos se hubieran utilizado para producir el bien B.

Costos Hundidos

- Estos son gastos que ya se han realizado y no se pueden recuperar, por lo que **no deben** influir en futuras decisiones de producción.
- Son **irrelevantes** para la toma de decisiones futuras porque **no hay forma de recuperarlos**.

Costo Total: Costos Explícitos + Costos Implícitos

- **Costos Explícitos**:
  - Son aquellos que **requieren** un **desembolso** de dinero por parte de la empresa, como los salarios, la compra de insumos o el alquiler de maquinaria.
  - Estos costos son registrados por la **contabilidad**.

Costo Total: Costos Explícitos + Costos Implícitos

- **Costos Implícitos**:
  - No requieren un desembolso de efectivo, pero representan el **valor de los recursos internos utilizados**.
  - Un buen ejemplo es el tiempo del propietario de una empresa que podría estar trabajando en otra actividad más lucrativa.
  - Por ejemplo, si **Carolina** es dueña de una fábrica de galletas y podría ganar $100 por hora como programadora, cada hora que Carolina dedica a su fábrica en lugar de programar representa un **costo implícito** de $100.

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- Los **costos económicos** analizan tanto los **costos explícitos** como los **costos implícitos**, porque buscan medir el verdadero costo de utilizar los recursos, incluyendo lo que se pierde por no emplearlos en su mejor alternativa (costos de oportunidad).
- Por otro lado, la **contabilidad** se enfoca principalmente en los **costos explícitos**, es decir, aquellos que implican un desembolso real de dinero, y generalmente no toma en cuenta los costos implícitos o de oportunidad.

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- **Costos de Mano de Obra:**
  - En este caso, tanto los economistas como los contadores generalmente consideran los costos de mano de obra de manera **similar**.
  - El salario por hora que una empresa paga por los servicios laborales suele reflejar lo que esos servicios ganarían en su **mejor empleo alternativo**.
  - Es decir, tanto los contadores como los economistas asumen que el salario que se paga es representativo del **costo de oportunidad** del trabajador, lo que implica que, en términos de **mano de obra**, los **costos contables** y **costos económicos** tienden a ser equivalentes.

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- **Costos de Capital:**
  - **Los contadores** registran los costos de capital basados en el **precio histórico** del activo, es decir, el precio que la empresa pagó por la máquina o equipo cuando fue adquirido.
  - A partir de ahí, aplican una **regla de depreciación** que distribuye el costo del activo a lo largo del tiempo, cargando una parte del precio original a los costos actuales.

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- **Costos de Capital:**
  - Los economistas, por otro lado, consideran el **precio histórico** de una máquina como un **costo hundido**, que es irrelevante para las decisiones de producción actuales.
  - En su lugar, se enfocan en el **costo implícito** del uso del capital, que se define como lo que la empresa podría ganar si la máquina se utilizara en su **mejor uso alternativo**.
  - Este costo implícito generalmente se refleja en la **tarifa de arriendo** que otra empresa estaría dispuesta a pagar por el uso de esa máquina.
  - En este sentido, el costo relevante para el economista es lo que el mercado valora actualmente el uso del capital, no lo que la empresa pagó históricamente por él

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- **Costos de Servicios Empresariales:**
  - La **contabilidad** suele considerar los **ingresos residuales**, que son los ingresos o pérdidas que quedan después de pagar todos los costos de insumos, como beneficios empresariales.
  - Si son positivos, se registran como **ganancias**, y si son negativos, se consideran **pérdidas**.
  - La contabilidad no evalúa específicamente los costos de oportunidad de los propietarios al dedicar su tiempo o capital a la empresa.

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- **Costos de Servicios Empresariales:**
  - Los **economistas**, en cambio, reconocen que los propietarios o empresarios enfrentan **costos de oportunidad** al trabajar en su propia empresa en lugar de emplear su tiempo o capital en otra actividad.
  - Si un empresario podría ganar más trabajando en otro sector o invirtiendo su dinero en otro negocio, ese valor perdido representa un **costo implícito** que debe ser considerado como parte de los costos totales de la empresa.
  - Para el economista, estos servicios empresariales se tratan como un **insumo**, cuyo costo debe incluirse en el análisis de costos para evaluar si la empresa está utilizando sus recursos de manera eficiente.

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- **Capital Financiero:**
  - Un **costo implícito** importante de casi todas las empresas es el **costo de oportunidad** del capital financiero que se ha invertido en la empresa.

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- **Capital Financiero:**
  - Suponga que Dante usó $300.000 de sus ahorros para comprar una fábrica de galletas al propietario anterior.
  - Si Dante hubiera dejado su dinero en una cuenta de ahorros que paga 5% de interés, habría ganado $15.000 al año.
  - Entonces, para poder ser propietario de la fábrica de galletas, él tuvo que sacrificar esos $15.000 de intereses ganados al año.
  - Este dinero no recibido es un costo de oportunidad implícito de su empresa: ¿Cuál es el costo de capital contable y cuál es el costo de capital económico?

    - **Costo de capital económico**: $300.000 (inversión) + $15.000 (al año, por intereses no ganados)
    - **Costo de capital contable**: $300.000 (inversión)

Diferencia entre Costos Económicos y Contables

- **Capital Financiero:**
  - ¿Cómo cambia este análisis entre el costo contable y el costo económico si Dante no tiene todo el dinero necesario para comprar la fábrica y usa $100.000 de sus ahorros y los restantes $200.000 los obtiene de un préstamo al banco con una tasa de interés del 5%?
  - ¿Cuál es el costo de capital contable y cuál es el costo de capital económico?

    - **Costo de capital económico**: $300.000 (inversión) + $15.000 (costo explícito de $10.000 por el pago de intereses al banco + costo implícito de $5.000 al año por el interés no ganado sobre los ahorros)
    - **Costo de capital contable**: $300.000 (inversión) + $10.000 (al año, por el pago de intereses del préstamo)

Función de Costo Total de Producción

- **Definiciones:**
  - $\boldsymbol{r}$ será el **precio del capital** (k), medido en horas-máquina.
  - $\boldsymbol{w}$ será el **precio del trabajo** (l), medido en horas-trabajo.
  - Los **costos empresariales** relacionados con el uso de capital están incluidos en los **costos de capital**.
  - Las empresas toman $\boldsymbol{r}$ y $\boldsymbol{w}$ como dados por sus respectivos mercados, que supondremos son mercados de **competencia perfecta**.

Función de Costo Total de Producción

- El **Costo Total de Producción (C)** es la suma de los costos de los insumos de capital y trabajo.
- Dado que las empresas compran capital a un precio r por hora de máquina y trabajo a un precio w por hora de trabajo, el costo total de producción puede expresarse como:

$$C = r \cdot k + \mathrm{w} \cdot l$$

- Es decir, el **Costo Total (C)** es igual al costo del capital ($r \cdot k$) más el costo del trabajo ($\mathrm{w} \cdot l$).

Elección del Productor

Matemáticamente, una organización debe resolver el siguiente problema de optimización:

$$\min_{\{k,l\}} C = r \cdot k + \mathrm{w} \cdot l$$

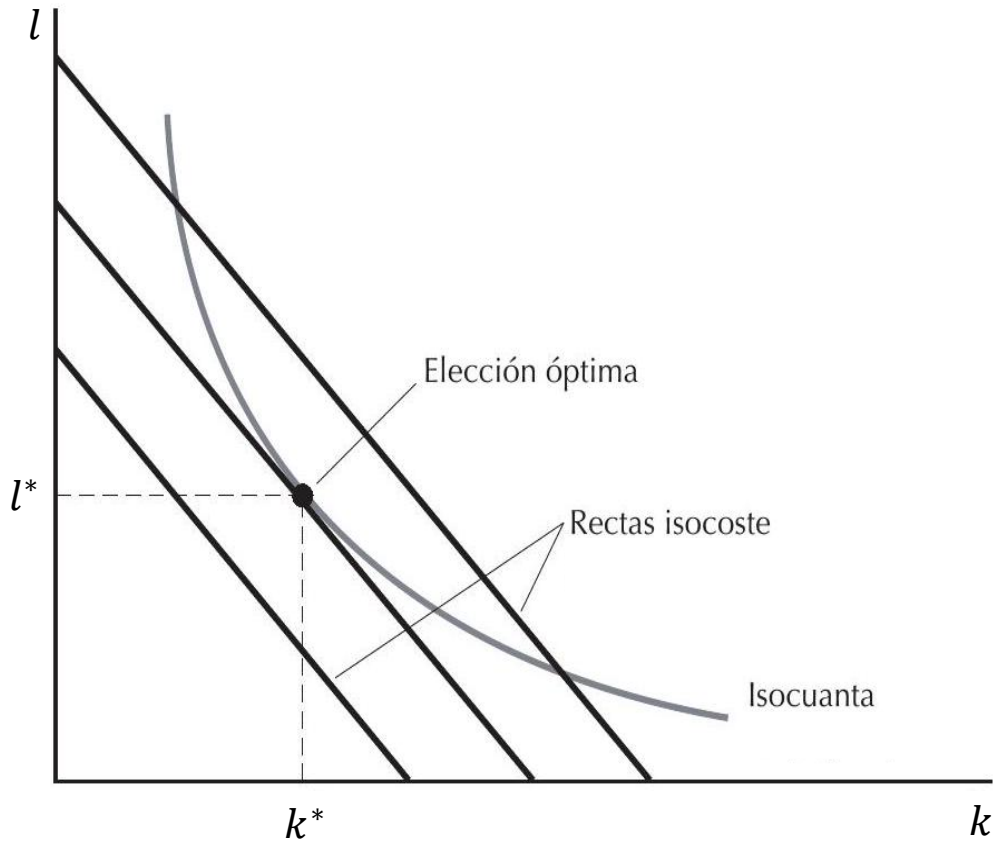
Sujeto a:

$$f(k,l) = q_0$$

Elección del Productor

- Para una solución interior (no esquina), la **solución óptima** se da en el punto de **tangencia** entre la **curva de costo total** y la **curva de isocuanta**.
- En el óptimo, se cumple que:

$$TST = \frac{PM_k}{PM_l} = \frac{r}{w}$$

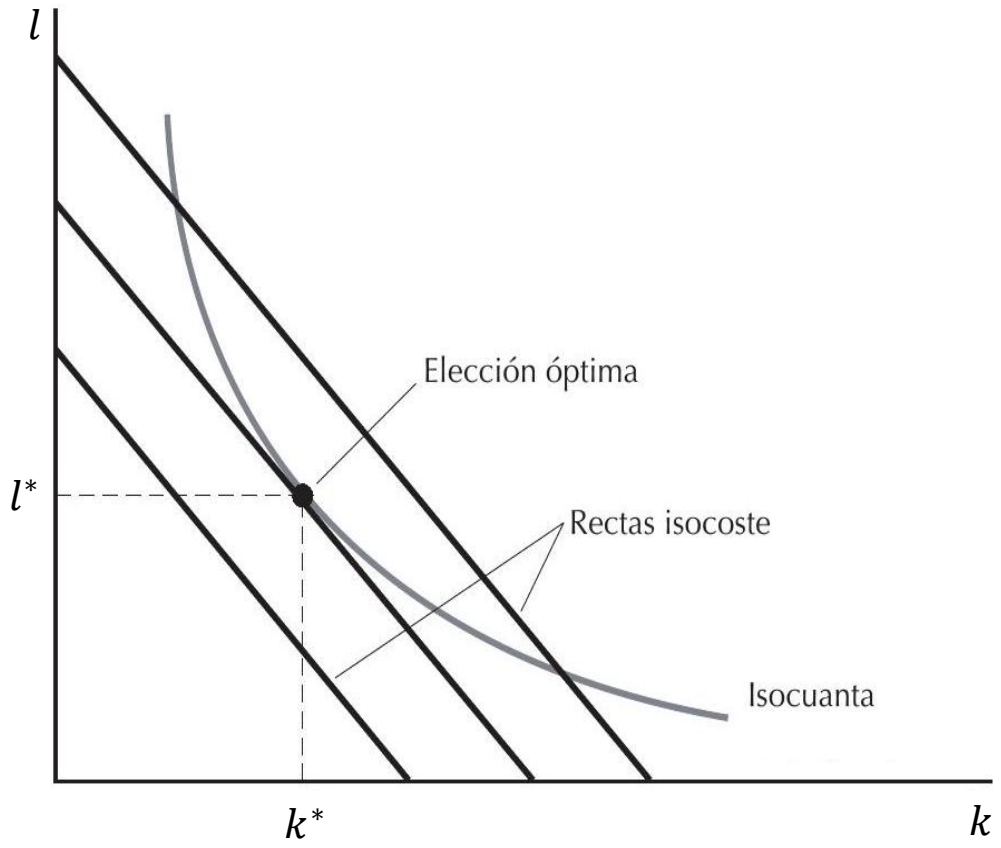


(Varian, 2010)

Elección del Productor

$$\frac{PM_k}{PM_l} = \frac{r}{w} \leftrightarrow \frac{PM_k}{r} = \frac{PM_l}{w}$$

- La organización debe ajustar su provisión de forma que la **producción marginal por cada peso gastado** en cada uno de los bienes sea igual.
- Esto representa una condición de optimización en la cual el productor está **distribuyendo su provisión para producir q_0** eficientemente para **minimizar su costo total**.



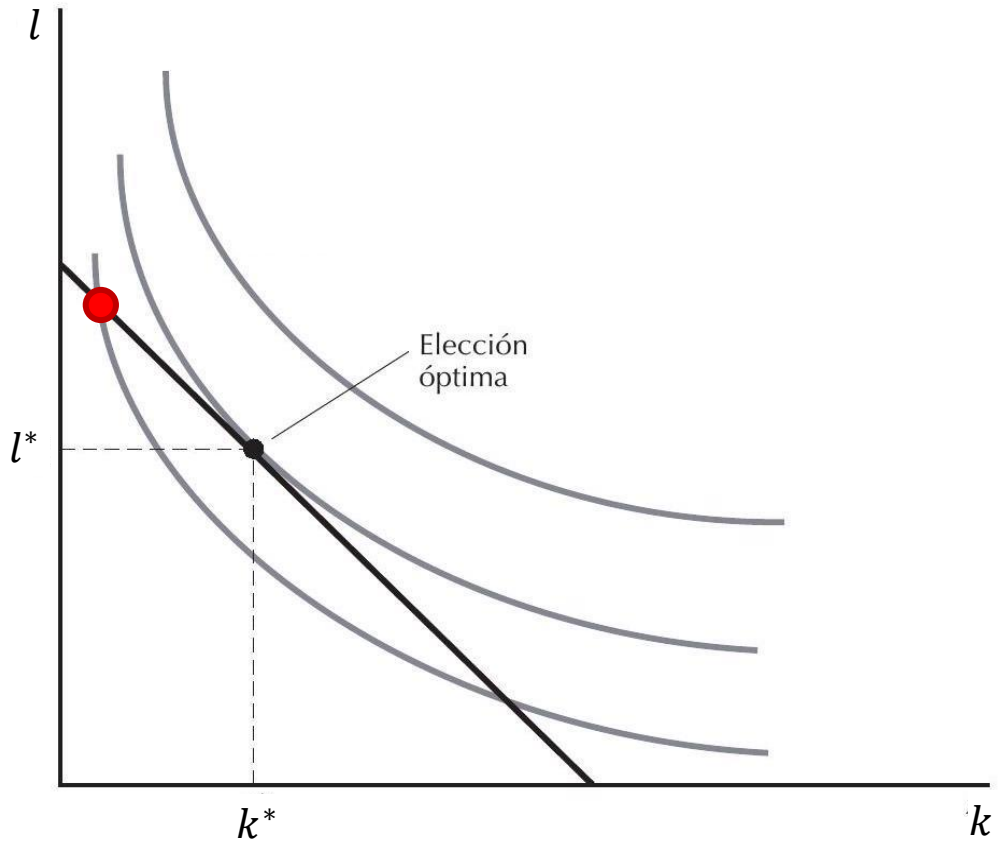
(Varian, 2010)

Elección del Productor

- En el punto resaltado, se cumple que:

$$\frac{PM_k}{r} > \frac{PM_l}{w}$$

- Para minimizar el costo, la empresa debe aumentar la provisión de capital (k).



(Varian, 2010)

Ejercicio 2

- Encuentre las cantidades óptimas de k y l, y el costo mínimo para producir un nivel de producción q_0 si la función de producción es:

$$q = f(k, l) = k^{\alpha} \cdot l^{1-\alpha}$$

Ejercicio 2: Solución

Calculando la TST:

$$TST = \frac{PM_k}{PM_l}$$

$$PM_k = \alpha k^{\alpha-1} \cdot l^{1-\alpha}$$
$$PM_l = k^{\alpha} \cdot (1-\alpha) l^{-\alpha}$$

$$TST = \frac{\alpha k^{\alpha-1} \cdot l^{1-\alpha}}{k^{\alpha} \cdot (1-\alpha) l^{-\alpha}} = \frac{\alpha l}{(1-\alpha) k}$$

Ejercicio 2: Solución

Recordando la condición de optimalidad:

$$TST = \frac{\alpha l}{(1-\alpha)k} = \frac{r}{w}$$

$$k(l) = \frac{\alpha w}{(1-\alpha)r} l$$

Ejercicio 2: Solución

Remplazando en el Nivel de Producción:

$$q_0 = k^{\alpha} \cdot l^{1-\alpha}$$

$$q_0 = \left(\frac{\alpha w}{(1-\alpha)r} l\right)^{\alpha} \cdot l^{1-\alpha}$$

$$l^* = q_0 \cdot \left(\frac{(1-\alpha)r}{\alpha w}\right)^{\alpha}$$

Ejercicio 2: Solución

Análogamente:

$$k^* = q_0 \cdot \left(\frac{\alpha w}{(1-\alpha) r} \right)^{1-\alpha}$$

Ejercicio 2: Solución

Remplazando en la función de Costo Total

$$C^* = r \cdot k^* + \mathrm{w} \cdot l^*$$

$$C^* = r \cdot q_0 \cdot \left(\frac{\alpha w}{(1-\alpha) r}\right)^{1-\alpha} + \mathrm{w} \cdot q_0 \cdot \left(\frac{(1-\alpha) r}{\alpha w}\right)^{\alpha}$$

$$C^* = q_0 \cdot r^{\alpha} \cdot w^{1-\alpha} \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} + q_0 \cdot r^{\alpha} \cdot w^{1-\alpha} \left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\right)^{\alpha}$$

$$C^* = q_0 \cdot r^{\alpha} \cdot w^{1-\alpha} \cdot \left[\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} + \left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]$$

$$C^* = q_0 \cdot r^{\alpha} \cdot w^{1-\alpha} \cdot \left[\frac{1}{\alpha^{\alpha} \cdot (1-\alpha)^{1-\alpha}}\right]$$

Funciones de Costos

- La **función de costo total** representa el costo total mínimo incurrido por una empresa para producir un nivel determinado de producción, dados los precios de los insumos.
- Para cualquier conjunto de precios de insumos y cualquier nivel de producción, la función se expresa como:

$$C = C(r, w, q)$$

- Donde:
  - r es el precio del capital.
  - w es el precio de la mano de obra.
  - q es el nivel de producción.
- El **costo total aumenta junto con el nivel de producción**, ya que producir más unidades generalmente implica incurrir en mayores costos.

Funciones de Costos

- La **función de costo medio** indica el costo total por cada unidad de producción, es decir, el costo promedio de producir una unidad. Se define como:

$$CMe = \frac{C(r, w, q)}{q}$$

- Donde el costo medio nos ayuda a entender la **eficiencia** en la producción a diferentes niveles, y es una métrica clave para comparar con el precio de venta de los productos.

Funciones de Costos

- La **función de costo marginal** muestra el costo adicional de producir una unidad más de producción. Matemáticamente, se expresa como:

$$CM = \frac{\partial C(r, w, q)}{\partial q}$$

- Esto representa el **cambio en el costo total** al incrementar ligeramente el nivel de producción.

Ejercicio 3

- Determine el punto de producción que minimiza el costo medio (CMe).

Ejercicio 3: Solución

$$\frac{\partial CMe}{\partial q} = \frac{\partial}{\partial q}\left[\frac{C}{q}\right] = 0$$

$$\frac{\partial CMe}{\partial q} = \left[\frac{CM \cdot q - C \cdot 1}{q^2}\right] = 0$$

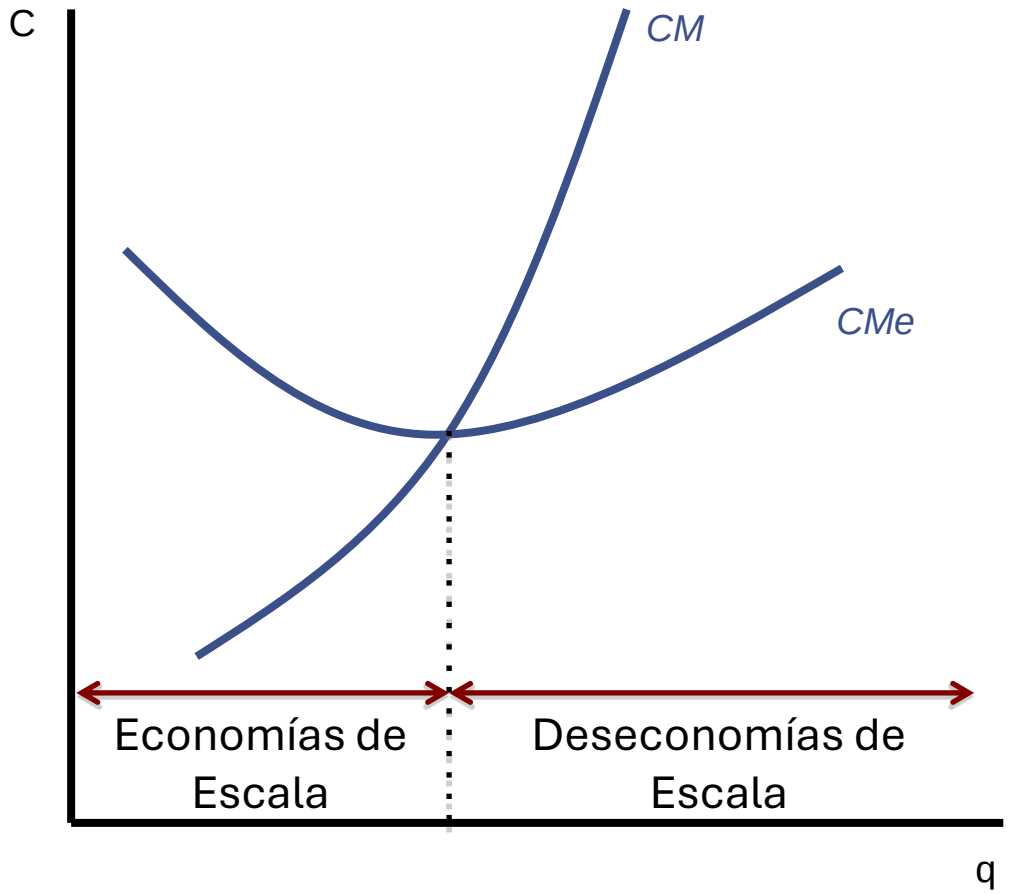
$$\frac{\partial CMe}{\partial q} = \left[\frac{CM - CMe}{q}\right] = 0$$

$$\rightarrow CM = CMe$$

Economías de Escala

- Cuando el **Costo Marginal** $(\boldsymbol{CM})$ es menor que el **Costo Medio** $(\boldsymbol{CMe})$, se generan **Economías de Escala**. Esto significa que a medida que aumenta la producción, el costo promedio por unidad disminuye.
- Cuando el **Costo Marginal** $(\boldsymbol{CM})$ es mayor que el **Costo Medio** $(\boldsymbol{CMe})$, se generan **Deseconomías de Escala**. En este caso, a medida que aumenta la producción, el costo promedio por unidad aumenta.

Economías de Escala



Economías de Escala

- **En el caso de los retornos a escala constantes**:

$$f(\alpha X) = \alpha f(X)$$

- Si los insumos se multiplican por un factor α, la producción también aumenta en la misma proporción.
- Como el precio de los insumos se mantiene constante, el **Costo Medio** $(\boldsymbol{CMe})$ no varía con el nivel de producción.
- Por lo tanto, tanto el **Costo Medio** $(\boldsymbol{CMe})$ como el **Costo Marginal** $(\boldsymbol{CM})$ son **líneas horizontales**.

Economías de Escala

- **En el caso de los retornos crecientes a escala**:

$$f(\alpha X) > \alpha f(X)$$

- Si los insumos se multiplican por un factor α, la producción aumenta en una proporción mayor.
- Como el precio de los insumos se mantiene constante, el **Costo Medio** ($\boldsymbol{CMe}$) varía con el nivel de producción.
- Por lo tanto, tanto el **Costo Medio** ($\boldsymbol{CMe}$) disminuya a medida que se incrementa la producción, lo que se traduce en **Economías de Escala**.

Economías de Escala

- **En el caso de los retornos decrecientes a escala**:

$$f(\alpha X) < \alpha f(X)$$

- Si los insumos se multiplican por un factor α, la producción aumenta en una proporción menor.
- Como el precio de los insumos se mantiene constante, el **Costo Medio** ($\boldsymbol{CMe}$) varía con el nivel de producción.
- Por lo tanto, tanto el **Costo Medio** ($\boldsymbol{CMe}$) aumenta a medida que se incrementa la producción, lo que se traduce en **Deseconomías de Escala**.

Decisiones en el Corto y Largo Plazo

- En el largo plazo (LP), **todos los insumos son variables**. Esto significa que la empresa puede ajustar completamente la cantidad de capital, trabajo y otros factores de producción.
- En el corto plazo (CP), **algunos insumos son fijos**. Generalmente, el capital se considera fijo mientras otros factores, como el trabajo, pueden ajustarse.

Decisiones en el Corto y Largo Plazo

- No existe una definición estricta en términos de tiempo para el corto y largo plazo. El **corto plazo** se caracteriza por una **flexibilidad limitada**, donde solo algunos insumos pueden ajustarse.
- En cambio, el **largo plazo** ofrece una **mayor flexibilidad** para que la empresa modifique todos sus factores de producción.

Costos en el Corto Plazo

- En el **corto plazo**, el **costo total** se descompone en:
  - **Costo fijo** (que no varía con el nivel de producción)
  - **Costo variable** (que sí varía con el nivel de producción)
- La **función de costo total** en el corto plazo se expresa como:

$$C_{CP} = CV_{CP} + CF_{CP}$$

Costos en el Corto Plazo

- **Costo medio en el corto plazo** $(\boldsymbol{CMe_{CP}})$**:** Es el costo total dividido por la cantidad producida

$$CMe_{CP} = \frac{C_{CP}}{q}$$

- **Costo fijo medio** $(\boldsymbol{CFMe_{CP}})$**:** Es el costo fijo dividido por la producción

$$CFMe_{CP} = \frac{CF_{CP}}{q}$$

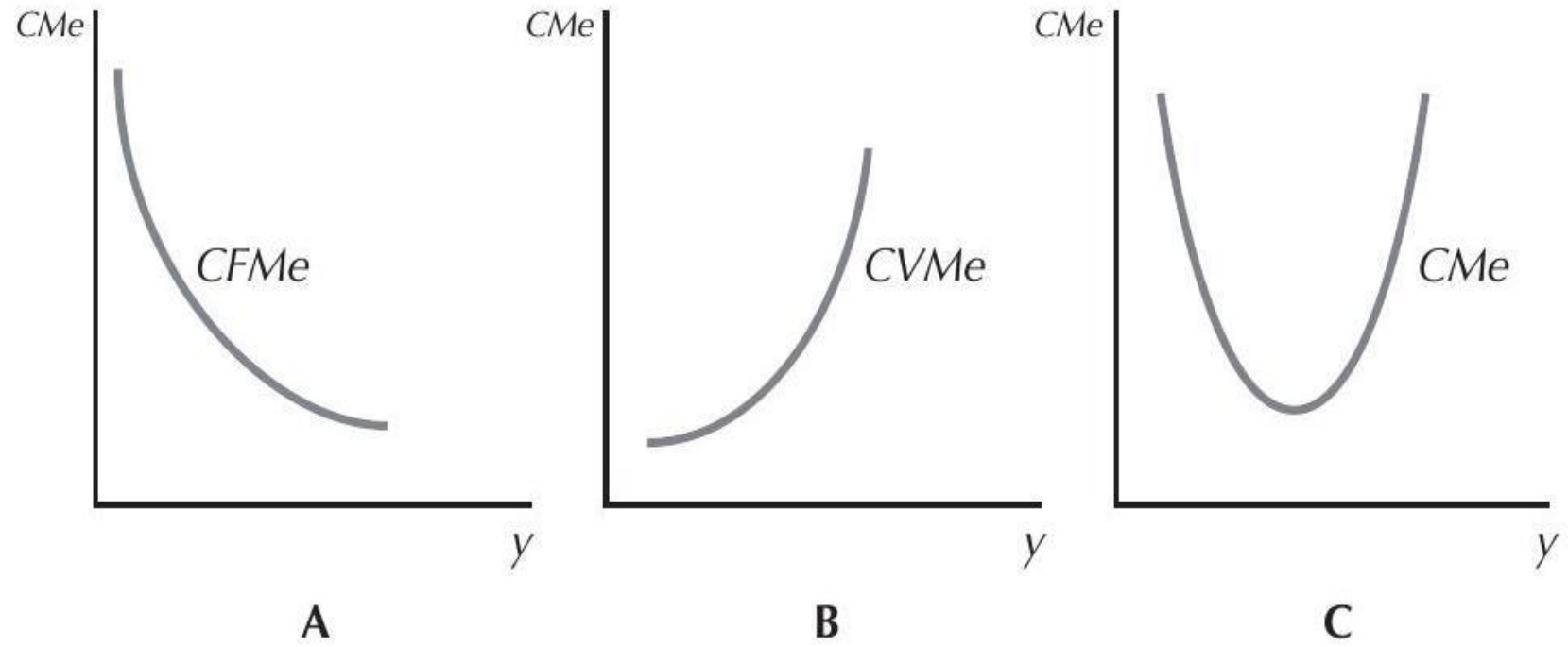
Costos en el Corto Plazo

- **Costo variable medio** $(\boldsymbol{CVMe_{CP}})$**:** Es el costo variable dividido por la producción

$$CVMe_{CP} = \frac{CV_{CP}}{q}$$

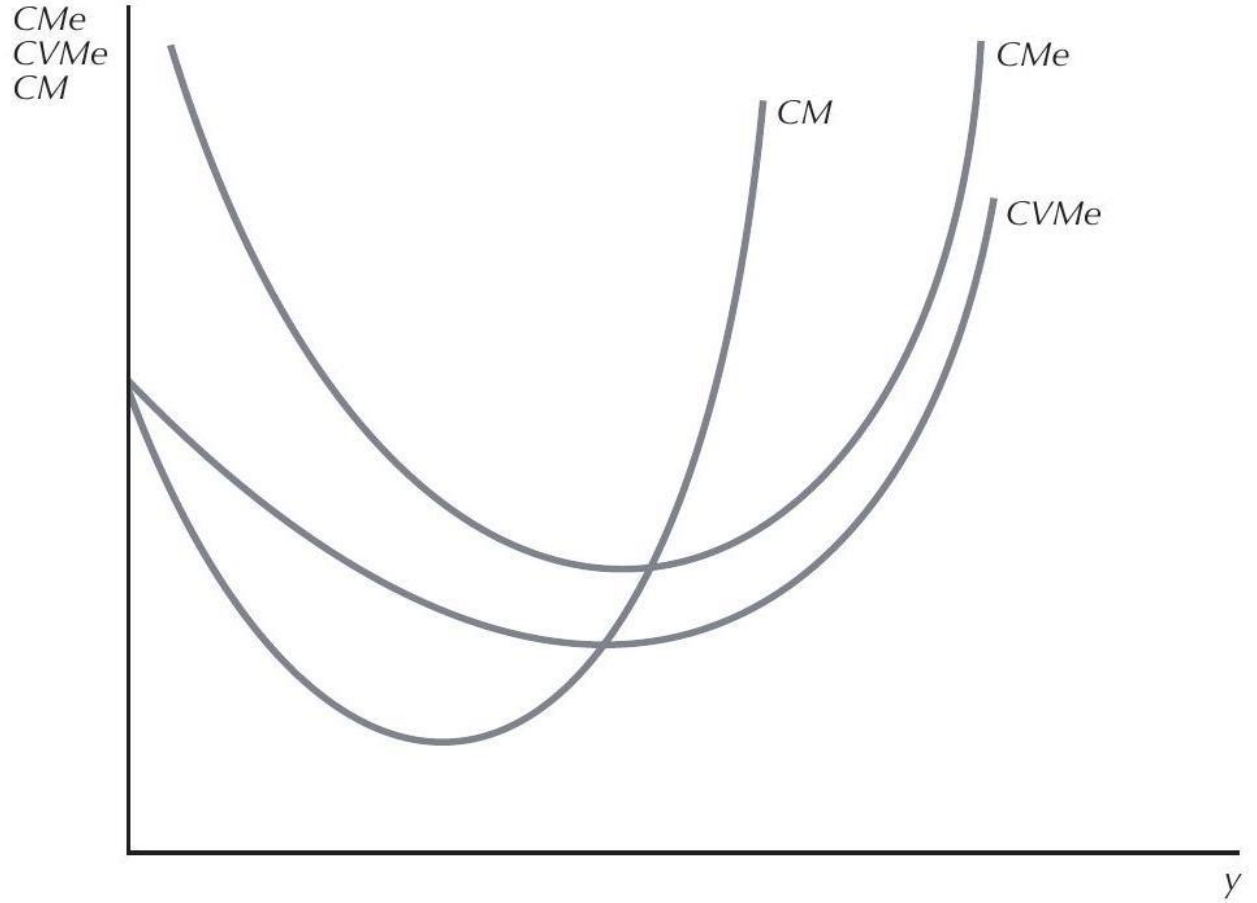
- El **Costo Marginal** $(\boldsymbol{CM_{CP}})$ corta al **Costo Variable Medio** $(\boldsymbol{CVMe_{CP}})$ en su punto mínimo, un concepto clave en la teoría de los costos.

Costos en el Corto Plazo



(Varian, 2010)

Costos en el Corto Plazo



(Varian, 2010)

Ejercicio 4

- Consideremos la función de costo $C_{CP}(y) = y^2 + 1$. Determine todas las curvas de coste asociadas.

Ejercicio 4: Solución

$$\mathrm{C_{CP}}(y) = y^2 + 1$$

$$C_{CP}(y) = CV_{CP}(y) + CF_{CP}$$

$$CV_{CP}(y) = y^2 \quad \text{^} \quad \mathrm{CF_{CP}} = 1$$

$$CVMe_{CP}(y) = \frac{CV_{CP}(y)}{y} = \frac{y^2}{y} = y$$

$$CFMe_{CP}(y) = \frac{CF_{CP}}{y} = \frac{1}{y}$$

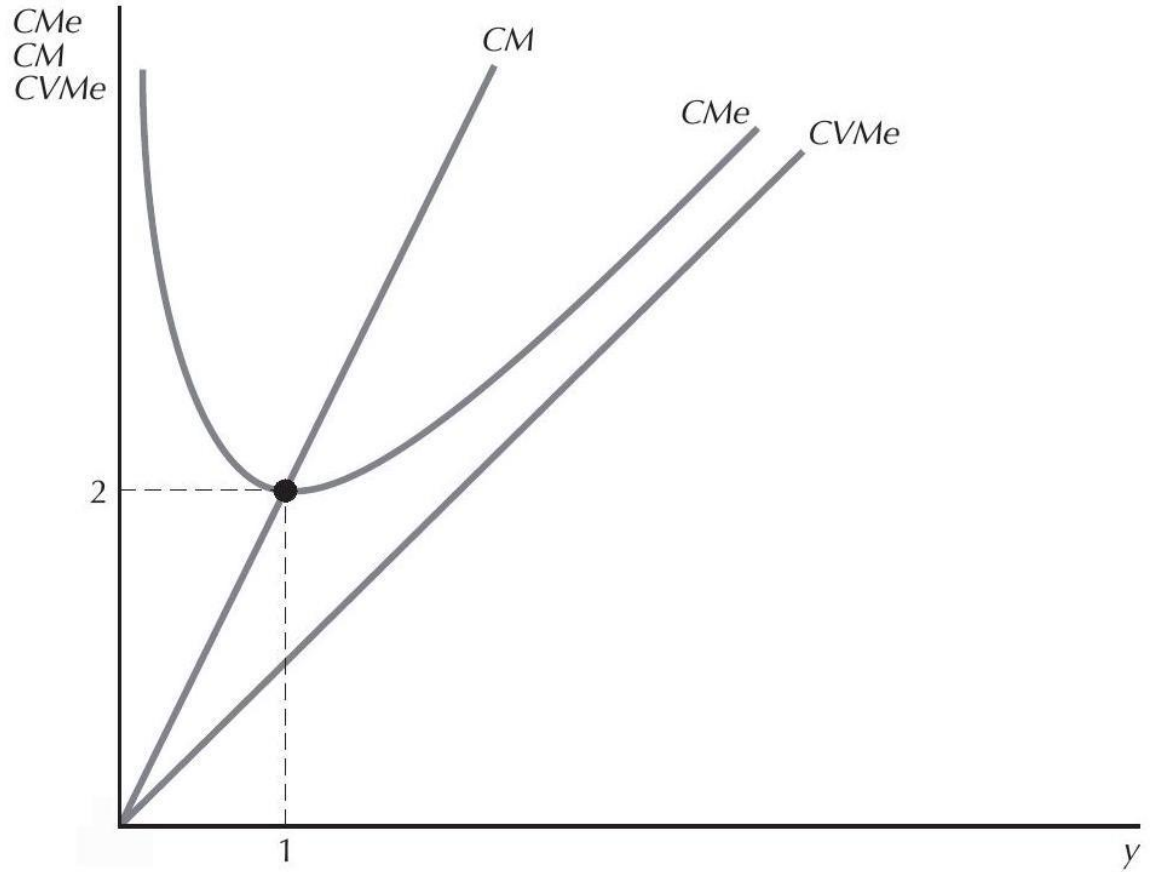
Ejercicio 4: Solución

$$\mathrm{C}Me_{\mathrm{CP}}(y) = CVMe_{CP}(y) + CFMe_{CP}(y)$$

$$\mathrm{C}Me_{\mathrm{CP}}(y) = y + \frac{1}{y}$$

$$CM_{CP}(y) = \frac{\partial C_{CP}}{\partial y} = \frac{\partial\left(y^2+1\right)}{\partial y} = 2y$$

Ejercicio 4: Solución



(Varian, 2010)

Ejercicio 5

Una empresa tiene la función de producción $q = k^{1/2} l^{1/2}$, donde k es el capital y l es la mano de obra. Los precios de los insumos son r y w, respectivamente.

En el corto plazo, k es fijo al nivel k_1

Encuentre:

a. Costo Total, Costo Variable, Costo Medio, Costo Medio Variable y el Costo Marginal en el **corto plazo.**

b. Costo Total, Costo Medio y el Costo Marginal en el **largo plazo**

Ejercicio 5: Solución

a. Dado que k_1 es fijo en el corto plazo, se cumple que:

$$q = k_1^{1/2} l^{1/2} \rightarrow l_{CP}(q) = \frac{q^2}{k_1}$$

Por lo tanto:

$$CF_{CP} = rk_1 \rightarrow CFMe_{CP}(q) = \frac{rk_1}{q}$$

$$CV_{CP}(q) = w\left(\frac{q^2}{k_1}\right) \rightarrow CVMe_{CP}(q) = w\left(\frac{q}{k_1}\right)$$

Ejercicio 5: Solución

De esta forma:

$$C_{CP}(q) = \ CF_{CP} + CV_{CP}(q)$$

$$C_{CP}(q) = rk_1 + w\left(\frac{q^2}{k_1}\right)$$

Por lo tanto:

$$CM_{CP} = \frac{\partial}{\partial q}\left[rk_1 + w\left(\frac{q^2}{k_1}\right)\right] = 2w\left(\frac{q}{k_1}\right)$$

Ejercicio 5: Solución

b. En el caso del Largo Plazo:

$$\min_{\{k,l\}} C_{LP} = r \cdot k + \mathrm{w} \cdot l$$

Sujeto a:

$$q = k_1^{1/2} l^{1/2}$$

Ejercicio 5: Solución

Del Ejercicio 2, podemos concluir que:

$$l^* = q \cdot \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$k^* = q \cdot \left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Ejercicio 5: Solución

Por lo tanto, al reemplazar estos valores óptimos en el costo:

$$C_{LP} = rk^* + wl^*$$

$$C_{LP}(q) = r \cdot \left[q \cdot \left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}}\right] + w \cdot \left[q \cdot \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = 2q \cdot (rw)^{\frac{1}{2}}$$

$$CMe_{LP}(q) = \frac{2q \cdot (rw)^{\frac{1}{2}}}{q} = 2(rw)^{\frac{1}{2}}$$

$$CMg_{LP} = \frac{\partial\left(C_{LP}(q)\right)}{\partial q} = 2(rw)^{\frac{1}{2}}$$

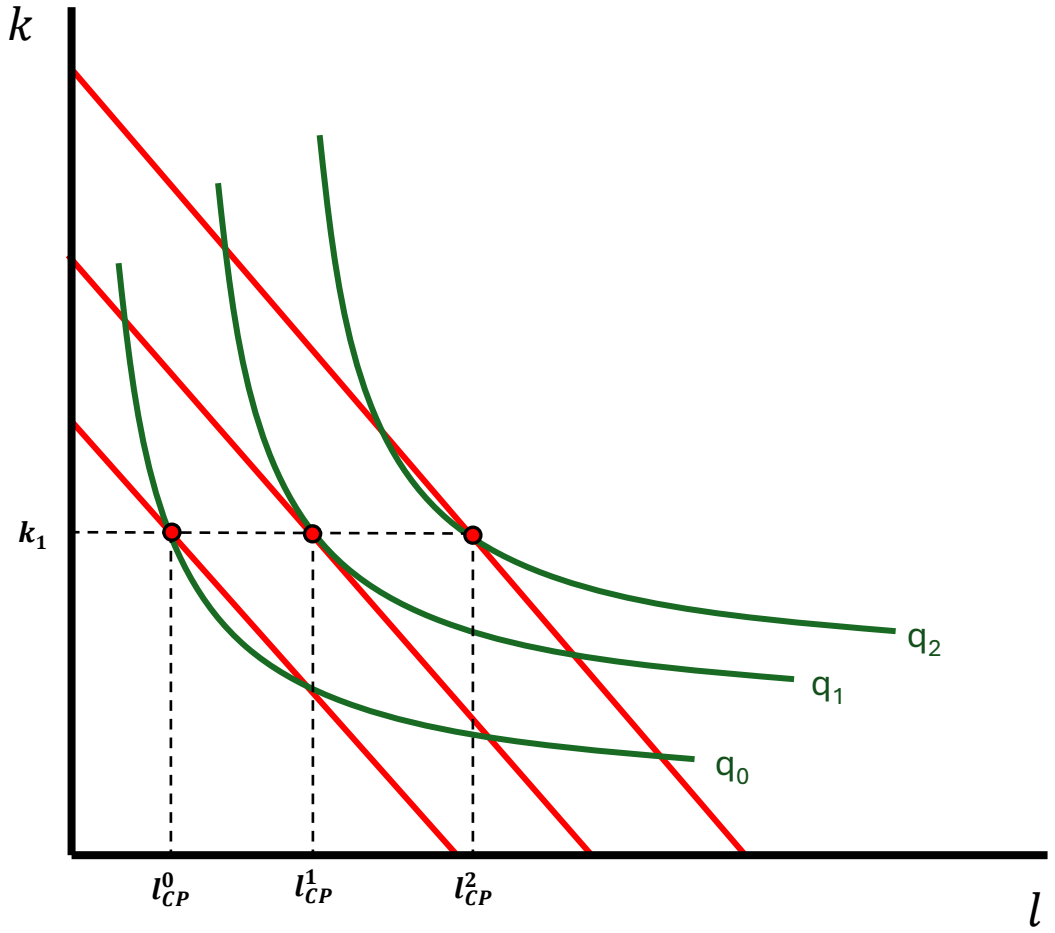
La No Optimalidad del Corto Plazo

- En el **corto plazo**, **el capital está fijo** en un nivel k_1, lo que significa que la empresa **no puede ajustar la cantidad de capital** en respuesta a cambios en los precios o en las condiciones del mercado.
- Debido a esto, la empresa no puede **equiparar la Tasa de Sustitución Técnica (TST)** con la relación de los precios de los insumos, lo que provoca una **ineficiencia** en la producción.

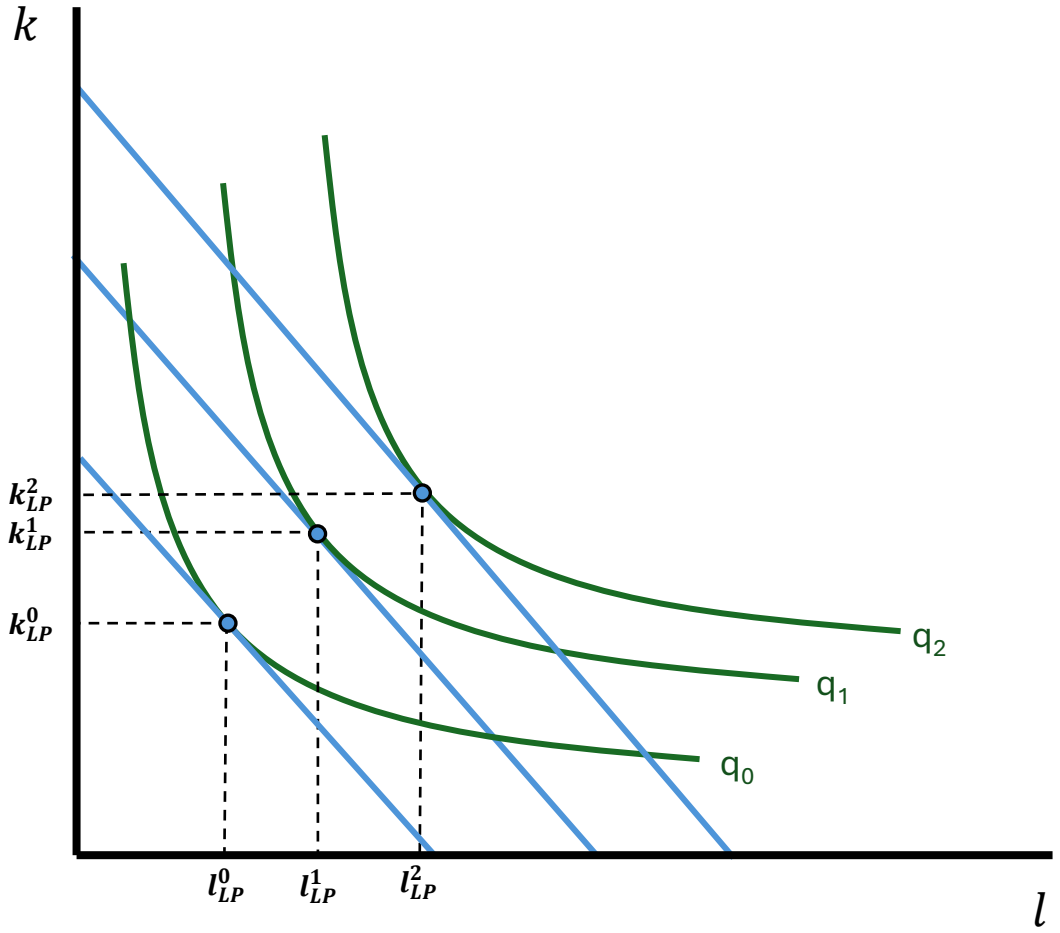
La No Optimalidad del Corto Plazo

- A diferencia del corto plazo, en el **largo plazo todos los insumos son variables**, incluyendo el capital.
- Esto permite a la empresa ajustar tanto el capital como el trabajo para minimizar los costos y alcanzar una combinación óptima de insumos.

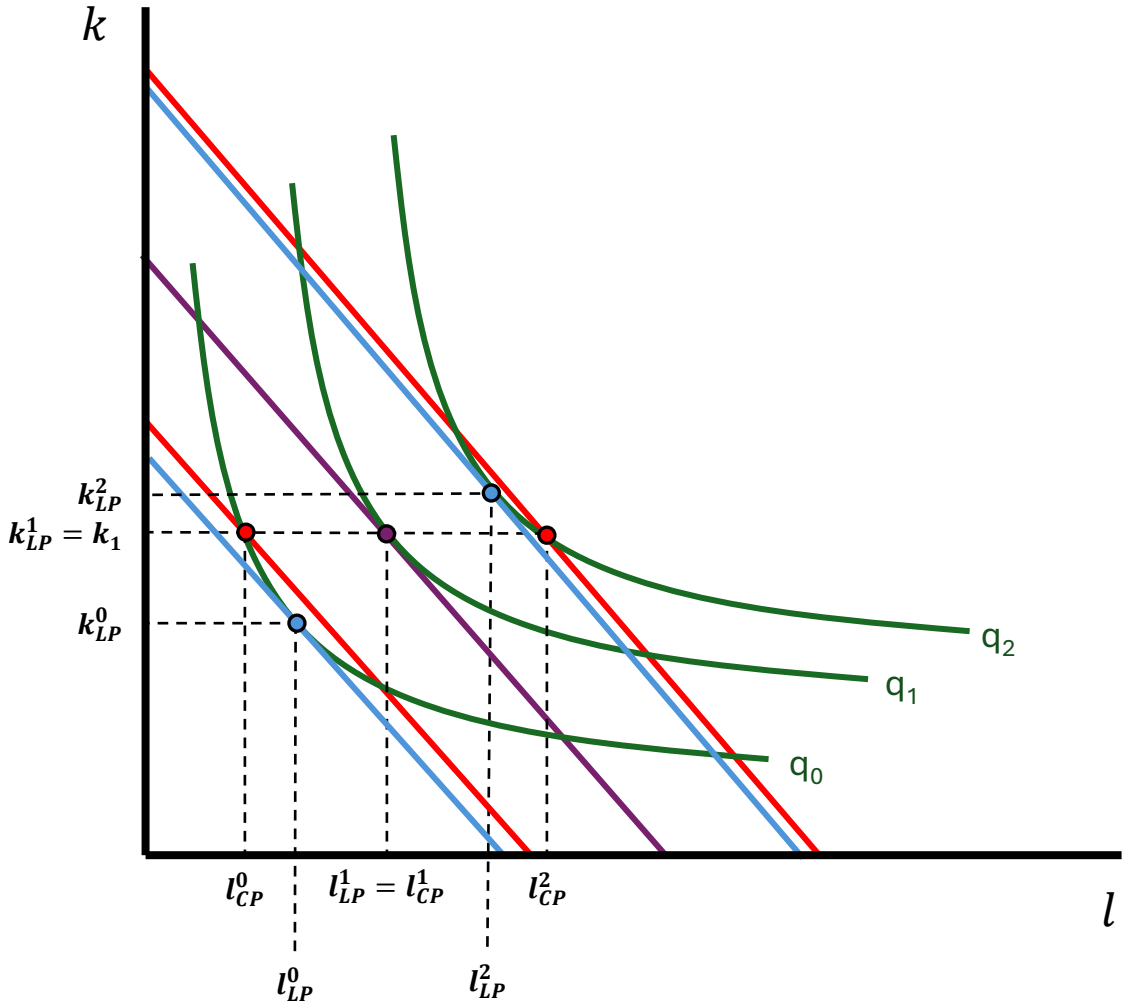
La No Optimalidad del Corto Plazo



La No Optimalidad del Corto Plazo



La No Optimalidad del Corto Plazo



Corto Plazo y Largo Plazo

- En el **largo plazo**, tanto la curva de **costo total** como la de **costo medio** actúan como envolventes de las curvas correspondientes en el **corto plazo**.
- Esto significa que las curvas de corto plazo representan diferentes niveles de capital fijo (k_1), mientras que en el largo plazo se considera que el capital puede ajustarse a su nivel óptimo.

Corto Plazo y Largo Plazo

- La relación entre el costo total de corto y largo plazo se puede expresar como:

$$C_{CP} = C_{CP}(r, w, q, k_1)$$

Donde:

- r es el precio del capital.
- w es el salario o costo de la mano de obra.
- q es la cantidad producida.
- k_1 es la cantidad de capital utilizada en el corto plazo.

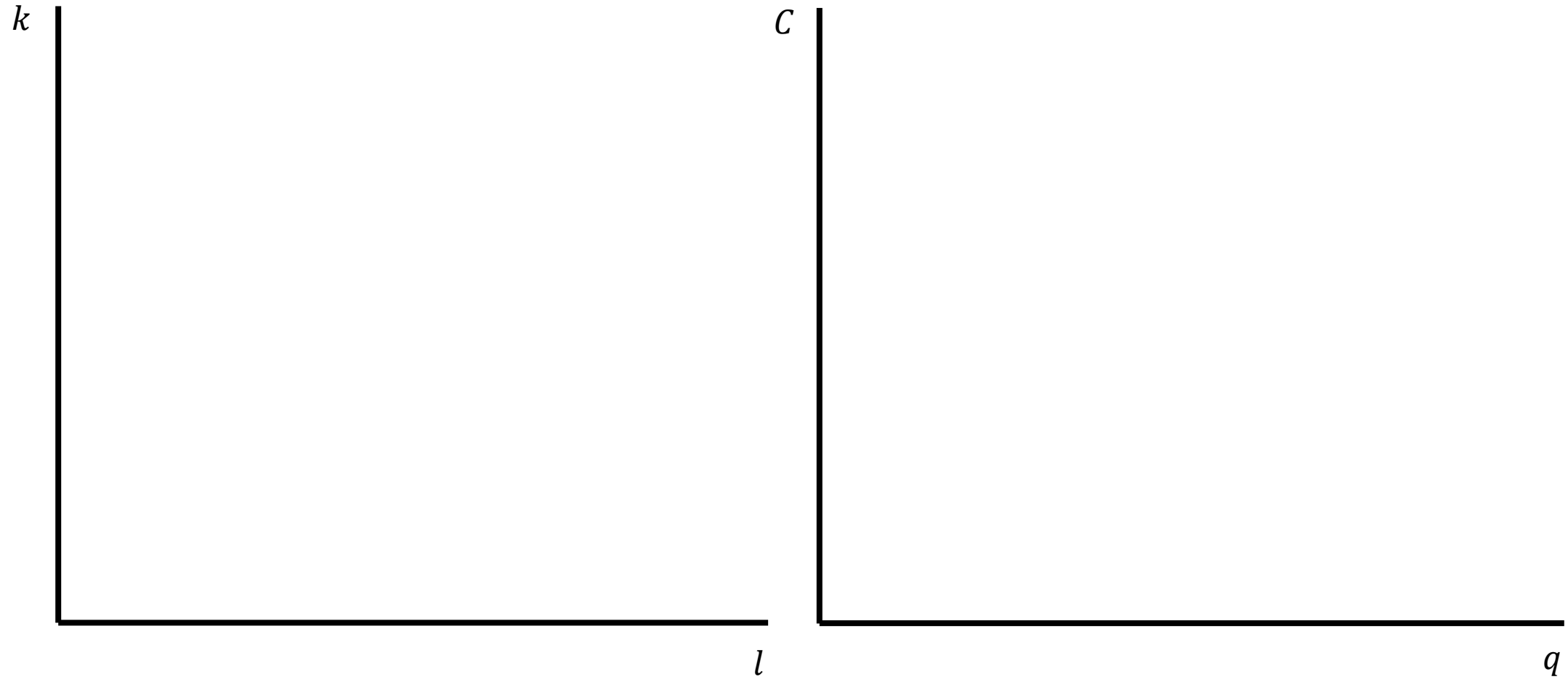
Corto Plazo y Largo Plazo

- En el largo plazo, la curva de costo total debe cumplir con la condición de que el nivel de capital, k, debe **minimizar el costo** para cualquier nivel de producción.
- Esto se logra ajustando el capital hasta que la siguiente **condición de primer orden** se cumpla para minimizar los costos:

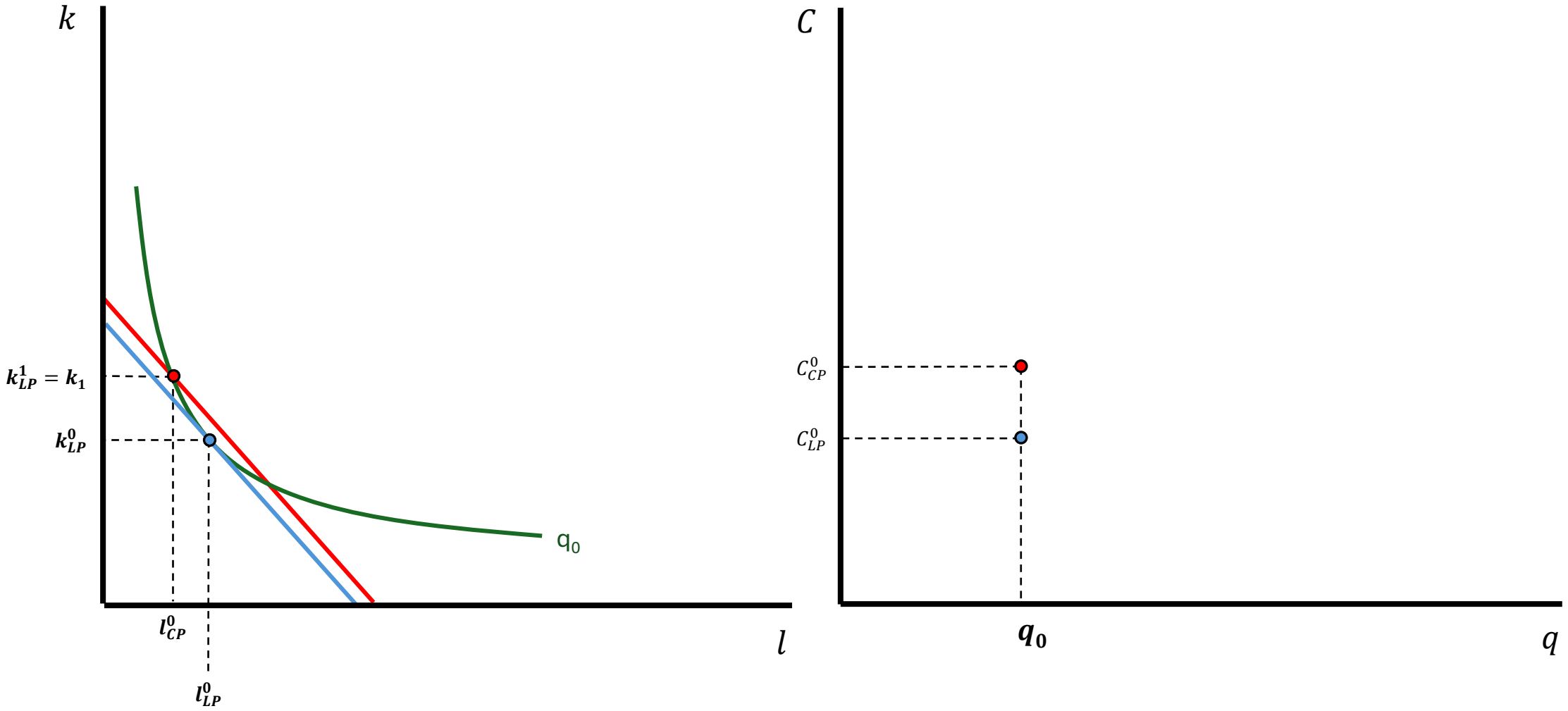
$$\frac{\partial C_{CP}(r, w, q, k_1)}{\partial k_1} = 0$$

- Esta condición implica que el costo marginal respecto al capital debe ser cero en el punto de minimización, garantizando que los recursos se asignan de manera eficiente.

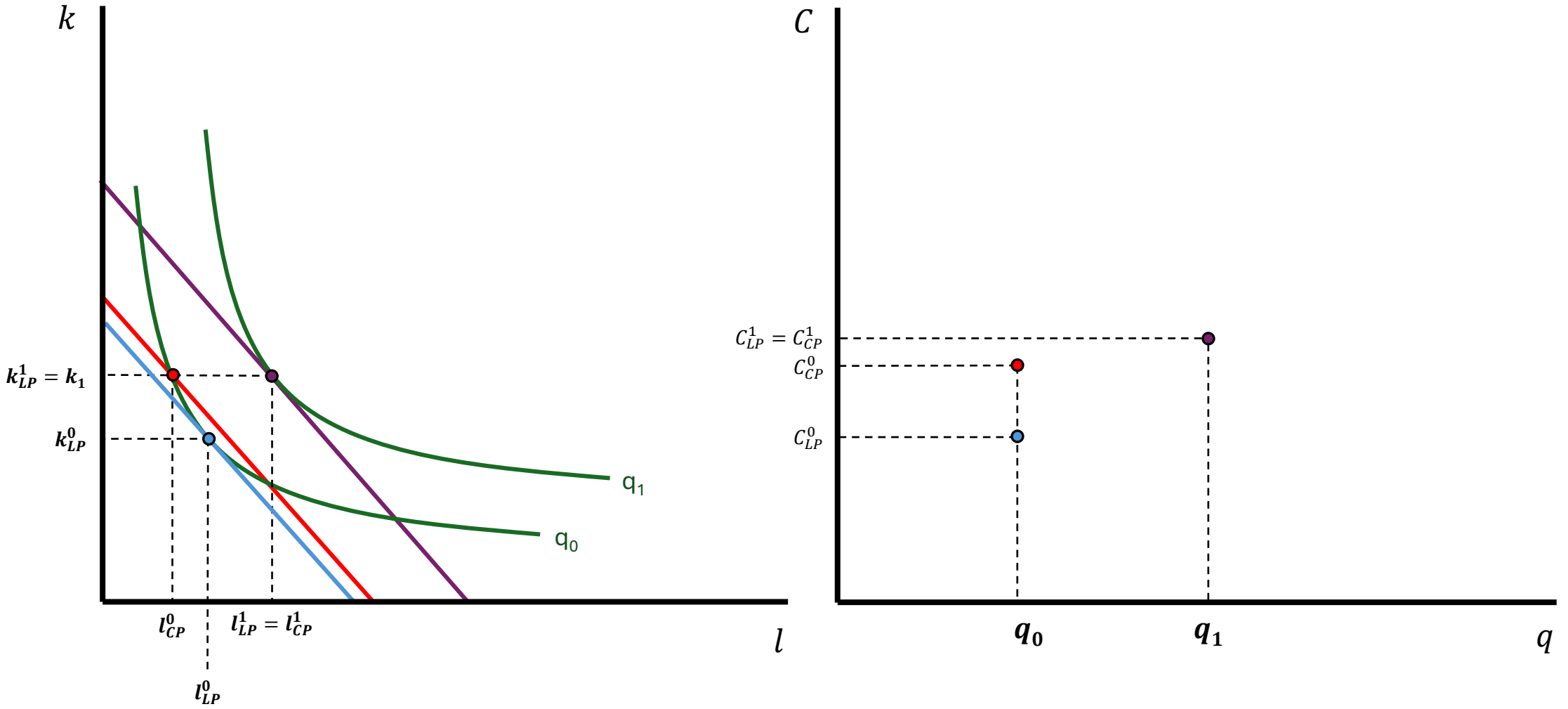
Corto Plazo y Largo Plazo



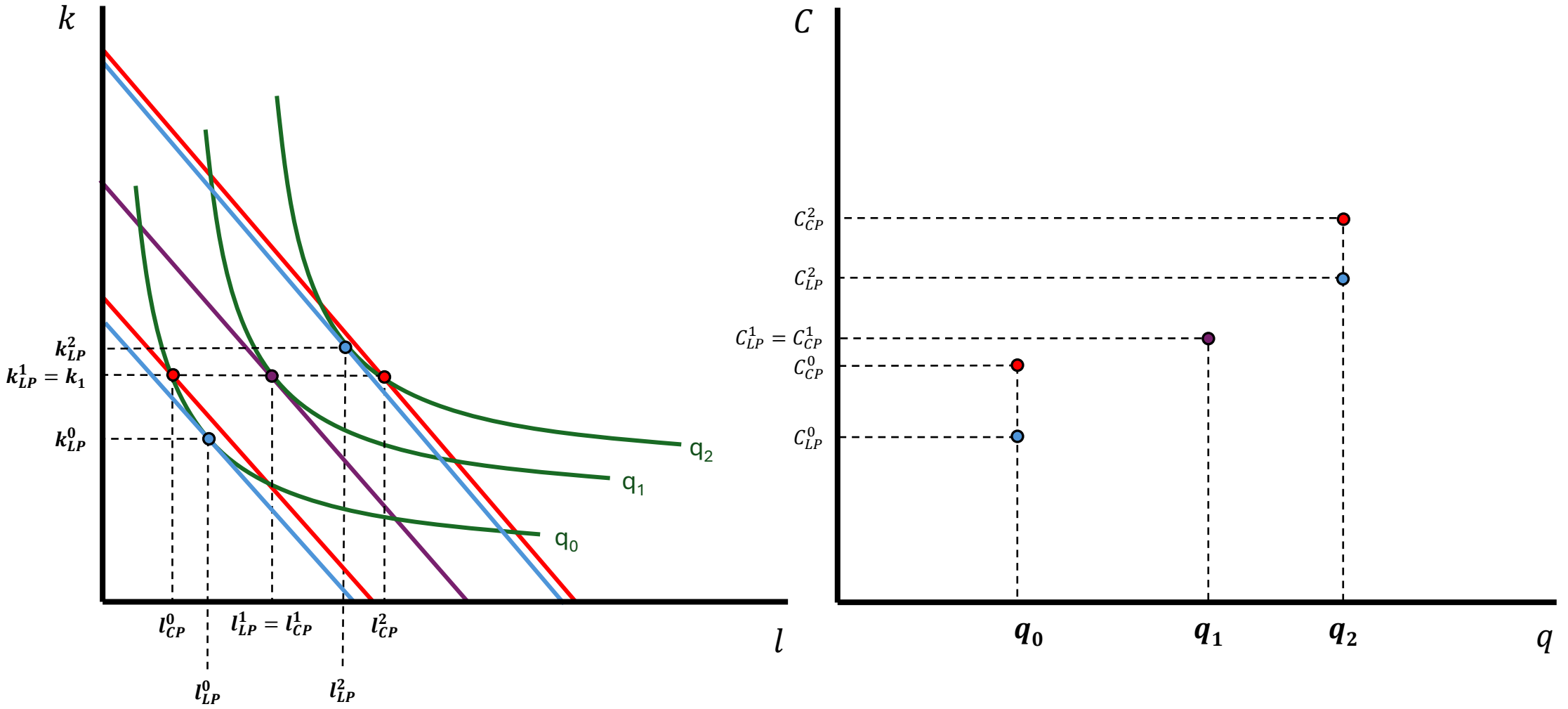
Corto Plazo y Largo Plazo



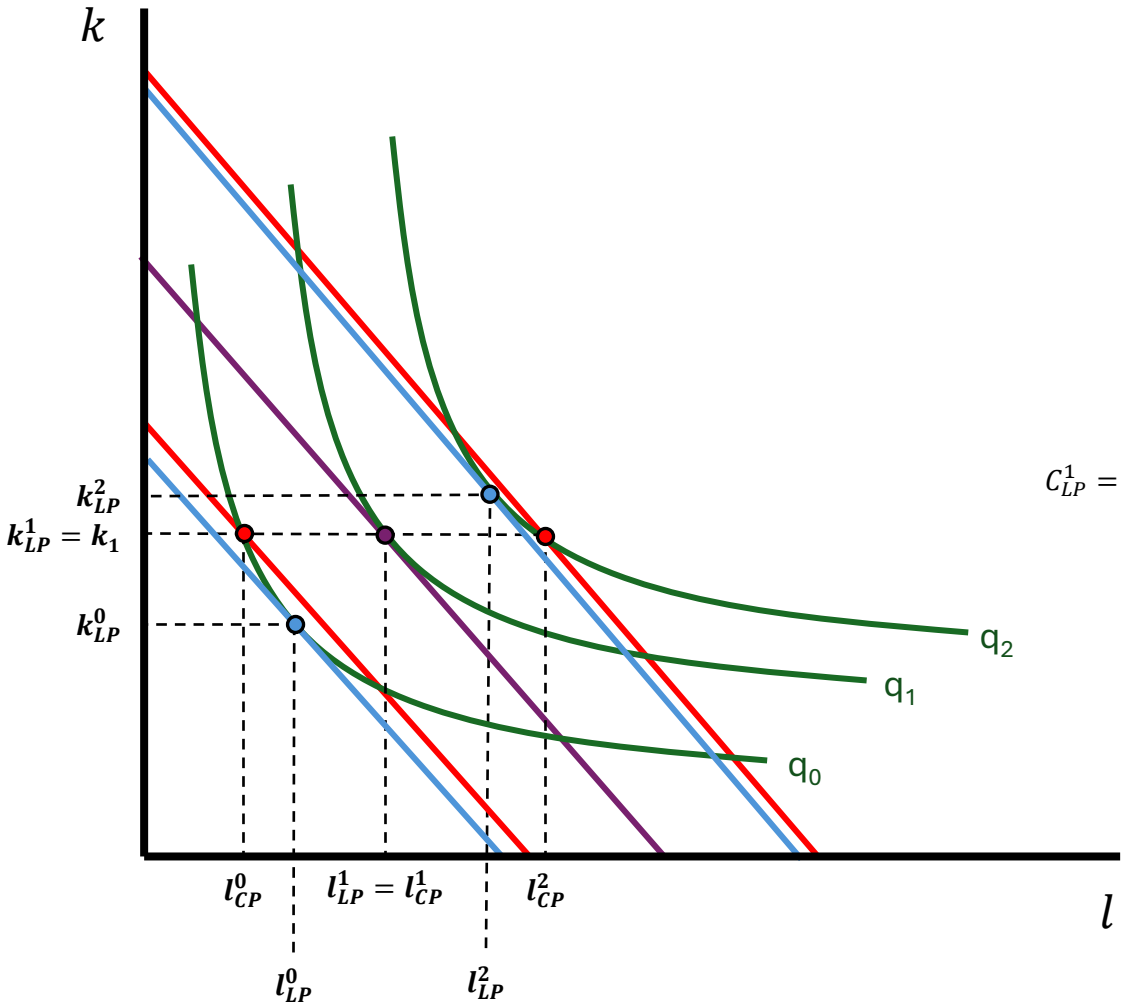
Corto Plazo y Largo Plazo

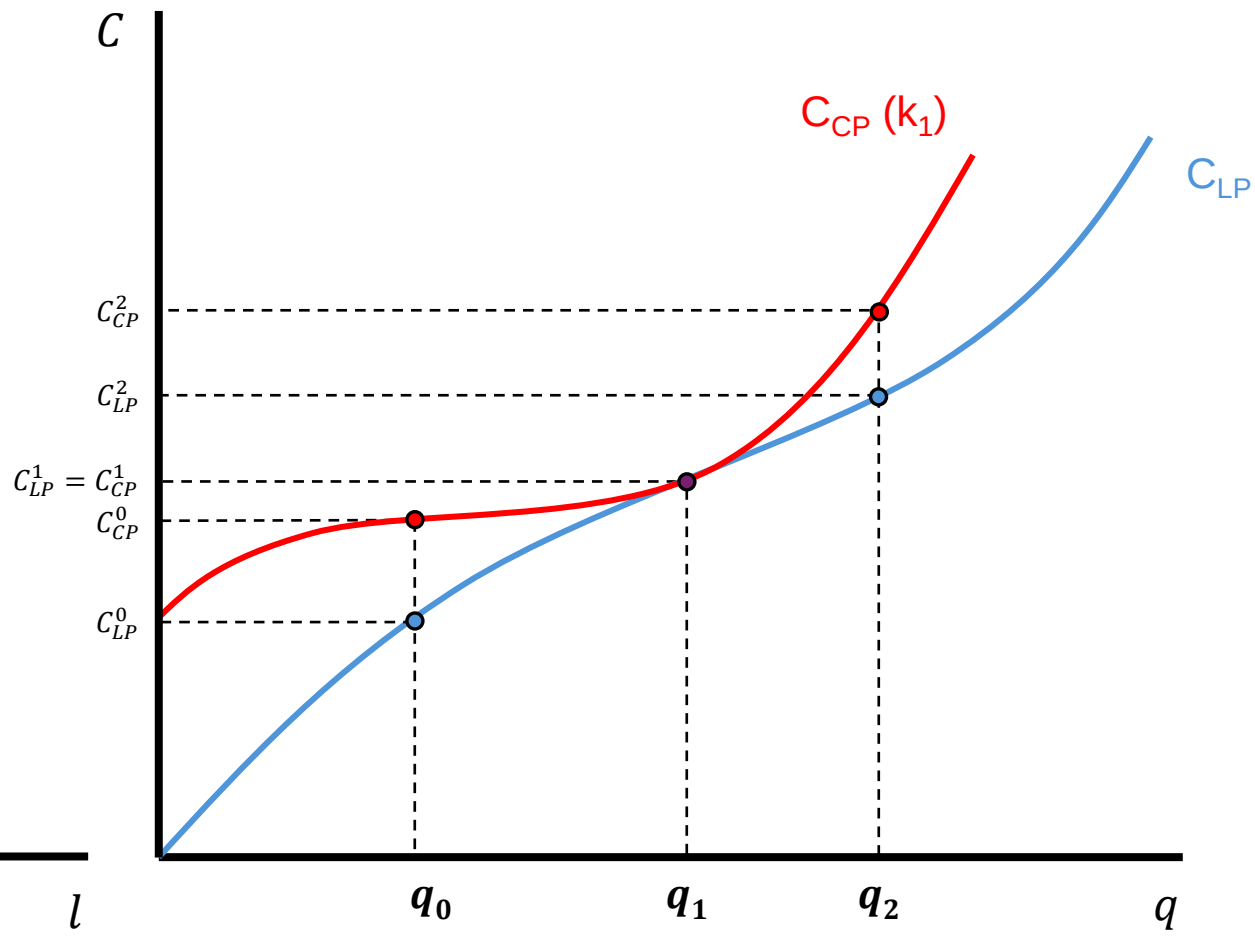


Corto Plazo y Largo Plazo



Corto Plazo y Largo Plazo

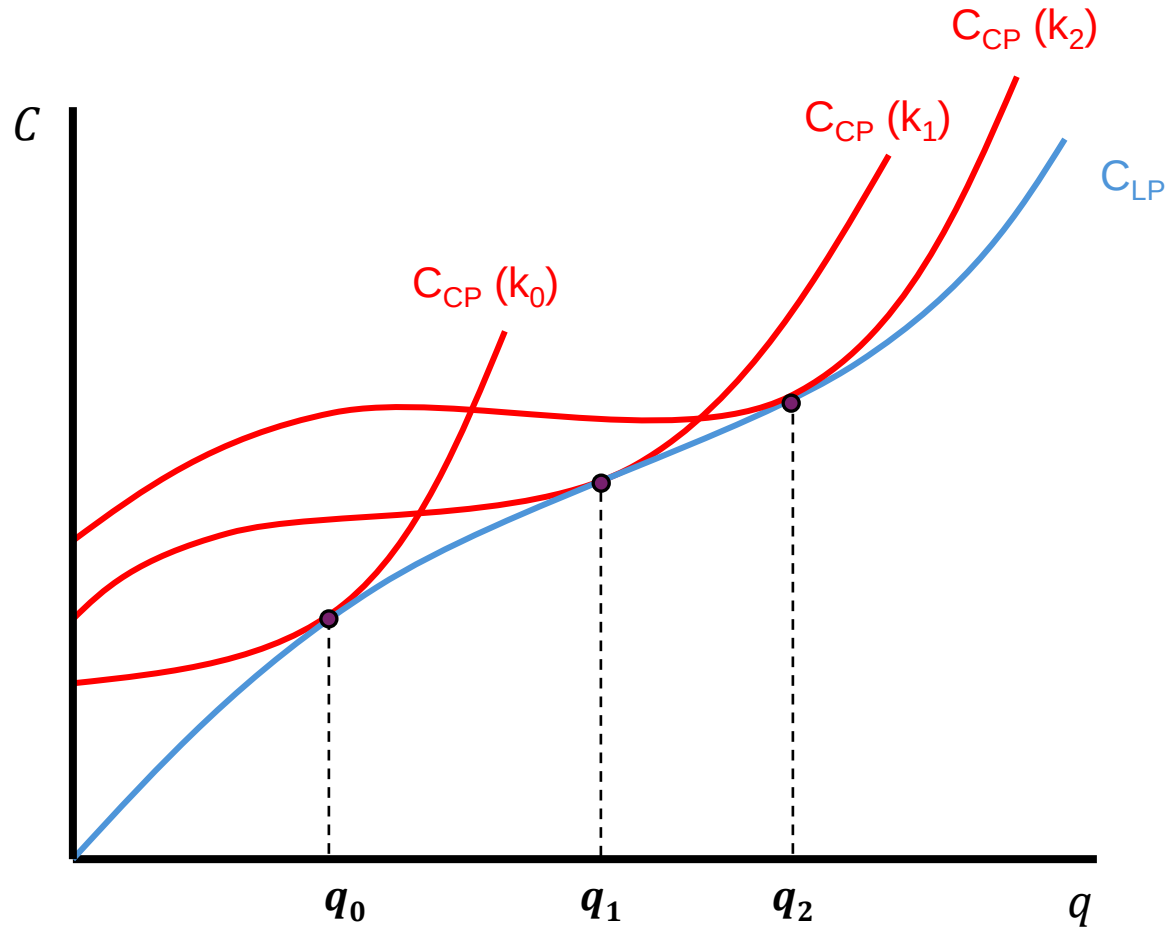




Corto Plazo y Largo Plazo

- En el **largo plazo**, la curva de costo total se obtiene al variar el nivel de capital ($\boldsymbol{k}$), el cual está fijo en el **corto plazo**.
- Mientras que en el **corto plazo** el capital **no** puede ajustarse, en el **largo plazo** es posible elegir el nivel de **capital óptimo** para cada nivel de producción, lo que permite **minimizar los costos**.
- Por esta razón, se dice que la curva de costos a largo plazo es la **envolvente** de las curvas de corto plazo.

Corto Plazo y Largo Plazo

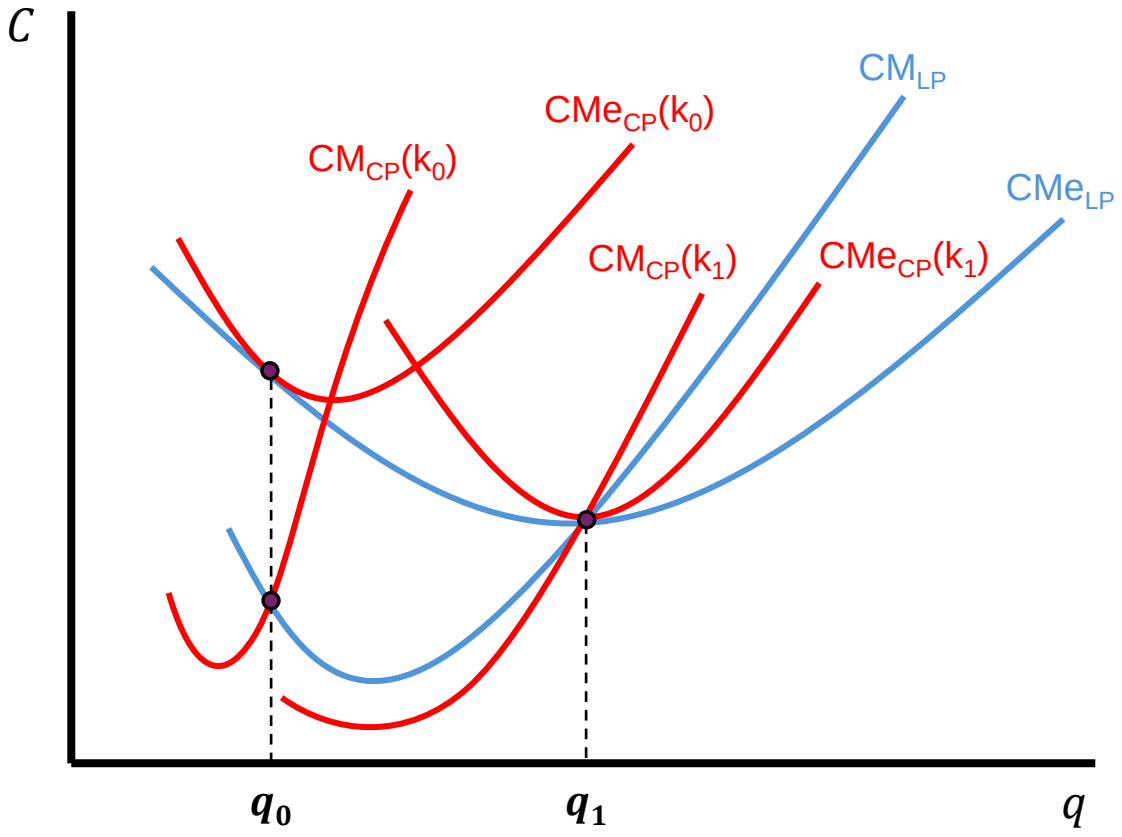


Corto Plazo y Largo Plazo

- Esto significa que la curva de **largo plazo** conecta los puntos de **menor costo** de cada curva de **corto plazo,** correspondientes a diferentes niveles de capital fijo.
- En otras palabras, la curva de **largo plazo** refleja los costos mínimos que una empresa puede lograr cuando puede ajustar libremente su capital.

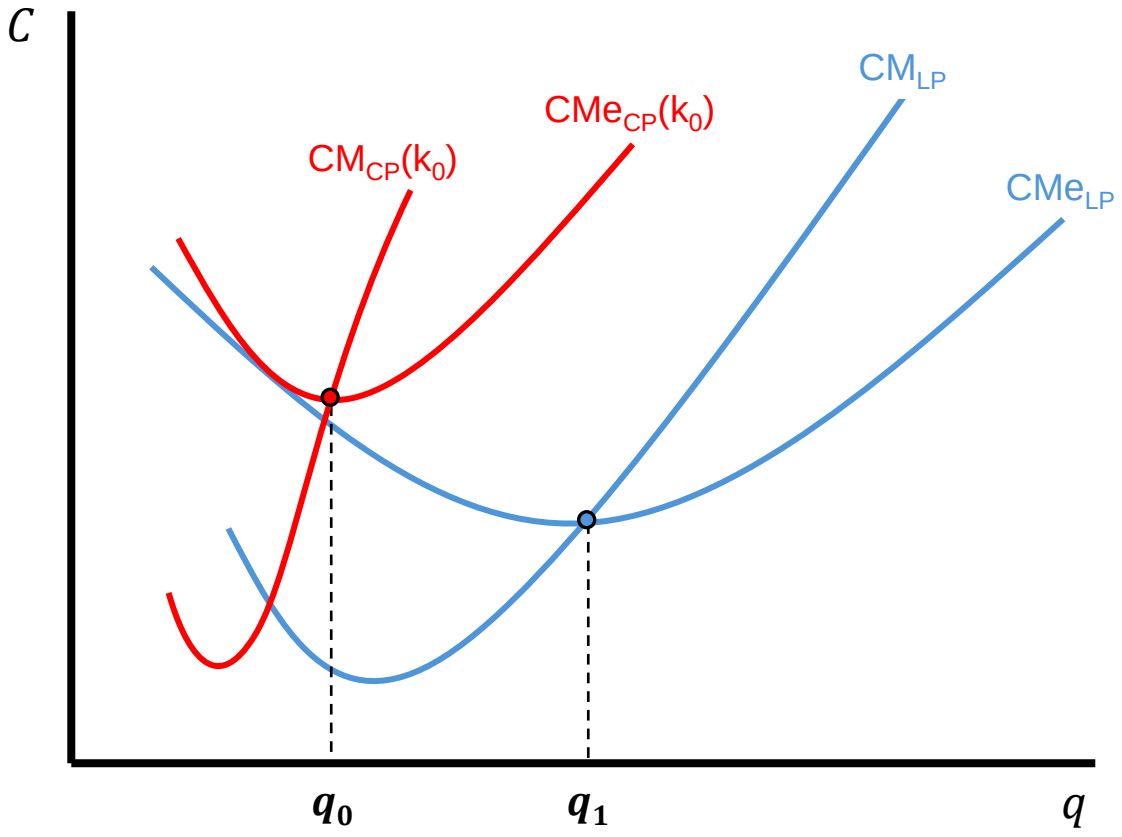
Corto Plazo y Largo Plazo

Relaciones entre las curvas de CMe y CM en el CP y LP



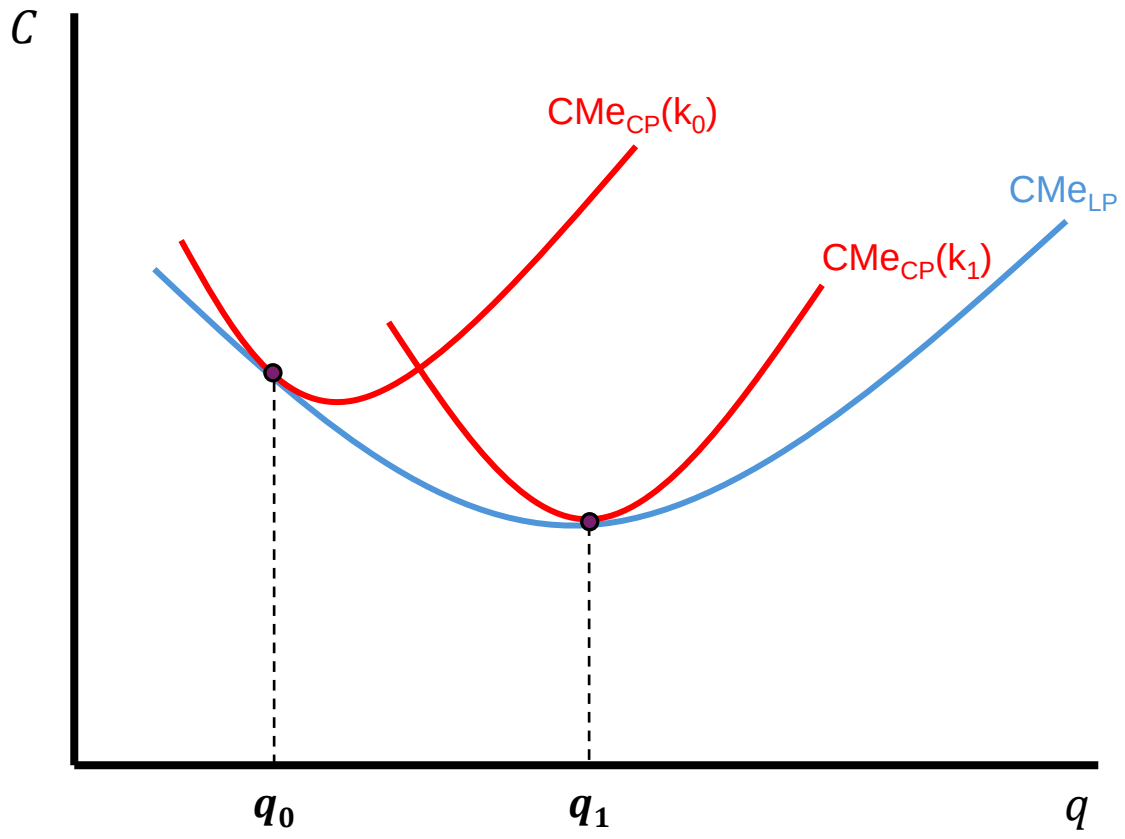
Corto Plazo y Largo Plazo

1. Cada curva CM debe intersectar su curva CMe en su mínimo



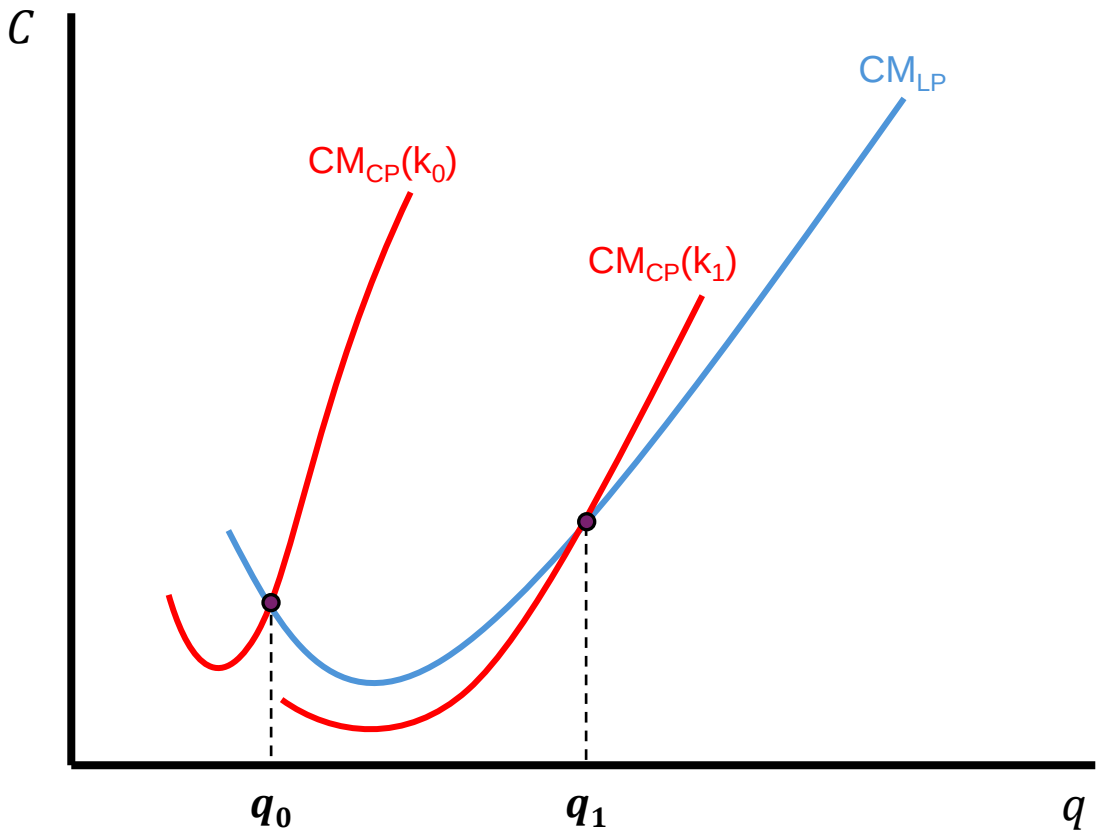
Corto Plazo y Largo Plazo

2. CMe_{LP} es la envolvente de las curvas de CMe_{CP}



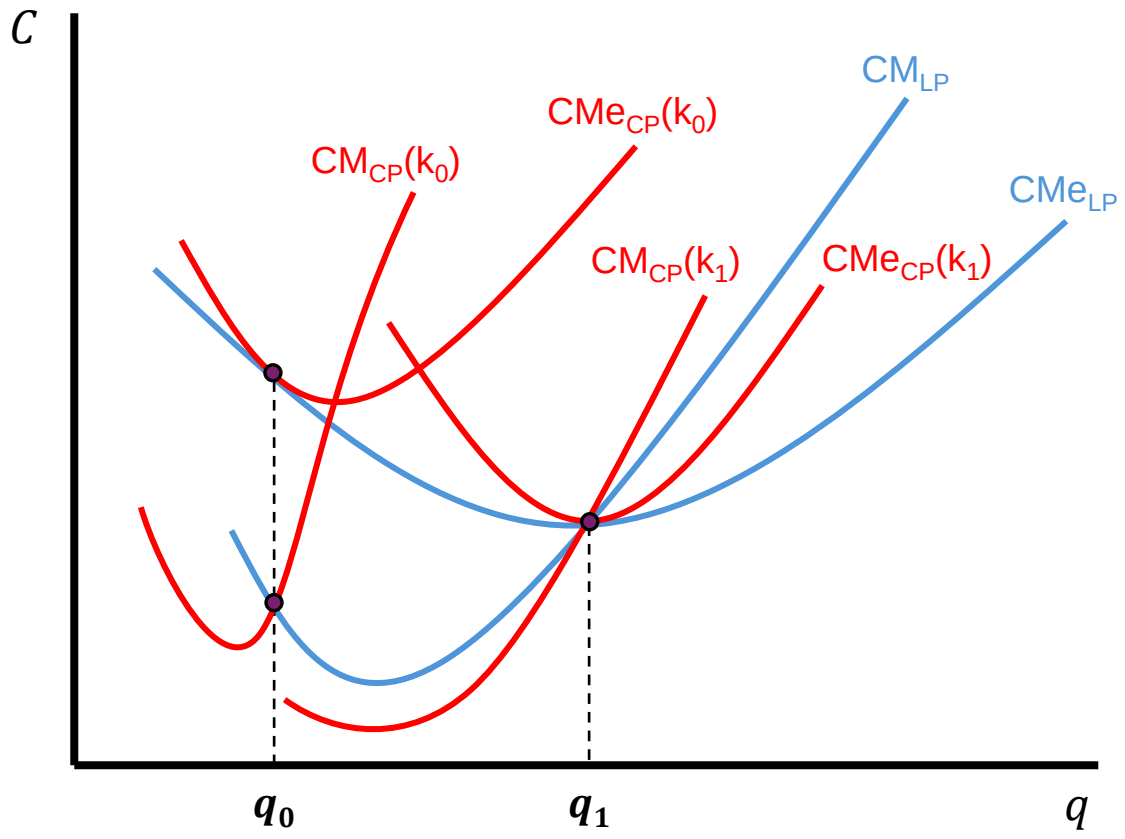
Corto Plazo y Largo Plazo

3. CM_{LP} **no es** la envolvente de las curvas de CM_{CP}



Corto Plazo y Largo Plazo

4. Cuando curva de CMe_{CP} intersecta la curva de CMe_{LP}, en ese nivel de producción la curva de CM_{CP} debe intersectar la curva de CM_{LP}





ESCUELA DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA

Tema 15: Costos de los Productores

ICS1513 – Introducción a la Economía